

Л. А. Частоедов

# ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

---

*Издание третье,  
переработанное и дополненное*

*Допущено Главным управлением  
учебными заведениями  
Министерства путей сообщения СССР  
в качестве учебного пособия  
для учащихся техникумов  
железнодорожного транспорта*



Москва «Высшая школа» 1989

ББК 31.2  
Ч 25  
УДК 621.3

Рецензент — Г. О. Москалева, преподаватель Московского техникума железнодорожного транспорта им. А. А. Андреева

**Частоедов Л. А.**

Ч 25 Электротехника: Программир. учеб. пособие для техникумов ж.-д. трансп. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Высш. шк., 1989. — 352 с.: ил.

ISBN 5-06-000117-2

В книге изложены основные сведения об электрическом и магнитных полях, рассмотрены электрические цепи постоянного и переменного токов и методы их расчета, переходные процессы в электрических цепях и т. д., в каждой главе даны специальные задания и программы коррекции для закрепления полученных знаний по изучаемому материалу. По сравнению с предыдущим изданием (вышло в 1984 г.) материал книги переработан в соответствии с новой программой, утвержденной в 1985 г.

Ч 2202020000 (4308000000) — 396  
001(01) — 89

128 — св. план для сред.  
спец. учеб. заведений 89

ББК 31.2  
6П2.1

ISBN 5-06-000117-2

© Издательство «Высшая школа», 1976  
© Издательство «Высшая школа», 1989,  
с изменениями

## Предисловие

В книге изложен теоретический материал в виде учебной информации, определены порядок работы и последовательность действий, которые необходимо выполнить, чтобы усвоить учебный материал при очном и заочном обучении.

При очном обучении программированные занятия проводятся в классе, оборудованном специальными техническими средствами. Учебный материал книги делится на циклы продолжительностью 15—20 ч применительно к тематическим планам по соответствующим специальностям. Каждый цикл занятий содержит: вводное занятие; самостоятельную работу учащихся; лабораторные работы; контрольную проверку знаний; заключительное занятие.

Основная цель вводного занятия — подготовить учащихся к самостоятельной работе по обучающей программе. На вводные занятия следует отводить около 20 % учебного времени, а на самостоятельную работу учащихся — 40—50 %.

Рекомендуемый план вводных занятий: краткая характеристика материала всего цикла и установление его логических связей с ранее изученным материалом; перечисление задач, которые необходимо решить по ходу изучения материала; подробное объяснение узловых вопросов цикла; показ методов работы с учебным материалом; демонстрация учебных наглядных пособий; обзор учебного материала цикла с помощью специального диафильма.

Самостоятельная работа учащихся проводится по обучающей программе под руководством преподавателя. Прочитав и усвоив определенную часть материала, учащийся выполняет задания очередной контрольной карты, содержащей: краткий текст пяти заданий; варианты ответов по каждому заданию; числа кода для ввода ответов в индивидуальные пульты; указания, какие части программы следует изучить повторно в случае неправильного ответа; номера консультаций по каждому ответу.

Учащийся отвечает на вопросы, пользуясь контролирующим устройством. Только после правильного ответа на все вопросы карты он переходит к изучению следующей части информации, за которой идет новая контрольная карта.

Наблюдая за самостоятельной работой, преподаватель оказывает индивидуальную или групповую помощь учащимся.

В конце занятия преподаватель сообщает учащимся домашнее задание — решить несколько задач повышенной трудности, составить краткий конспект по пройденному материалу. Для вы-

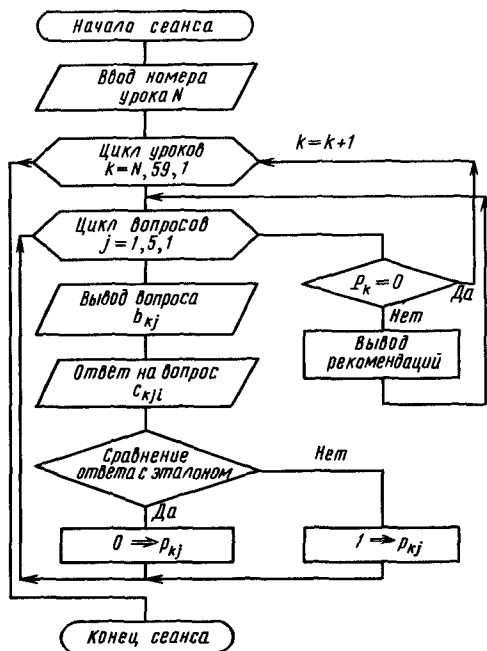


Рис. П.1

полнения домашнего задания наряду с обучающей программой используются учебники и сборники задач по курсу «Электротехника» для техникумов.

Лабораторные работы выполняются обычными методами после изучения соответствующего теоретического материала.

Контрольная проверка знаний имеет цель определить степень усвоения учебного материала всего цикла. На каждую контрольную проверку отводится один или два академических часа. За это время учащийся должен дать развернутые и обоснованные ответы на вопросы одной или двух контрольных карт, составленных по учебному материалу всего цикла. Оценка

контрольных проверок по циклу выставляется в классный журнал и учитывается при определении общей оценки за семестр.

На заключительном занятии подводятся итоги работы учащихся по всему циклу; излагается материал по теме, который не освещен в программе, объясняется связь пройденного цикла с содержанием последующего.

В условиях заочного обучения данная книга используется для самостоятельного изучения электротехники. В этом случае учащиеся должны работать строго по программе, выполнять все задания контрольных карт, проверять правильность своих действий с помощью консультаций, приведенных в конце программы, вести краткий конспект материала.

Работу с контрольными картами можно организовать и на ЭВМ. Схема алгоритма автоматизированной обучающей системы (АОС) на основе ЭВМ дана на рис. П. 1. В начале сеанса вводится номер урока ( $N$ ), с которого начинается работа с контрольными картами. После выбора номера карты ( $k$ ) формируется цикл по  $j$  из пяти вопросов ( $b_{kj}$ ), которые выдаются на дисплей. Выбрав ответ ( $c_{kji}$ ), учащийся подводит к нему курсор и нажимает клавишу «Ввод». Полученный ответ сравнивается с эталонным номером правильного ответа. Если ответ правильный, то в  $j$ -й разряд ведомости  $k$ -й контрольной карты ( $P_k$ ) записывается  $p_{kj} = 0$ , в противном случае  $p_{kj} = 1$  (ошибка). После пяти вопро-

сов при нулях во всех разрядах  $P_k$  делается переход к новой карте ( $k = k + 1$ ).

При наличии ошибок в ответах учащемуся выдаются рекомендации по повторению материала дисциплины. После этого делается повторный вызов вопросов текущей контрольной карты.

Работу с системой можно прекратить в любое время, при этом в ЭВМ сохранится статистика ответов учащегося по проработанному материалу. При следующих сеансах учащийся начинает работу с картой, на которой он остановился.

Автор выражает глубокую благодарность рецензенту Г. О. Москалевой — преподавателю Московского техникума железнодорожного транспорта им. А. А. Андреева за подробные указания и рекомендации, использованные при работе над книгой.

Замечания и пожелания можно направлять по адресу: 101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., д. 29/14, издательство «Высшая школа».

*Автор*

## Введение

В реализации программы ускорения социально-экономического развития страны, принятой XXVIII съездом КПСС, ведущая роль принадлежит электрификации — широкому использованию электрической энергии в промышленности, в сельском хозяйстве, на транспорте и в быту.

Интенсивное использование электрической энергии связано со следующими ее особенностями: электрическую энергию сравнительно легко получить из других видов энергий (механической, тепловой, атомной), передать с малыми потерями на большие расстояния и преобразовать в другие виды энергии (механическую, тепловую, световую). Благодаря этим свойствам энергия, сосредоточенная в природе (энергия падающей воды, угля, торфа и т. д.), сравнительно легко распределяется по самым различным приемникам. Электрическая энергия относится к числу чистых видов энергии. Поэтому ее использование во многих технологических процессах вытесняет органическое топливо, обеспечивает резкое сокращение вредных выбросов, способствует охране окружающей среды и рациональному использованию природных ресурсов.

С первых дней Советской власти Коммунистическая партия СССР и правительство нашего государства стали уделять большое внимание электрификации страны. В 1920 г. по инициативе и под руководством В. И. Ленина был разработан первый народнохозяйственный план перестройки экономики страны на основе электрификации — план ГОЭЛРО, рассчитанный на 15 лет (1921—1935). Этот план предусматривал сооружение 30 электростанций общей мощностью 1,75 млн. кВт. План ГОЭЛРО был выполнен за 10 лет.

Данные роста общей мощности электрических станций СССР и вырабатываемой ими электрической энергии приведены в табл. В.1.

В настоящее время по производству электроэнергии СССР занимает первое место в Европе и второе место в мире. Построены мощные тепловые, гидроэлектрические и атомные электростанции, создана современная энергомашиностроительная и электротехническая промышленность. В стране создана Единая энергетическая система, которая объединяет более 900 электростанций и работает совместно с энергосистемами стран — членов СЭВ.

В СССР построены высоковольтные линии электропередачи напряжением 600, 750 кВ, ведется строительство высоковольтных

Таблица В 1

Год	Общая мощность электростанций СССР, млн кВт	Производство электрической энергии, млрд кВт·ч	Год	Общая мощность электростанций СССР, млн кВт	Производство электрической энергии, млрд кВт·ч
1940	11	48	1970	166	740
1950	19,6	92	1980	267	1295
1960	66,7	292	1985	315	1545

линий сверхвысокого напряжения — 1150 кВ переменного и 1500 кВ постоянного токов, которые позволят передавать большие количества электроэнергии от мощных тепловых и гидравлических электростанций Сибири и Казахстана в районы Урала и Центра, испытывающие недостаток в собственных энергетических ресурсах.

Основную часть электрической энергии в СССР вырабатывают тепловые электростанции, построенные вблизи природных запасов топлива. К их числу относятся государственные районные электрические станции (ГРЭС), тепловые конденсационные станции (КЭС) и теплофикационные электростанции (ТЭЦ). Последние снабжают население электроэнергией и теплотой. Гидроэлектрические станции (ГЭС) преобразуют энергию водных потоков больших рек в электрическую энергию. К их числу относятся также гидроаккумулирующие станции (ГАЭС), имеющие обратимые гидроагрегаты. В часы малой загрузки (в ночные часы и выходные дни) агрегаты ГАЭС накачивают воду в водохранилище, потребляя электроэнергию от других электростанций, а в часы большой загрузки — вырабатывают электрическую энергию, обеспечивая надежность работы энергосистем. Атомные электростанции (АЭС) строятся в районах, не имеющих природных запасов дешевого топлива. В настоящее время ведется строительство атомных электростанций мощностью более 4 млн. кВт.

В условиях снижения невозполнимых топливных ресурсов предусматриваются ускоренный рост атомной энергетики и более широкое вовлечение в баланс нетрадиционных источников энергии. Ведутся работы по более полному освоению солнечной и геотермальной энергий, по управляемому термоядерному синтезу. Будут сооружены крупные атомные и гидроаккумулирующие электростанции в европейской части СССР и на Урале, тепловые конденсационные электростанции на базе крупных угольных месторождений в восточных районах страны, гидроэлектростанции в Средней Азии, на Кавказе, на Дальнем Востоке.

В двенадцатой пятилетке намечено демонтировать устаревшее энергетическое оборудование общей мощностью около 10 млн. кВт и модернизировать — не менее 25 млн. кВт. Особое внимание уделено вопросам контроля и обеспечения требуемого качества электроэнергии и создания необходимых для этого средств. Техническое перевооружение в энерго- и электромашиностроении будет

направлено на повышение надежности и срока работы машин и оборудования, снижение их металлоемкости. Будут продолжены работы по созданию электрооборудования на основе эффекта сверхпроводимости, машин и аппаратов для термоядерных электростанций, а также для установок, работающих на солнечной энергии.

Одной из наиболее актуальных задач в текущем пятилетии и последующие годы является проблема охраны окружающей среды от загрязнения, связанного с производством электрической энергии и ее преобразованием в другие виды энергии. Для этого реконструируется и модернизируется действующее оборудование, вводятся автоматизированные системы контроля загрязнения воздушного бассейна выбросами ТЭС и АЭС, на электрических станциях, промышленных предприятиях используются очистительные фильтры, золоуловители, создаются мощные очистительные сооружения, замкнутые циклы использования воды и т. п.

Курс теоретической электротехники подготавливает учащихся к изучению специальных электротехнических дисциплин и поэтому является одним из важнейших в подготовке техника-электрика.



## Глава 1

### ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

#### § 1.1. Электрические заряды. Закон Кулона

**1. Электрические заряды и электрически заряженные тела.** Все вещества состоят из атомов и молекул. Важнейшими структурными элементами атомов являются элементарные частицы материи. Рассмотрим основные свойства двух из них: протонов и электронов.

*Протоны* — частицы, обладающие положительным электрическим зарядом. Они входят в состав атомного ядра, сообщая ему положительный заряд.

*Электроны* — мельчайшие отрицательно заряженные частицы, которые с огромной скоростью вращаются вокруг ядра по замкнутым орбитам. Заряд электрона  $e = -16 \cdot 10^{-20}$  Кл. Это элементарный, т. е. наименьший, электрический заряд. Число электронов в атомах различных химических элементов неодинаково. Так, например, атомы водорода имеют один электрон, который вращается вокруг ядра по одной орбите, а натрия — 11 электронов, вращающихся по трем орбитам: на первой, ближней к ядру, — 2, на второй — 8, на третьей — 1.

В атомах различных химических веществ, находящихся в обычном состоянии, существует электрическое равновесие: суммарный отрицательный заряд электронов равен положительному заряду ядра. В этом случае атомы, а значит, и все вещество, состоящее из этих атомов, электрически нейтральны. Если атом данного вещества теряет один или несколько электронов, то равновесие электрических зарядов нарушается и атом превращается в положительный ион. Если же атом получает лишние электроны, то он заряжается отрицательно, превращаясь в отрицательный ион.

Процесс превращения нейтрального атома в ион называется *ионизацией*.

Тело называют *электрически заряженным*, если в нем преобладают положительные или отрицательные заряды. Избыток тех или других зарядов в рассматриваемом теле возникает вследствие передачи заряженных частиц от одного тела другому или их перемещения внутри тела из одной его области в другую.

Электризация тел может быть осуществлена трением или в

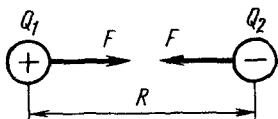


Рис. 1.1

результате других физических и химических процессов. Так, если натереть янтарь шерстью, то некоторая часть электронов перейдет от атомов шерсти к атомам янтаря. У янтаря появится избыток электронов, и он зарядится отрицательно. Количество таких избыточных электронов может быть различным. Говоря об электрически

заряженном теле, указывают значения его заряда, обозначаемого буквой  $Q$  (или  $q$ ). В электротехнике применяют Международную систему единиц (СИ), заряд в этой системе выражается в кулонах (Кл).

Движущиеся заряженные частицы окружены электромагнитным полем и как единое целое представляют собой особый вид материи, которому присущи особые электромагнитные свойства. Важнейшими из этих свойств являются электрический заряд, собственный магнитный момент и силовое воздействие электромагнитного поля на заряженные частицы.

**2. Закон Кулона.** Электрически заряженные тела (частицы) взаимодействуют друг с другом.

При разноименных зарядах тела притягиваются друг к другу, а при одноименных — отталкиваются. На рис. 1.1 представлены два точечных тела с зарядами  $Q_1$  и  $Q_2$ . Заряженные тела называются *точечными*, если их линейные размеры малы по сравнению с расстоянием  $R$  между телами. Сила их взаимодействия зависит от величины зарядов  $Q_1$  и  $Q_2$ , расстояния между ними, а также среды, в которой находятся электрические заряды. Связь между этими величинами была сформулирована французским ученым Кулоном в 1775 г.: *сила взаимодействия двух неподвижных точечных заряженных тел прямо пропорциональна произведению зарядов этих тел, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и зависит от среды.*

Закон Кулона выражается следующей формулой:

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi R^2 \epsilon_a}, \quad (1.1)$$

где  $Q_1$  и  $Q_2$  — заряды точечных тел, Кл;  $R$  — расстояние между их центрами, м;  $\epsilon_a$  — абсолютная диэлектрическая проницаемость среды (она учитывает влияние среды, в которой находятся заряженные точечные тела, на силу их взаимодействия).

Сила — величина векторная. Векторы, имеющие определенное направление в пространстве, обозначаются жирным шрифтом.

**3. Диэлектрическая проницаемость и электрическая постоянная.** Различные вещества имеют разную абсолютную диэлектрическую проницаемость. Абсолютная диэлектрическая проницаемость вакуума ( $\epsilon_0$ ) называется *электрической постоянной*. Ее размерность в СИ — фарад\* на метр. Опытным путем установлено, что

$$\epsilon_0 = 1/(36\pi \cdot 10^9) = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м.}$$

\* Фарад — единица емкости; будет рассмотрена в § 2.1.

Величина, показывающая, во сколько раз абсолютная диэлектрическая проницаемость вещества  $\epsilon_a$  больше электрической постоянной  $\epsilon_0$ , называется *относительной диэлектрической проницаемостью* этого вещества  $\epsilon_r = \epsilon_a/\epsilon_0$ .

Относительная диэлектрическая проницаемость не имеет размерности. Для большинства диэлектриков она лежит в пределах 1—10, относительно мало зависит от электрических условий и температуры, а поэтому считается постоянной. В табл. 1.1 приведены значения  $\epsilon_r$  для некоторых веществ. Так как для парафинированной бумаги  $\epsilon_r = 4,3$ , то абсолютная диэлектрическая проницаемость бумаги в 4,3 раза больше электрической постоянной и составляет  $\epsilon_a = \epsilon_r \epsilon_0 = 4,3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} = 38 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

Небольшая группа диэлектриков, называемая *сегнетоэлектриками* (титанат бария, титанат свинца и др.), имеет очень высокую проницаемость  $\epsilon_r$  (порядка многих тысяч), которая сильно зависит от электрических условий и температуры.

Таблица 1.1

Материал	$\epsilon_r$	Материал	$\epsilon_r$
Воздух	1	Микаит	5,2
Трансформаторное масло	2,2	Фарфор	5,8
Резина	2,7	Мрамор	8,3
Бумага парафинированная	4,3	Стекло	6—10

**Пример 1.1.** Определить силу взаимодействия двух точечных тел с зарядами  $Q_1 = 25 \cdot 10^{-6}$  Кл;  $Q_2 = 4 \cdot 10^{-6}$  Кл, помещенных в трансформаторное масло на расстоянии  $R = 10$  см друг от друга.

**Решение.** По табл. 1.1 находим относительную диэлектрическую проницаемость трансформаторного масла  $\epsilon_r = 2,2$ . Абсолютная диэлектрическая проницаемость трансформаторного масла

$$\epsilon_a = \epsilon_r \epsilon_0 = 2,2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} = 19,47 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м.}$$

Расстояние между зарядами

$$R = 10 \text{ см} = 10/100 = 10 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

Сила взаимодействия электрических зарядов

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi R^2 \epsilon_a} = \frac{25 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{4\pi 100 \cdot 10^{-4} \cdot 19,47 \cdot 10^{-12}} = 41 \text{ Н}$$

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 1.1 (решение всех задач контрольных карт должно быть записано учащимся в рабочую тетрадь).

Контрольная карта 1.1

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите		
					части	параграф	
1	В результате трения с поверхности тела удалено $10^{12}$ электронов. Определить значение и знак заряда этого тела	$-16 \cdot 10^{-20}$ Кл $+16 \cdot 10^{-8}$ Кл $-16 \cdot 10^{-8}$ Кл $+16 \cdot 10^{-20}$ Кл		6 27 31 49	1	1.1	
2	Имеется три заряженных точечных тела. Первое и второе притягиваются, а второе и третье отталкиваются. Определить знак заряда тела: а) первого; б) второго. Третье тело заряжено отрицательным электричеством	а) +; б) + а) +; б) - а) -; б) - а) -; б) +		84 90 108 127	2	1.1	
3	Сила взаимодействия двух точечных заряженных тел в вакууме равна $F$ . Каким из указанных справа способов эта сила может быть уменьшена в 2,2 раза?	Оба заряда уменьшить в 2,2 раза Среди зарядов заполнить трансформаторным маслом. Расстояние между зарядами уменьшить в 2,2 раза		147  187  205	2	1.1	
4	Определить силу взаимодействия двух точечных тел с зарядами $Q_1$ и $Q_2$ . Расстояние между ними $R = 30$ см. Среда и значения зарядов указаны в таблице вариантов	1 Н 2 Н 2,5 Н 3 Н		228 249 285 303	2	1.1	
	Значения	Варианты					
		1-й	2-й	3-й	4-й		
	$Q_1, \text{ Кл}$ $Q_2, \text{ Кл}$ Среда	$5 \cdot 10^{-6}$ $5 \cdot 10^{-6}$ Воздух	$5 \cdot 10^{-6}$ $6 \cdot 10^{-6}$ Воздух	$2 \cdot 10^{-6}$ $11 \cdot 10^{-6}$ Трансформаторное масло	$6 \cdot 10^{-6}$ $9 \cdot 10^{-6}$ Резина		

Продолжение контрольной карты 1.1

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
5	Определить абсолютную диэлектрическую проницаемость материала, указанного в каждом варианте	$23,9 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ $19,47 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ $51,33 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ $46 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$		319 104 247 223	3	1.1

Варианты			
1-й	2-й	3-й	4-й
Трансформаторное масло	Миканит	Резина	Фарфор

## § 1.2. Электрическое поле. Напряженность электрического поля

**1. Электрическое поле.** Электромагнитное поле имеет две взаимосвязанные стороны — электрическое и магнитное поля. Можно создать условия, когда в некоторой области пространства обнаруживаются или электрические, или магнитные явления. Вокруг заряженных неподвижных тел возникает только электрическое поле. Оно может быть также создано изменяющимся магнитным полем. Аналогично, в пространстве, окружающем неподвижные постоянные магниты, обнаруживается только магнитное поле. Простейшим случаем электрического поля является поле неподвижных зарядов, которое называют *электростатическим*.

Электрическое поле принято определять по механическим силам, которые испытывают неподвижные заряженные тела, вносимые в это поле.

**2. Напряженность электрического поля.** Для обследования электрического поля, создаваемого телом с положительным зарядом  $Q$  (рис. 1.2), будем вносить в различные точки этого поля пробное заряженное тело. Ввиду малого значения заряда ( $+q$ ) пробного тела будем считать, что искажения исследуемого поля не происходит. В каждой точке поля на пробное заряженное тело действует определенная по значению и направлению механическая сила. Пользуясь этим, определим основную физическую величину, характеризующую электрическое поле в каждой его точке и называемую *напряженностью* электрического поля.

*Напряженность электрического поля равна отношению силы  $F$ ,*

действующей на неподвижное положительно заряженное пробное тело, помещенное в данную точку поля, к величине заряда  $q$  этого тела.

Вектор напряженности электрического поля  $E$  совпадает по направлению с вектором силы  $F$ . Следовательно,

$$E = F/q. \quad (1.2)$$

В СИ сила выражается в ньютонах (Н), а заряд — в кулонах (Кл), поэтому единица напряженности — Н/Кл.

Из курса физики известно, что  $Н = Дж/м$ ;  $Дж = А \cdot В \cdot с$  и  $Кл = А \cdot с$ ; следовательно,  $F = Дж/(м \cdot Кл) = А \cdot В \cdot с / (м \cdot А \cdot с) = В/м$ .

Таким образом, напряженность электрического поля в СИ выражается в вольтах на метр (В/м). Если напряженность поля в какой-либо точке равна 100 В/м, значит на пробное тело с единичным зарядом, помещенное в эту точку, действует сила  $F = 100$  Н. Если значение заряда пробного тела увеличить, то увеличится и сила  $F$ . Поэтому чем больше напряженность электрического поля и значение заряда пробного тела, тем больше и сила  $F$ , действующая на него.

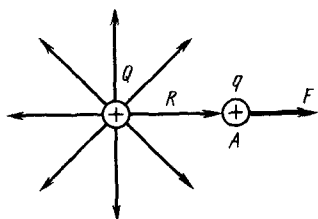


Рис 1.2

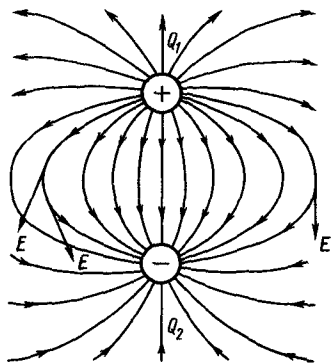


Рис 1.3

Электрическое поле изображается линиями напряженности электрического поля (электрическими силовыми линиями), которые проводят так, чтобы

в каждой их точке касательные к ним совпадали по направлению с вектором напряженности поля. На рис. 1.3 показана картина электростатического поля двух заряженных тел с равными и противоположными по знаку зарядами. Силовыми линиями изображают не только направление, но и значение напряженности поля. Для этого на графиках проводят силовые линии с определенной плотностью так, чтобы число силовых линий, проходящих через единицу поверхности, перпендикулярной силовым линиям, было равно (или пропорционально) значению напряженности поля в данном месте.

Электрическое поле, во всех точках которого векторы напряженности одинаковы, называется *однородным*. Электрические си-

ловые линии такого поля параллельны и расположены с одинаковой плотностью.

**3. Электрическое поле одного и нескольких точечных зарядов.** Рассмотрим электрическое поле точечного заряда, показанного на рис. 1.2. Здесь  $Q$  — заряд тела, создающего электрическое поле;  $q$  — заряд пробного тела;  $R$  — расстояние между зарядами  $Q$  и  $q$ .

По закону Кулона сила взаимодействия между телами с зарядами  $Q$  и  $q$  будет равна  $F = Qq / (4\pi R^2 \epsilon_a)$ , а напряженность электрического поля в точке  $A$

$$E = F/q = Qq / (4\pi R^2 \epsilon_a q) = Q / (4\pi R^2 \epsilon_a). \quad (1.3)$$

Следовательно, напряженность электрического поля, созданного заряженным точечным телом, резко падает с увеличением расстояния  $R$ . Если это расстояние увеличить в два раза, то напряженность поля уменьшится в четыре раза. Такое поле будет неоднородным. Иногда электрическое поле создается системой точечных тел.

На рис. 1.4 показаны два точечных тела с зарядами  $+Q_1$  и  $-Q_2$ , создающими электрическое поле. Определим напряженность в точке  $B$  этого поля следующим образом:

- найдем напряженность поля в данной точке от заряда  $Q_1$  (в отсутствие заряда  $Q_2$ ), т. е.  $E_1 = Q_1 / (4\pi R_1^2 \epsilon_a)$ ;
- определим напряженность поля в этой же точке от заряда  $Q_2$  (в отсутствие заряда  $Q_1$ ), т. е.  $E_2 = Q_2 / (4\pi R_2^2 \epsilon_a)$ ;
- путем сложения векторов напряженности  $E_1$  и  $E_2$  найдем искомую напряженность  $E = E_1 + E_2$ . Особое внимание при этом обратим на направление векторов  $E_1$  и  $E_2$ .

**Пример 1.2.** Электрические заряды точечных тел в точках  $A$  и  $B$  (см. рис. 1.4) равны  $Q_1 = 4 \cdot 10^{-10}$  Кл,  $Q_2 = 8 \cdot 10^{-10}$  Кл;  $AB = BB = 10$  см,  $\angle ABB = 90^\circ$ .

Определить напряженность электрического поля в точке  $B$ , если заряды находятся в вакууме.

**Решение.** 1. Напряженность электрического поля в точке  $B$  от первого точечного заряда

$$E_1 = \frac{Q_1}{4\pi R_1^2 \epsilon_a} = \frac{4 \cdot 10^{-10} \cdot 36\pi \cdot 10^9}{4\pi 10^2 \cdot 10^{-4}} = 360 \text{ В/м.}$$

Первый заряд положительный. Поэтому вектор напряженности  $E_1$  направлен от заряда  $Q_1$  по прямой  $AB$ .

2. Напряженность электрического поля в точке  $B$  от второго точечного заряда

$$E_2 = \frac{Q_2}{4\pi R_2^2 \epsilon_a} = \frac{8 \cdot 10^{-10} \cdot 36\pi \cdot 10^9}{4\pi 10^2 \cdot 10^{-4}} = 720 \text{ В/м.}$$

При этом вектор напряженности  $E_2$  направлен к отрицательному заряду  $Q_2$  по прямой  $BB$ .

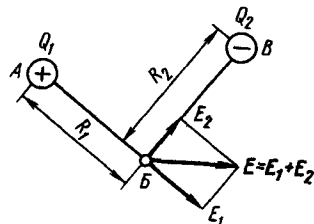


Рис. 1.4

3. Результирующая напряженность электрического поля  $E = E_1 + E_2$ . В данном случае векторы  $E_1$  и  $E_2$  находятся под прямым углом  
Поэтому  $E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{360^2 + 720^2} = 360\sqrt{5} \approx 825$  В/м.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 1.2.

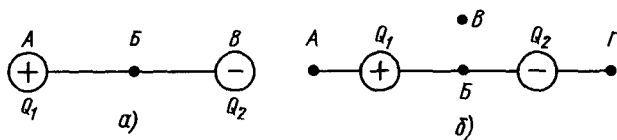


Рис. 1.5

Контрольная карта 1.2

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите						
					части	параграф					
1	Напряженность однородного электрического поля $E = 500$ В/м. Какая сила действует на пробное тело с зарядом $q = 2 \cdot 10^{-12}$ Кл, помещенное в это поле?	500 Н $250 \cdot 10^{12}$ Н $10^{-9}$ Н		8 15 33	2	1,2					
2	Электрически заряженные тела с зарядами $Q_1$ и $Q_2$ находятся в вакууме на прямой АВ. Определить напряженность поля в точке В, если $AB = VB = 10$ см (рис. 1.5, а)	54 В/м 72 В/м 36 В/м 90 В/м		68 85 91 109	3	1,2					
							Значения	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
$Q_1$ , Кл $Q_2$ , Кл	$5 \cdot 10^{-11}$ $5 \cdot 10^{-11}$	$2 \cdot 10^{-11}$ $2 \cdot 10^{-11}$	$4 \cdot 10^{-11}$ $4 \cdot 10^{-11}$	$3 \cdot 10^{-11}$ $3 \cdot 10^{-11}$							
3	Во втором задании измените знак заряда $Q_1$ , сохранив прежними все остальные значения, и определите напряженность электрического поля в точке В	72 В/м 0 108 В/м 144 В/м		128 150 190 208	3	1,2					
4	Электрическое поле создается двумя заряженными точечными телами с зарядами $Q_1$ и $Q_2$ (рис. 1.5, б). В какой точке напряженность поля $E = Q_2 / (4\pi R_2^2 \epsilon_0) - Q_1 / (4\pi R_1^2 \epsilon_0)$ ?	А Б В Г		224 230 268 286	3	1,2					



Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
5	Укажите направление вектора напряженности поля в точке $A$ (рис. 1.5, б). Величины зарядов точечных тел $Q_1$ и $Q_2$ одинаковы	Вправо Влево Вверх Вниз		304 186 82 126	3	1.2

### § 1.3. Теорема Гаусса. Электрическое поле плоского конденсатора

**1. Поток вектора напряженности электрического поля.** Для определения напряженности электрических полей, обладающих симметрией, применяется теорема Гаусса. Перед доказательством этой теоремы познакомимся с величиной, которая называется *поток вектора напряженности электрического поля* ( $N$ ). Рассмотрим рис. 1.6: в однородном электрическом поле перпендикулярно вектору напряженности расположена плоская поверхность  $S$ . В данном случае произведение  $ES$  и составляет поток вектора напряженности через указанную площадь:  $N = ES$ .

Если однородное электрическое поле изобразить силовыми линиями и их плотность (число линий на единицу площади  $S$ ) принять равной напряженности поля, то общее число линий, пронизывающих площадь  $S$ , будет выражать поток вектора напряженности  $N$ .

Если вектор напряженности однородного поля  $E$  не перпендикулярен площади  $S$  (рис. 1.7), то поток вектора напряженности  $N = E_n S = ES \cos \beta$ , где  $E_n = E \cos \beta$  — нормальная составляющая напряженности электрического поля.

При вычислении потока вектора напряженности через поверхность площадью  $S$  в неоднородном поле эту поверхность следует разбить на малые элементы  $\Delta S$  (или  $dS$ ). Будем считать, что в пределах каждого такого элемента напряженность поля одинакова. Тогда поток через отдельные элементарные площади  $\Delta N = E_n \Delta S$ .

Поток вектора напряженности через всю поверхность найдем, суммируя (интегрируя) элементарные потоки:  $N = \oint E_n dS$ . Здесь знак  $\oint$  указывает, что сумма берется по замкнутой поверхности.

**2. Теорема Гаусса.** Рассмотрим рис. 1.8. В центре шаровой поверхности радиусом  $R$  находится точечное тело с положительным зарядом  $Q$ . Электрические силовые линии направлены от

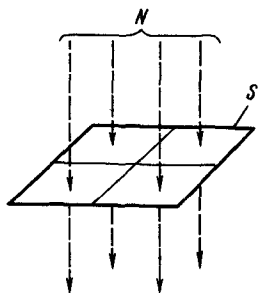


Рис. 1.6

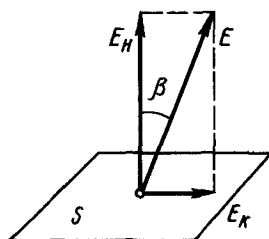


Рис. 1.7

заряда и перпендикулярны сферической поверхности. Ввиду симметрии напряженность поля во всех точках указанной поверхности одинакова:  $E = Q/(4\pi R^2 \epsilon_a)$ . Учитывая, что поверхность шара  $S = 4\pi R^2$ , определим поток вектора напряженности электрического поля через эту поверхность:

$$N = \oint E dS = E \oint dS = ES = Q4\pi R^2 / (4\pi R^2 \epsilon_a) = Q/\epsilon_a. \quad (1.4)$$

Можно доказать, что выражение (1.4) справедливо для замкнутой поверхности любой формы при любом количестве заряженных тел, расположенных внутри этой поверхности. В (1.4) в этом случае следует ввести алгебраическую сумму зарядов всех тел:  $N = \sum Q/\epsilon_a$ . Равенство (1.4) и выражает теорему Гаусса: *поток вектора напряженности электрического поля, пронизывающий замкнутую поверхность любой формы, равен алгебраической сумме зарядов, находящихся внутри указанной поверхности, деленной на абсолютную диэлектрическую проницаемость среды.*

**3. Электрическое поле заряженной пластины.** На рис. 1.9 показана металлическая пластина очень больших размеров, равномерно заряженная положительным электричеством  $Q$ . Отношение величины заряда  $Q$  к площади пластины  $S$  называют *поверхностной плотностью заряда*  $\sigma$ , т. е.  $\sigma = Q/S$ .

Из всей площади  $S$  выделим некоторую площадку  $S_1$ . Электрический заряд на ней  $Q_1 = \sigma S_1$ . Затем построим параллелепипед так, чтобы заряд  $Q_1$  остался внутри него, а его грани были перпендикулярны площади  $S$ . Так как пластина заряжена положительным электричеством, то электрические силовые линии направлены в обе стороны от плоскости и перпендикулярны ей. Таким образом, параллелепипед образует замкнутую поверхность, внутри которой находится заряд  $Q_1$ . Причем электрические силовые линии пронизывают только торцевые части параллелепипеда. Если напряженность электрического поля пластины обозначить  $E_{пл}$ , то поток вектора напряженности, пронизывающий две торцевые поверхности параллелепипеда,  $N = 2E_{пл} S_1$ . Этот же поток вектора напряженности можно определить по теореме Гаусса:  $N = Q_1/\epsilon_a = \sigma S_1/\epsilon_a$ . Приравняв правые части этих равенств,

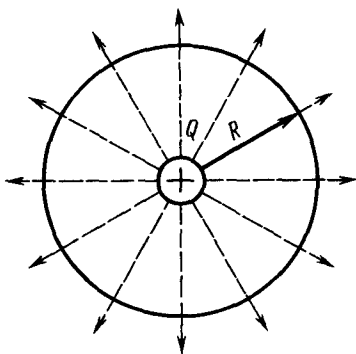


Рис. 1.8

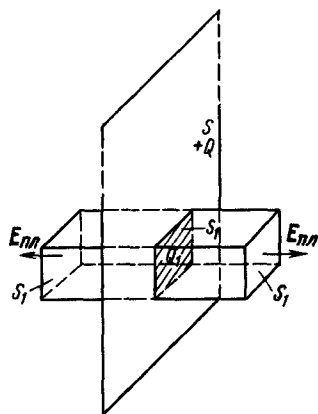


Рис. 1.9

получим  $2E_{\text{пл}}S_1 = \sigma S_1/\epsilon_a$ . Отсюда найдем напряженность электрического поля одной заряженной металлической пластины:

$$E_{\text{пл}} = \sigma/(2\epsilon_a). \quad (1.5)$$

**4. Электрическое поле плоского конденсатора.** Плоский конденсатор состоит из двух металлических пластин одинаковых размеров, разделенных изоляционным материалом (рис. 1.10). Расстояние между ними мало по сравнению с их линейными размерами. Каждая из пластин конденсатора создает свое электрическое поле. Электрические силовые линии электрического поля положительно заряженной пластины направлены от нее и на рисунке показаны сплошными линиями. Силовые линии отрицательно заряженной пластины направлены к ней. На рисунке они показаны пунктирными линиями. Легко заметить, что между пластинами сплошные и пунктирные линии направлены одинаково, а за пределами пластины — в разные стороны. Поэтому вне пластины поля положительной и отрицательной пластин взаимно скомпенсированы, т. е. результирующая напряженность поля равна нулю ( $E = 0$ ). Между пластинами заряженного плоского конденсатора создается однородное электрическое поле, напряженность которого в два раза больше напряженности одной пластины, т. е.

$$E = 2E_{\text{пл}} = 2\sigma/(2\epsilon_a) = \sigma/\epsilon_a. \quad (1.6)$$

*Напряженность электрического поля плоского конденсатора равна поверхностной плотности заряда, деленной на абсолютную диэлектрическую проницаемость его диэлектрика.*

В средней части пластин конденсатора силовые линии параллельны и расположены

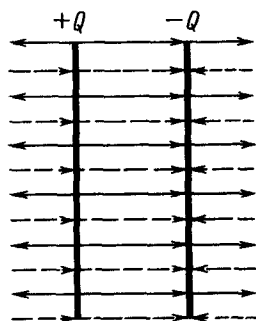


Рис. 1.10

с одинаковой плотностью. Такое поле называют *однородным*. Вблизи краев пластин силовые линии искривляются и поле будет *неоднородным*.

**Пример 1.3.** Площадь каждой пластины плоского конденсатора  $S = 100 \text{ см}^2$ . Пластины разделены парафинированной бумагой и имеют заряды  $Q = 4,3 \times 10^{-10} \text{ Кл}$ . Определить напряженность электрического поля конденсатора

**Решение.** Площадь пластин  $S = 100 \text{ см}^2 = 100 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ .

Из табл. 1.1 находим относительную диэлектрическую проницаемость парафинированной бумаги  $\epsilon_r = 4,3$ . Поверхностная плотность заряда  $\sigma = Q/S = 4,3 \times 10^{-10} / (100 \cdot 10^{-4}) = 4,3 \cdot 10^{-8} \text{ Кл/м}^2$

Напряженность электрического поля между пластинами плоского конденсатора  $E = \sigma/\epsilon_0 = 4,3 \cdot 10^{-8} / [4,3 \cdot (1/36\pi \cdot 10^9)] = 36\pi \cdot 10^9 \cdot 10^{-8} = 1130 \text{ В/м}$

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 1.3.

Контрольная карта 1.3

Номер задания	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите		
					части	параграф	
1	<p>Определить поток вектора напряженности электрического поля точечного заряда <math>Q = 4,4 \cdot 10^{-11} \text{ Кл}</math>, помещенного в центре сферической (шаровой) поверхности. Относительная проницаемость среды <math>\epsilon_r = 2,2</math></p>	<p><math>N = 5 \text{ В} \cdot \text{м}</math>  <math>N = 2,26 \text{ В} \cdot \text{м}</math>  <math>N = 2 \text{ В} \cdot \text{м}</math>                      Задачу решить нельзя, так как неизвестен радиус сферической поверхности</p>		<p>9 13 32 67</p>	1,2	1.3	
2	<p>Заряженный шар радиусом <math>R</math> имеет поверхностную плотность заряда <math>\sigma</math>. Определить напряженность электрического поля для точек, расположенных на расстоянии <math>r = R</math>; <math>r = 2R</math>; <math>r = 4R</math>; <math>r = 10R</math>.                      По полученным данным построить график <math>E = f(r)</math></p>	<p>180л В/м 14,4л В/м 540л В/м 45л В/м</p>		<p>71 93 110 237</p>	2,3	1.3	
	Значения	Варианты					
		1-й	2-й	3-й	4-й		
	$R, \text{ см}$ $\sigma, \text{ Кл/м}^2$	$5 \cdot 10^{-8}$	$10 \cdot 10^{-8}$	$4 \cdot 10^{-8}$	$6 \cdot 10^{-8}$		

Продолжение контрольной карты 1.3

Но- мера за- да- ний	Содержание заданий	Ответы	Чис- ла ко- да	Номер ра кон- суль- таций	При непра- вильном ответе	
					час- ти	пара- граф
3	Определить напряженность электрического поля плоского конденсатора, если площадь его пластины $S$ и заряд $Q$ . Абсолютная диэлектрическая проницаемость диэлектрика $\epsilon_a = 50 \cdot 10^{-12}$ Ф/м	600 В/м 800 В/м 1000 В/м 400 В/м		130 148 188 206	4	1.3
	Значения	Варианты				
		1-й	2-й	3-й	4-й	
	$S, \text{ см}^2$ $Q, \text{ Кл}$	100 $5 \cdot 10^{-10}$	150 $4,5 \cdot 10^{-10}$	200 $4 \cdot 10^{-10}$	250 $10 \cdot 10^{-10}$	
4	По данным задания 3 определить напряженность электрического поля, создаваемого одной заряженной пластинной конденсатора в непосредственной близости от нее	500 В/м 300 В/м 400 В/м 200 В/м		226 232 266 288	3	1.3
5	Как изменится напряженность электрического поля плоского конденсатора, если, не изменяя величины заряда, увеличат расстояние между его пластинами в два раза? Расстояние между пластинами конденсатора мало по сравнению с размерами пластин	Увеличится в два раза Уменьшится в два раза Не изменится		305  317 88	4	1.3

## § 1.4. Электрический потенциал и напряжение

1. **Электрический потенциал.** На рис. 1.11 изображено электростатическое поле, создаваемое неподвижным точечным телом с положительным зарядом  $Q$ . В точку  $A$  этого поля помещена пробная частица, обладающая положительным зарядом  $q$ . Эта частица может перемещаться по направлению действующей на нее силы за пределы поля в бесконечно удаленную точку. При этом силами поля будет произведена работа за счет энергии поля тел с зарядами  $Q$  и  $q$ . Пробная заряженная частица имеет некоторую потенциальную энергию, которая уменьшается при переходе от точки к точке в электрическом поле по направлению линий напряженности. Она становится равной нулю за пределами электрического поля. При обратном перемещении заряженной частицы против сил взаимодействия ее с электрическим полем потенциальная энергия будет

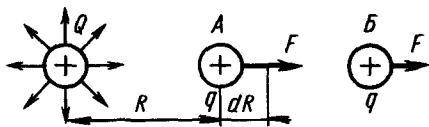


Рис. 1.11

возрастать за счет работы внешней неэлектрической силы. При движении заряженной частицы из точки  $A$  за пределы поля ее потенциальная энергия уменьшается на  $W_A$ . При этом совершается работа  $A_A = W_A$ .

Для вычисления энергии  $W_A$  поступают следующим образом. Путь, по которому движется пробная частица, разбивается на бесконечно малые отрезки  $dR$  ( $d$  — символ, указывающий на бесконечно малую длину пути  $R$ ). Считают, что в пределах элементарного участка пути  $dR$  сила  $F$  постоянна. Поэтому при перемещении пробной частицы на отрезке пути  $dR$  затрачивается энергия

$$dW = FdR = \frac{QqdR}{4\pi R^2 \epsilon_0}.$$

Общая энергия  $W_A$  находится как сумма бесконечно большого числа бесконечно малых  $dW$  на отрезке пути от  $R = R_A$  до  $R = \infty$ :

$$W_A = \int dW = \int_{R_A}^{\infty} \frac{QqdR}{4\pi R^2 \epsilon_0} = \frac{Qq}{4\pi \epsilon_0} \int_{R_A}^{\infty} \frac{dR}{R^2}.$$

Если пробное заряженное тело с самого начала поместить в более удаленную точку, например в точку  $B$ , то при его движении за пределы поля будет совершена работа  $A_B$ . При этом потенциальная энергия тела уменьшится на  $W_B = A_B$ . Ясно, что  $W_B \neq W_A$ .

Отношение потенциальной энергии заряженной частицы (пробного тела), помещенной в данную точку электрического поля, к величине ее заряда называется *электрическим потенциалом поля в этой точке*.

Таким образом, в точке  $A$  электрический потенциал  $\varphi_A = W_A/q$ , а в точке  $B$  потенциал  $\varphi_B = W_B/q$ . Принимая  $q = 1$  Кл, получим  $\varphi_A = W_A$ , а  $\varphi_B = W_B$ . Следовательно, электрический потенциал поля в какой-либо точке численно равен энергии, которую поле способно сообщить единичному заряженному пробному телу, находящемуся в этой точке.

Электрический потенциал является энергетической характеристикой поля в каждой его точке.

В СИ единицей потенциала является вольт (В):

$$[\varphi] = [W/q] = \text{Дж}/\text{Кл} = \text{А} \cdot \text{В} \cdot \text{с} / (\text{А} \cdot \text{с}) = \text{В}.$$

Потенциалы выражают также в киловольтах (кВ), милливольт-тах (мВ) и микровольтах (мкВ) (напомним что  $1 \text{ В} = 1000 \text{ мВ} = 1\,000\,000 \text{ мкВ}$  или  $1 \text{ В} = 10^3 \text{ мВ} = 10^6 \text{ мкВ}$ ). Кроме числового значения потенциал имеет определенный знак. Электрическое поле положительного заряда обладает положительным потенциалом. Если поле создается отрицательным зарядом (рис. 1.12), то силы поля будут препятствовать движению пробного тела с зарядом  $q$  из

данной точки в бесконечность. Это движение возможно не за счет энергии электрического поля, а за счет энергии внешнего источника. Потенциальная энергия заряженного тела, а следовательно, и электрический потенциал в этом случае будут иметь отрицательный знак. При теоретических исследованиях за начальный потенциал принимают потенциал бесконечно удаленной точки поля, где он равен нулю. При решении практических задач, относящихся к электрическим установкам, начальным обычно считают потенциал Земли, который принимают равным нулю.

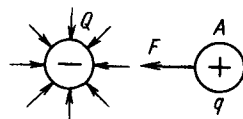


Рис. 1.12

Если электрическое поле создается точечным телом с электрическим зарядом  $Q$ , то потенциал в любой точке поля определяется по формуле

$$\varphi = Q/(4\pi R\epsilon_0), \quad (1.7)$$

где  $R$  — расстояние от заряда до данной точки.

**2. Эквипотенциальные поверхности. Электрическое напряжение.** В электрическом поле можно выделить точки, имеющие одинаковый потенциал. Поверхность, все точки которой имеют одинаковые потенциалы, называется *эквипотенциальной*. На рис. 1.13,а показаны две такие шаровые поверхности, в центре которых находится точечное тело с зарядом  $Q$ . Все точки поверхности первого шара удалены от заряженного тела на одинаковое расстояние  $R_A$  и имеют один и тот же потенциал  $\varphi_A$ . Аналогично, одинаковый потенциал  $\varphi_B$  имеют все точки поверхности второго шара, причем  $\varphi_A > \varphi_B$ .

С помощью электрических силовых и эквипотенциальных линий (след эквипотенциальной поверхности) можно графически изобразить картину электрического поля. Для этого сначала строят силовые линии, затем перпендикулярно им — эквипотенциальные линии. Причем разность потенциалов двух соседних линий берут везде одинаковой. В качестве примера на рис. 1.13,б изображено графически поле двухпроводной линии высокого напряжения. Расстояние между соседними эквипотенциальными линиями соответствует 10 кВ. Разность потенциалов двух точек электрического поля называется *электрическим напряжением*.

Так, между шаровыми поверхностями на рис. 1.13,а существует напряжение  $U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$ .

Если частица с зарядом  $q$  переносится в электрическом поле из точки  $A$  в точку  $B$ , то действующие на нее силы поля совершают работу  $A_{AB}$ . Отношение этой работы к величине переносимого заряда равно электрическому напряжению:

$$A_{AB}/q = W_A/q - W_B/q = \varphi_A - \varphi_B = U_{AB}. \quad (1.8)$$

Следовательно, *напряжение между любыми двумя точками электрического поля численно равно работе, затраченной на перемещение единичного заряда из одной точки поля в другую.*

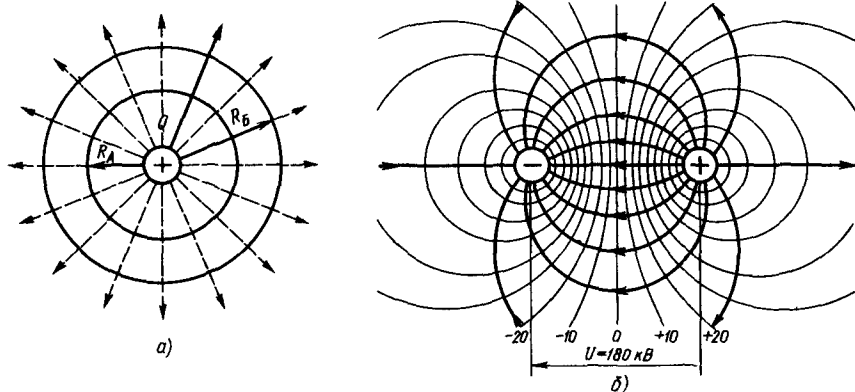


Рис. 1.13

Электрическое напряжение измеряют вольтметром, присоединяя его зажимы к точкам, напряжение между которыми требуется определить. Если один зажим вольтметра соединить с точкой  $A$ , а другой заземлить, то измеренное им напряжение будет равно потенциалу поля в точке  $A$ .

### § 1.5. Связь между напряженностью однородного электрического поля и разностью потенциалов

Каждая точка электрического поля характеризуется напряженностью  $E$  и электрическим потенциалом  $\phi$ . Первая величина численно равна силе, а вторая — потенциальной энергии единичного пробного заряженного тела, помещенного в данную точку электрического поля. Разность потенциалов двух точек поля называется электрическим напряжением. Теперь установим связь между напряженностью и электрическим напряжением. Для этого обратимся к рис. 1.14. Здесь изображено однородное электрическое поле. В точку  $A$  этого поля поместим пробное заряженное тело  $q$ . Пусть сила поля  $F$  переместит это тело в точку  $B$ , удаленную от точки  $A$  на расстояние  $d$ .

Согласно (1.8.), напряжение между точками  $A$  и  $B$  электрического поля  $U_{AB} = A_{AB}/q$ , где  $A_{AB}$  — работа, затраченная на перемещение пробного тела  $q$  из точки  $A$  в точку  $B$ .

Следовательно,

$$A_{AB} = U_{AB}q. \quad (1.9)$$

Эту же работу можно определить как произведение силы  $F$  на расстояние  $d$  между точками  $A$  и  $B$ , т. е.  $A_{AB} = Fd$ .

Напряженность однородного электрического поля  $E = F/q$ . Следовательно,

$$F = Eq, \text{ а } A_{AB} = Fd = Eqd. \quad (1.10)$$



Приравнявая правые части (1.9) и (1.10), получим  $U_{AB}q = Eqd$ . Отсюда

$$U_{AB} = Ed \quad (1.11)$$

Таким образом, *напряжение между двумя точками однородного электрического поля равно произведению напряженности поля на расстояние между этими точками.*

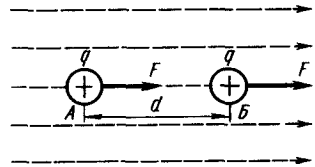


Рис. 1.14

**Пример. 1.4.** Пластины плоского конденсатора разделены парафинированной бумагой толщиной  $d = 0,1$  мм. Площадь каждой пластины  $S = 100$  см<sup>2</sup>. Определить напряженность поля и напряжение между пластинами конденсатора, если заряд каждой пластины  $Q = 4,3 \cdot 10^{-8}$  Кл.

**Решение.** Из табл. 1.1. находим относительную диэлектрическую проницаемость парафинированной бумаги  $\epsilon_r = 4,3$ . Поверхностная плотность заряда  $\sigma = Q/S = 4,3 \cdot 10^{-8} / (100 \cdot 10^{-4}) = 4,3 \cdot 10^{-6}$  Кл/м<sup>2</sup>.

Согласно (1.6), напряженность между пластинами плоского конденсатора  $E = \sigma/\epsilon_a = 4,3 \cdot 10^{-6} \cdot 36\pi \cdot 10^9 / 4,3 = 113 \cdot 10^3$  В/м, а напряжение на пластинах  $U = Ed = 113 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3} = 11,3$  В.

Обратите внимание на то, что расстояние  $d$  в последней формуле должно быть выражено в метрах ( $0,1$  мм =  $0,1 \cdot 10^{-3}$  м).

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 1.4.

Контрольная карта 1.4

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите						
					части	параграф					
1	Определить потенциал в точке А поля, которое создается точечным зарядом в воздухе. Расстояние $R_A$ и заряд указаны в таблице вариантов	45 В 72 В 22,5 В 18 В		70 72 113 111	1	1.4					
							Значения	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
$Q, \text{ Кл}$ $R_A, \text{ см}$	$2 \cdot 10^{-10}$ 10	$5 \cdot 10^{-10}$ 10	$5 \cdot 10^{-10}$ 10	$8 \cdot 10^{-10}$ 10							
2	Напряжение между проводами А, В, С линии передачи и землей равны: $U_{AZ} = 310$ В, $U_{BZ} = -155$ В, $U_{CZ} = -155$ В. Определить напряжения $U_{AB}$ , $U_{BC}$ , $U_{CA}$	$U_{AB} = 155$ В, $U_{BC} = 310$ В, $U_{CA} = -465$ В, $U_{AB} = 465$ В, $U_{BC} = 0$ , $U_{CA} = 465$ В, $U_{AB} = 465$ В, $U_{BC} = 0$ , $U_{CA} = -465$ В		7  16  34	2	1.4					

Продолжение контрольной карты 1.4

Но- мера за- да- ний	Содержание заданий	Ответы	Чис- ла ко- да	Но- мера кон- суль- та- ций	При непра- вильном ответе повторите		
					части	пара- граф	
3	Пластины плоского конденсатора, имеющие размеры $100 \times 100$ см, разделены миканитом. Определить заряд на каждой пластине, если известны напряжение $U$ и толщина диэлектрика $d$ конденсатора	$23 \cdot 10^{-6}$ Кл $69 \cdot 10^{-6}$ Кл $46 \cdot 10^{-6}$ Кл $92 \cdot 10^{-6}$ Кл		131 169 191 219	4	1.5 1.3	
	Значения	Варианты					
		1-й	2-й	3-й			4-й
	$U$ , В $d$ , мм	100 0,1	100 0,2	200 0,2	200 0,1		
4	Плоский конденсатор включен на постоянное напряжение $U$ . Как изменятся напряженность электрического поля и напряжение конденсатора, если его отключить от сети и увеличить расстояние между пластинами? Утечкой заряда с пластин пренебречь.	Напряженность поля и напряжение не изменятся. Напряженность поля и напряжение уменьшатся. Напряженность поля не изменится, напряжение увеличится Напряженность поля уменьшится, напряжение увеличится		211	4	1.5 1.3	
				251			
				250			
				290			
5	Плоский конденсатор включен на напряжение $U$ . Как изменится напряженность электрического поля конденсатора, если увеличить расстояние между пластинами, не отключая источника ЭДС?	Увеличится Не изменится Уменьшится Для ответа на вопрос нужны числовые данные		307	4	1.5 1.3	
				284			
				145			
				185			

## § 1.6. Проводники, диэлектрики и полупроводники

1. Проводники электрического тока. Явление электростатической индукции. Все вещества в зависимости от электропроводности делятся на проводники, диэлектрики и полупроводники. Проводники бывают первого и второго родов. К проводникам первого рода относятся все металлы и их сплавы. Кристаллическая решетка металла состоит из ряда положительных ионов, между которыми по всем направлениям перемещаются свободные электроны. При отсутствии внешнего электрического поля свободные электроны в металле перемещаются беспорядочно, т. е. в самых различных направлениях. Поместим металлический проводник в виде пластинки в электрическое поле плоского конденсатора напряженностью  $E$  (рис. 1.15). Под действием сил поля свободные электроны металли-

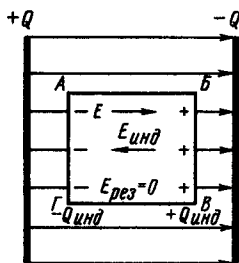


Рис. 1.15

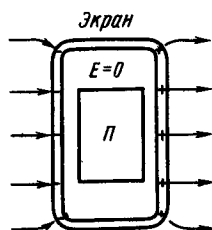


Рис. 1.16

ческой пластины будут перемещаться к положительно заряженной пластине конденсатора и накапливаются на одной поверхности  $AG$ , создавая на ней отрицательный заряд индукции  $-Q_{\text{инд}}$ . На другой поверхности пластины  $BB'$  появится такой же положительный заряд  $+Q_{\text{инд}}$ .

Таким образом, в пластине будет происходить разделение электрических зарядов. Довольно быстро заряд  $Q_{\text{инд}}$  достигнет заряда на пластинах конденсатора  $Q$ . После этого разделение электрических зарядов в проводнике прекратится. Явление разделения электрических зарядов в проводящем теле под действием внешнего электрического поля называется *электростатической индукцией*.

Заряды электростатической индукции  $+Q_{\text{инд}}$  и  $-Q_{\text{инд}}$  создадут в проводнике внутреннее поле с напряженностью  $E_{\text{инд}}$ , направленное противоположно внешнему полю. При равенстве зарядов  $Q_{\text{инд}} = Q$  равны и напряженности:  $E_{\text{инд}} = E$ . Таким образом, внутри металлического проводника возникает внутреннее поле, полностью уравновешивающее внешнее. Поэтому напряженность результирующего поля внутри проводника будет равна нулю, т. е.  $E_{\text{рез}} = E - E_{\text{инд}} = 0$ . Из-за отсутствия электростатического поля внутри проводника все его точки имеют одинаковый потенциал. Значит, поверхность проводника является эквипотенциальной поверхностью, а его объем — эквипотенциальным объемом результирующего электрического поля.

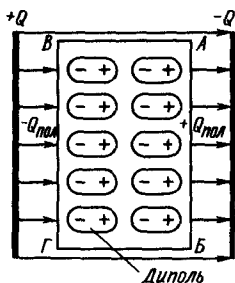


Рис. 1.17

Электрическое поле будет отсутствовать не только в сплошном проводнике, но и внутри металлической оболочки (рис. 1.16). Это свойство используется для защиты приборов от действия посторонних электростатических полей. Для этого прибор  $\Pi$  заключают в металлическую оболочку или сетку-экран.

К проводникам второго рода относятся расплавленные соли и водные растворы солей, кислот, щелочей. Эти проводники называют *электролитами*. При растворении часть молекул соли, кислоты или щелочи распадается на положительные и отрицательные

ионы, которые беспорядочно перемещаются по объему электролита. Но если в электролите создать электрическое поле, то под действием его сил ионы придут в упорядоченное движение: положительные ионы будут перемещаться преимущественно в направлении поля, а отрицательные — в противоположном. Такое упорядоченное движение ионов и представляет собой электрический ток.

Таким образом, по проводникам первого рода могут перемещаться свободные электроны, а по проводникам второго — ионы.

**2. Диэлектрики. Явление поляризации.** Рассмотрим материалы, которые в электротехнике называют *диэлектриками*. К ним относятся керамика, стекло, слюда, кварц, асбест, пластмассы, каучук, минеральные масла, лаки, воздух и др. В зависимости от своего физического состояния диэлектрики делятся на твердые, жидкие и газообразные.

В диэлектриках при нормальных условиях в отличие от проводников свободные электрически заряженные частицы почти отсутствуют. Поэтому они обладают ничтожной электропроводностью, т. е. не проводят электрический ток. При некоторых условиях в диэлектриках может происходить расщепление молекул на ионы (например, под действием высокой температуры или сильного электрического поля). В этом случае они теряют изолирующие свойства и становятся проводниками. Поместим в электрическое поле плоского конденсатора (рис. 1.17) пластину диэлектрика. Если в проводнике под влиянием сил электрического поля заряженные частицы передвигаются по всему объему проводника, то в диэлектрике свободного перемещения электрических зарядов произойти не может. Но в пределах одной молекулы диэлектрика возникает смещение положительно заряженных частиц вдоль направления электрического поля, а отрицательно заряженных частиц — в обратном направлении. Сдвинутые и одновременно связанные друг с другом заряженные частицы в пределах молекулы образуют так называемый *диполь*. Это явление называется *поляризацией диэлектрика*. Его поляризованность тем больше, чем сильнее электрическое поле.

Поляризация большинства диэлектриков полностью прекра-

щается с исчезновением внешнего поля. Лишь небольшая группа диэлектриков (сегнетова соль, титанат бария, титанат свинца и т. д.) с исчезновением внешнего поля сохраняет остаточную поляризацию. Подробнее рассмотрим процессы в диэлектрике, помещенном во внешнее электрическое поле, например в поле плоского конденсатора.

На поверхностях  $AB$  и  $BC$  диэлектрика, обращенных к пластинам конденсатора, сосредоточены заряды  $+Q_{\text{пол}}$  и  $-Q_{\text{пол}}$ . Внутри диэлектрика положительные и отрицательные заряды диполей взаимно уравниваются. Заряды поляризации  $+Q_{\text{пол}}$  и  $-Q_{\text{пол}}$  создают внутреннее электрическое поле (поле поляризации), направленное навстречу внешнему полю. Результирующее поле в диэлектрике определяется общим зарядом частиц  $Q_{\text{рез}} = Q - Q_{\text{пол}}$ . Это поле можно также представить как результат наложения двух полей: внешнего с напряженностью  $E$  и внутреннего с напряженностью  $E_{\text{пол}}$ , тогда результирующая напряженность поля в диэлектрике  $E_{\text{рез}} = E - E_{\text{пол}}$ .

Чем сильнее поляризуется диэлектрик, тем слабее результирующее поле, т. е. меньше его напряженность  $E_{\text{рез}}$  при том же внешнем поле, а следовательно, тем больше диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_a$ .

**3. Электрическая прочность диэлектрика.** При некоторой напряженности внешнего поля  $E$  может произойти местное разрушение диэлектрика с образованием канала высокой проводимости — пробой диэлектрика, в результате которого он потеряет свои изолирующие свойства и становится проводником. Напряженность электрического поля, при которой наступает пробой диэлектрика, называется *электрической прочностью диэлектрика* или *пробивной напряженностью*.

Таблица 1.2

Материал	$E_{\text{пр}}$ , кВ/мм	Материал	$E_{\text{пр}}$ , кВ/мм
Воздух	3	Миканит	15—20
Мрамор	3—4	Полистирол	20—30
Трансформаторное масло	5—15	Полиэтилен	50
Парафинированная бумага	10—25	Слюда	80—200
Фарфор	15—20		

Значения пробивной напряженности  $E_{\text{пр}}$  (при нормальных условиях и в однородном постоянном поле) некоторых диэлектриков приведены в табл. 1.2. Напряжение, при котором происходит пробой диэлектрика, называется *пробивным напряжением*.

Отношение пробивного напряжения  $U_{\text{пр}}$  к толщине диэлектрика в месте пробоя  $d$  равно напряженности поля при пробое, т. е. электрической прочности диэлектрика:

$$E_{\text{пр}} = U_{\text{пр}}/d. \quad (1.12)$$

Для надежной работы установки необходимо, чтобы допустимая напряженность  $E$  была в несколько раз меньше электрической прочности диэлектрика. Отношение  $k = E_{\text{пр}}/E$  называется *запасом прочности*.

**4. Полупроводники.** По значению своей электропроводности полупроводники занимают промежуточное положение между проводниками и диэлектриками и обладают рядом свойств, связанных с существованием в них электронной и дырочной электропроводностей. Дырочная электропроводность обусловлена перемещением под действием электрического поля так называемых *дырок*, т. е. не занятых валентными электронами мест в атомах, что эквивалентно перемещению положительно заряженных частиц, заряды которых по абсолютной величине равны зарядам электронов. Электропроводность полупроводников в большой степени зависит от температуры, примесей, освещенности. При низких температурах полупроводники имеют большое удельное сопротивление и практически являются изоляторами. С повышением температуры их удельное сопротивление сильно уменьшается. При наличии примесей электропроводность полупроводников изменяется. Полупроводниками являются кремний, германий, селен, закись меди, сурьмястый свинец и др.

**Пример 1.5.** Между пластинами плоского конденсатора находится парафинированная бумага толщиной  $d = 0,04$  мм. Определить напряжение между пластинами конденсатора, при котором произойдет пробой диэлектрика, а также допустимое напряжение, если запас прочности  $k = 3,2$ .

**Решение.** По табл. 1.2 берем электрическую прочность бумаги  $E_{\text{пр}} = 17,5$  кВ/мм. Пробивное напряжение  $U_{\text{пр}} = E_{\text{пр}}d = 17,5 \cdot 0,04 = 0,7$  кВ  $= 700$  В. Допустимое напряжение  $U_{\text{доп}} = U_{\text{пр}}/k = 700/3,2 = 220$  В.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 1.5.

Контрольная карта 1.5

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консуль- таций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
1	В каких веществах (из указанных справа) концентрация свободных электронов максимальна?	Селен Алюминий Водный раствор серной кислоты Слюда		10 14 51 59	1,2	1.6

Продолжение контрольной карты 1.5

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите																				
					часть	параграф																			
2	В электрическое поле помещена пластина из изоляционного материала, обернутая металлической фольгой. При какой напряженности произойдет пробой пластины?	При пробивной При любой напряженности пробоя не будет При любой		73	1	1.6																			
				92																					
				112																					
3	Зависит ли электрическая прочность диэлектрика от его толщины?	Зависит Не зависит		129 149	3	1.6																			
4	<p>Пространство между параллельными металлическими пластинами заполнено диэлектриком, пробивная напряженность которого <math>E_{пр}</math>. Рабочее напряжение <math>U_p</math> меньше пробивного в три раза. Определить <math>U_p</math>, если толщина диэлектрика <math>d</math></p> <table border="1" data-bbox="159 893 574 1101"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Значения</th> <th colspan="4">Варианты</th> </tr> <tr> <th>1-й</th> <th>2-й</th> <th>3-й</th> <th>4-й</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>E_{пр}</math>, кВ/мм</td> <td>15</td> <td>10</td> <td>80</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td><math>d</math>, мм</td> <td>0,1</td> <td>0,12</td> <td>0,03</td> <td>0,1</td> </tr> </tbody> </table>	Значения	Варианты				1-й	2-й	3-й	4-й	$E_{пр}$ , кВ/мм	15	10	80	3	$d$ , мм	0,1	0,12	0,03	0,1	800 В 500 В 400 В 100 В		189	3	1.6
			Значения	Варианты																					
		1-й		2-й	3-й	4-й																			
$E_{пр}$ , кВ/мм	15	10	80	3																					
$d$ , мм	0,1	0,12	0,03	0,1																					
207																									
225 229																									
5	Назовите полупроводниковые материалы	Германий, кремний, миканит, закись меди Германий, кремний, селен, закись меди Кремний		267  287  306	4	1.6																			

## ЗАДАЧИ К ГЛАВЕ 1

1.1. Два точечных тела с зарядами  $Q_1 = Q_2 = 6 \cdot 10^{-11}$  Кл расположены в воздухе на расстоянии 12 см друг от друга. Определить напряженность поля этих зарядов в точке  $B$  (рис. 1.18), если она находится на перпендикуляре  $B\Gamma$  к прямой  $AB$ , а  $A\Gamma = B\Gamma = 8$  см.

Ответ:  $E \approx 76$  В/м.

1.2. Два точечных заряженных тела, имеющих одинаковые по значению и противоположные по знаку заряды  $Q$ , расположены в воздухе, как показано на рис. 1.19. Определить значение зарядов, если в точке  $A$  напряженность поля  $E_A = 90$  В/м.

Ответ:  $Q \approx 5,33 \cdot 10^{-10}$  Кл.

1.3. Поверхностная плотность заряда на пластинах плоского конденсатора  $\sigma = 10^{-10}$  Кл/м<sup>2</sup>. Определить силу, действующую на положительный пробный заряд  $q = 10^{-12}$  Кл, находящийся в электрическом поле конденсатора.

Ответ:  $F = 11,3 \cdot 10^{-12}$  Н.

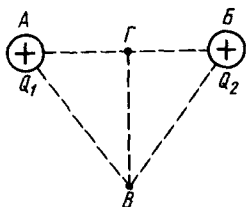


Рис. 1.18

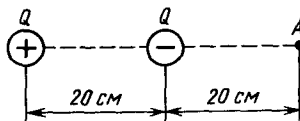


Рис. 1.19

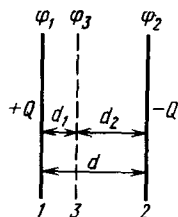


Рис. 1.20

1.4. Пластины плоского конденсатора имеют размеры  $10 \times 5$  см и удалены друг от друга на расстояние 3 мм. Определить поток вектора напряженности электрического поля сквозь плоскость, расположенную между пластинами параллельно им, если напряжение между пластинами  $U = 120$  В.

Ответ:  $N = 200$  В · см.

1.5. К пластинам плоского конденсатора, имеющим размеры  $100 \times 120$  см, подведено напряжение  $U = 6$  кВ. Определить напряженность электрического поля в диэлектрике и заряд на каждой пластине, если расстояние между пластинами  $d = 0,45$  см, а между ними — стекло ( $\epsilon_r = 5$ ). Как изменятся полученные результаты, если удалить из конденсатора стекло, не отключая напряжение?

Ответ:  $E = 1333$  кВ/м,  $Q = 7,08 \cdot 10^5$  Кл.

После удаления стекла напряженность электрического поля останется неизменной, так как  $U = \text{const}$ , а заряд на каждой пластине уменьшится в пять раз.

1.6. Между пластинами 1 и 2 плоского конденсатора (рис. 1.20) внесена тонкая металлическая пластина 3. Расстояния  $d_1 = 4$  мм,  $d_2 = 6$  мм. Напряжение между пластинами конденсатора  $U_{12} = 110$  В. Определить потенциал пластины 3, полагая равным нулю потенциал отрицательно заряженной пластины.

Ответ:  $\varphi_3 = 66$  В.

1.7. Плоский воздушный конденсатор с размерами пластин  $80 \times 60$  см и расстоянием между ними  $d = 0,5$  см включается на напряжение  $U = 2$  кВ. После заряда конденсатора его отключили от источника напряжения и увеличили вдвое расстояние между пластинами. Определить заряд на каждой пластине, напряженность электрического поля и напряжение между пластинами после отключения источника. Утечкой зарядов с пластин пренебречь.

Ответ:  $Q = 17 \cdot 10^{-7}$  Кл,  $E = 400$  кВ/м,  $U = 4$  кВ.

1.8. Электрическая прочность диэлектрика конденсатора  $E_{\text{пр}} = 12$  кВ/мм. Определить рабочее напряжение конденсатора, если толщина его диэлектрика 2 мм, а запас прочности изоляции четырехкратный.

Ответ  $U_p = 6$  кВ.



## Глава 2

### ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЕМКОСТЬ И КОНДЕНСАТОРЫ

#### § 2.1. Электрическая емкость конденсатора

**1. Электрическая емкость конденсатора.** Конденсатором называют устройство, состоящее из двух металлических пластин или проводников произвольной формы (обкладок), разделенных диэлектриком. Простейший по устройству плоский конденсатор образуется плоскими параллельно расположенными металлическими пластинами, разделенными слоем изоляции (рис. 2.1). Если пластины конденсатора присоединить к источнику питания с постоянным напряжением  $U$ , то на них образуются равные по величине, но противоположные по знаку электрические заряды  $+Q$  и  $-Q$ .

Явление накопления заряда в конденсаторе связано с возникновением электрического поля в его диэлектрике. Под действием сил поля на поверхностях диэлектрика, прилегающих к его обкладкам, возникают связанные заряды. Они отталкивают одноименные заряды обкладок и притягивают разноименные. В результате на одной обкладке конденсатора образуется положительный заряд, а на другой — отрицательный.

Отношение заряда одной из обкладок  $Q$  к приложенному напряжению  $U$  называется емкостью конденсатора  $C$ . Таким образом, емкость

$$C = Q/U. \quad (2.1)$$

Единицей емкости служит фарад (Ф). Емкостью в 1 Ф обладает конденсатор, у которого при заряде каждой пластины в 1 Кл напряжение между пластинами равно 1 В. Фарад — крупная единица, поэтому часто емкость выражают в микрофарадах ( $1 \text{ мкФ} = 10^{-6} \text{ Ф}$ ) и пикофарадах ( $1 \text{ пФ} = 10^{-12} \text{ Ф}$ ).

Конденсаторы различаются формой электродов, типом диэлектрика (слюда, бумага, керамика) и емкостью. В электролитических конденсаторах диэлектриком служит тонкая пленка оксида алюминия с очень высокой диэлектрической проницаемостью. Такие конденсаторы имеют большую емкость при сравнительно небольших размерах и применяются только в цепях постоянного тока. Каждый конденсатор характеризуется номинальной емкостью и напряжением, которое длительное время выдерживает его диэлектрик.

Воздушные конденсаторы состоят из системы подвижных пластин (ротора) и системы неподвижных пластин. При перемещении ротора изменяется активная площадь пластин, т. е. площадь, находя-

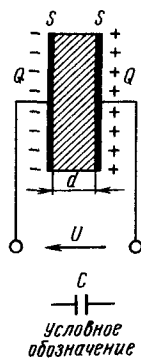


Рис. 2.1

щаяся в электрическом поле. Воздушные конденсаторы применяются в качестве плавно регулируемых небольших переменных емкостей.

**2. Электрическая емкость плоского конденсатора.** Выведем формулу емкости плоского конденсатора. Согласно (1.6), напряженность поля плоского конденсатора  $E = \sigma/\epsilon_a$ . Отсюда поверхностная плотность заряда  $\sigma = E\epsilon_a$ . Напряжение между пластинами плоского конденсатора, согласно (1.11),  $U = Ed$ .

Величина заряда на пластинах конденсатора  $Q$  равна произведению поверхностной плотности заряда  $\sigma$  на площадь пластины  $S$ , т. е.  $Q = \sigma S$ . Следовательно, емкость конденсатора

$$C = Q/U = \sigma S / (Ed) = E\epsilon_a S / (Ed) = \epsilon_a S / d = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{S}{d}. \quad (2.2)$$

Итак, емкость плоского конденсатора прямо пропорциональна диэлектрической проницаемости диэлектрика, площади пластин и обратно пропорциональна расстоянию между пластинами.

**Пример 2.1.** Определить емкость плоского конденсатора, если площадь каждой пластины  $S = 100 \text{ см}^2$ . Пространство между пластинами заполнено парафинированной бумагой толщиной  $d = 0,1 \text{ мм}$ .

**Решение.** Абсолютная диэлектрическая проницаемость парафинированной бумаги  $\epsilon_a = \epsilon_r \epsilon_0$ . По табл. 1.1 находим  $\epsilon_r = 4,3$ . Электрическая постоянная

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м.}$$

Площадь пластин  $S = 100 \text{ см}^2 = 100 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ , а расстояние между пластинами  $d = 0,1 \text{ мм} = 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ .

Емкость конденсатора

$$C = \epsilon_r \epsilon_0 S / d = 4,3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 100 \cdot 10^{-4} / (0,1 \cdot 10^{-3}) = 3805 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} = 3805 \text{ пФ.}$$

## § 2.2. Емкость двухпроводной линии

Двухпроводную линию можно представить как естественный конденсатор, обладающий определенной емкостью. Определим емкость двухпроводной воздушной линии ( $\epsilon_r = 1$ ), у которой радиус проводов  $r_0$  (рис. 2.2), расстояние между осями проводов  $a$  и длина проводов  $l$ .

При напряжении  $U$  на проводах образуются равные по величине, но противоположные по знаку электрические заряды  $+Q$  и  $-Q$ .

В реальных линиях  $a \gg r_0$ . При этих условиях взаимное влияние проводов на распределение зарядов по поверхности не учитывается и заряд каждого провода распределен равномерно по его поверхности. Сначала вычислим напряженность поля в некоторой

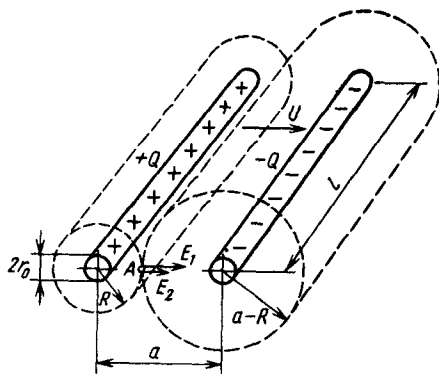


Рис. 2.2

точке  $A$ , лежащей в плоскости, проходящей через оси проводов и находящейся на расстоянии  $R$  от оси первого провода. Проведем через точку  $A$  пунктиром две цилиндрические поверхности. Ось первого цилиндра радиусом  $R$  совпадает с осью первого провода, а ось второго цилиндра радиусом  $a - R$  — с осью второго провода.

Напряженность поля  $E_1$  первого провода во всех точках поверхности радиуса  $R$  одинакова, и линии напряженности перпендикулярны этой поверхности. Поэтому поток вектора напряженности через боковую поверхность первого цилиндра  $N = E_1 2\pi R l$ , а через основания цилиндра равен нулю, так как линии напряженности их не пронизывают.

Согласно теореме Гаусса,  $N = Q/\epsilon_a = Q/(\epsilon_r \epsilon_0)$ . Приравнявая правые части полученных равенств, получим  $E_1 2\pi R l = Q/(\epsilon_r \epsilon_0)$ . Отсюда напряженность электрического поля первого провода в точке  $A$

$$E_1 = Q / (2\pi R l \epsilon_r \epsilon_0).$$

Напряженность электрического поля второго провода в точке  $A$  находится аналогично:

$$E_2 = \frac{Q}{2\pi(a-R)l\epsilon_r\epsilon_0}.$$

Векторы напряженности поля  $E_1$  и  $E_2$  в точке  $A$  направлены одинаково, поэтому результирующая напряженность поля в этой точке

$$E = E_1 + E_2 = \frac{Q}{2\pi l \epsilon_r \epsilon_0} \left[ \frac{1}{R} + \frac{1}{a-R} \right].$$

Напряжение между проводами  $U = \int_{r_0}^{a-r_0} E dR$ .

Подставляя в это выражение напряженность поля, получим

$$\begin{aligned} U &= \int_{r_0}^{a-r_0} \frac{Q}{2\pi l \epsilon_r \epsilon_0} \left[ \frac{1}{R} + \frac{1}{a-R} \right] dR = \frac{Q}{2\pi l \epsilon_r \epsilon_0} \left[ \ln R \right]_{r_0}^{a-r_0} - \\ &- \ln(a-R) \Big|_{r_0}^{a-r_0} = \frac{Q}{2\pi l \epsilon_r \epsilon_0} \left[ \ln(a-r_0) - \ln r_0 - \ln r_0 + \ln(a-r_0) \right] = \\ &= \frac{Q}{2\pi l \epsilon_r \epsilon_0} 2 \ln \frac{a-r_0}{r_0} = \frac{Q}{\pi l \epsilon_r \epsilon_0} \ln \frac{a-r_0}{r_0}. \end{aligned}$$

Так как  $a \gg r_0$  и разность  $a - r_0$  мало отличается от  $a$ , то напряжение между проводами  $U = \frac{Q}{\pi l \epsilon_r \epsilon_0} \ln \frac{a}{r_0}$ .

Емкость двухпроводной линии

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\pi l \epsilon_r \epsilon_0}{\ln(a/r_0)}$$

Подставляя  $\epsilon_r = 1$  и  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м, получим

$$C = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \pi l}{\ln(a/r_0)}. \quad (2.3)$$

## § 2.3. Энергия заряженного конденсатора

Если в схеме рис. 2.3,а переключатель  $\Pi$  перевести в положение 1, то конденсатор  $C$  будет подключен к батарее  $B$  и зарядится до напряжения  $U$  этой батареи. В электрическом поле конденсатора при этом накопится энергия  $W_C$ . При перебрасывании переключателя в положение 2 конденсатор разрядится через электрическую лампочку  $L$ , которая дает вспышку. Энергия электрического поля при этом перейдет в тепловую и световую энергию. В § 1.3 было установлено, что напряженность электрического поля плоского конденсатора  $E$  в два раза больше напряженности поля одной его пластины  $E_{\text{пл}}$ , т. е.  $E=2E_{\text{пл}}$ . Согласно (1.11), напряжение между пластинами конденсатора  $U = Ed = 2E_{\text{пл}}d$ . Отсюда  $E_{\text{пл}} = U/(2d)$ .

Электрическая емкость конденсатора  $C=Q/U$ ; значит, заряд на каждой пластине

$$Q = CU. \quad (2.4)$$

Определим энергию, запасаемую в электрическом поле конденсатора. После заряда конденсатор отключим от источника питания. Так как на пластинах конденсатора останутся заряды  $+Q$  и  $-Q$ , то на каждую из пластин будут действовать механические силы. Сила  $F$ , действующая на положительно заряженную пластину, будет создаваться полем отрицательно заряженной пластины (рис. 2.3,б). Если отрицательно заряженную пластину закрепить, а положительно заряженную предоставить возможность свободно перемещаться, то она, переместившись на расстояние  $d$ , коснется отрицательно заряженной. При этом произойдет взаимная нейтрализация зарядов и поле исчезнет. Механическая работа  $A$ , совершаемая при этом, равна

$$A = Fd.$$

Сила, с которой отрицательно заряженная пластина притягивает к себе положительно заряженную,

$$F = E_{\text{пл}}Q = \frac{U}{2d}CU = \frac{CU^2}{2d}.$$

Следовательно,

$$A = Fd = \frac{CU^2d}{2d} = \frac{CU^2}{2}.$$

Согласно закону сохранения энергии, механическая работа  $A$  должна быть равна энергии  $W_C$ , первоначально сосредоточенной в электрическом поле, т. е.  $W_C = A$ .

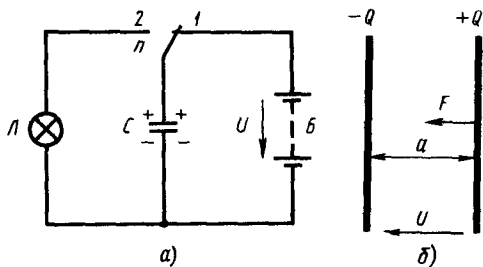


Рис. 2.3

Таким образом, энергия электрического поля конденсатора

$$W_c = CU^2/2. \quad (2.5)$$

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 2.1.

Контрольная карта 2.1

Номер задания	Содержание заданий					Ответы	Числа кода	Номер консультации	При неправильном ответе повторите	
									части	параграф
1	Емкость кабельной линии 0,04 мкФ/км. Известны напряжение $U$ и длина кабеля $l$ . Определить заряд на каждой жиле разомкнутой линии					$4,4 \cdot 10^{-6}$ Кл $0,44 \cdot 10^{-6}$ Кл $2,2 \cdot 10^{-6}$ Кл $1,1 \cdot 10^{-6}$ Кл		11 17 50 60	1	2.1
	Значения	Варианты								
		1-й	2-й	3-й	4-й					
$U, В$ $l, км$	110 0,1	220 0,5	110 0,25	220 0,25						
2	Определить емкость плоского конденсатора, каждая обкладка которого имеет площадь $S$ . Пространство между обкладками заполнено миканитом толщиной $d$					52 пФ 88,5 пФ 26 пФ 177 пФ		74 115 133 152	2	2.1
	Значения	Варианты								
		1-й	2-й	3-й	4-й					
$S, см^2$ $d, мм$	10,0 0,52	10,0 0,26	5,0 0,885	10,0 0,885						
3	Как изменится емкость плоского конденсатора, если площадь его пластин увеличить в три раза, а расстояние между ними уменьшить в два раза?					Увеличится в 1,5 раза Увеличится в 6 раз Уменьшится в 6 раз		168 192 209	2	2.1
4	Как изменяется емкость кабельной линии с увеличением ее длины?					Не изменяется Увеличивается Уменьшается		212 231 269	2	2.1

Продолжение контрольной карты 2.1

Номер задания	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
5	По данным задания 2 определить энергию электрического поля конденсатора, если его напряжение $U \approx 100$ В	$88,5 \cdot 10^{-8}$ Дж $26 \cdot 10^{-8}$ Дж $44,25 \cdot 10^{-8}$ Дж $13 \cdot 10^{-8}$ Дж		291 308 265 184		2.2

## § 2.4. Последовательное соединение конденсаторов

**1. Распределение напряжений.** При отсутствии конденсатора нужной емкости его можно заменить несколькими конденсаторами с другими параметрами. Когда емкость одного конденсатора мала, то соединяют несколько конденсаторов параллельно. Если напряжение велико и диэлектрик конденсатора может быть пробит, применяется последовательное соединение конденсаторов, иногда используется и смешанное соединение.

На рис. 2.4 конденсаторы  $C_1 - C_3$  соединены последовательно. С источником энергии соединяются только крайние обкладки: обкладка 1 соединяется с положительным полюсом источника, а обкладка 6 с отрицательным. Эти обкладки получают электрические заряды  $+Q$  и  $-Q$  непосредственно от источника энергии. Обкладки 2—5 заряжаются вследствие электростатической индукции. На обкладках 2 и 3, соединенных проводником  $B$ , и обкладках 4 и 5, соединенных проводником  $B$ , происходит разделение зарядов, нейтрализовавших друг друга.

Таким образом, при последовательном соединении конденсаторов на всех обкладках возникают одинаковые электрические заряды.

Напряжение источника энергии можно представить как разность потенциалов поля в точках  $A$  и  $\Gamma$ , т. е.  $U = \varphi_A - \varphi_\Gamma$ .

Напряжения на конденсаторах равны:  $U_1 = \varphi_A - \varphi_B$ ;  $U_2 = \varphi_B - \varphi_V$ ;  $U_3 = \varphi_V - \varphi_\Gamma$ . Сложим правые части уравнений:  $\varphi_A - \varphi_B + \varphi_B - \varphi_V + \varphi_V - \varphi_\Gamma = \varphi_A - \varphi_\Gamma$ .

Левая часть полученного равенства выражает сумму напряжений конденсаторов, а правая — напряжение, которое подводится от источника энергии, т. е.

$$U_1 + U_2 + U_3 = U. \quad (2.6)$$

Таким образом, при последовательном соединении конденсаторов сумма напряжений равна приложенному к цепи напряжению.

Пользуясь формулой  $C = Q/U$ , напряжение на каждом конденсаторе можно выразить так:

$$U_1 = Q/C_1; U_2 = Q/C_2; U_3 = Q/C_3. \quad (2.7)$$

Из (2.7) видно, что при различных значениях емкостей включенных последовательно конденсаторов напряжения на них будут различными: чем больше емкость конденсатора, тем меньше напряжение на нем.

**2. Эквивалентная емкость.** Цепь последовательно соединенных конденсаторов можно заменить одним эквивалентным конденсатором с емкостью  $C$ . Эквивалентность этого конденсатора состоит в том, что он под действием напряжения  $U$  приобретает такой же заряд  $Q$ , как и вся батарея последовательно соединенных конденсаторов. Общее напряжение выразим через эквивалентную емкость:

$$U = Q/C. \quad (2.8)$$

Правые части (2.7) и (2.8) подставим в (2.6). Тогда  $Q/C_1 + Q/C_2 + Q/C_3 = Q/C$ . Сократив на  $Q$ , получим

$$1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3 = 1/C. \quad (2.9)$$

Таким образом, при последовательном соединении конденсаторов величина, обратная эквивалентной емкости, равна сумме обратных величин емкостей отдельных конденсаторов.

Для последовательного соединения двух конденсаторов (емкостью  $C_1$  и  $C_2$ )

$$\begin{aligned} 1/C &= 1/C_1 + 1/C_2 = (C_1 + C_2)/(C_1 C_2), \\ \text{или } C &= C_1 C_2 / (C_1 + C_2). \end{aligned} \quad (2.10)$$

Если последовательно соединяют  $n$  одинаковых конденсаторов емкостью  $C_n$ , то эквивалентная емкость

$$C = C_n/n. \quad (2.11)$$

*Эквивалентная емкость при последовательном соединении конденсаторов меньше емкости самого малого из них.*

Это можно объяснить тем, что между обкладками 1 и 6 (рис. 2.4), к которым присоединяется источник энергии, находятся диэлектрики всех трех конденсаторов. С увеличением толщины диэлектрика согласно (2.2) емкость конденсатора снижается. С увеличением толщины диэлектрика увеличивается пробивное, а следовательно, и допустимое рабочее напряжение. Поэтому последовательное соединение конденсаторов применяется для увеличения допустимого рабочего напряжения всей цепи конденсаторов.

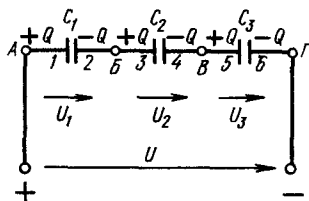


Рис. 2.4

**Пример 2.2.** Известны емкости конденсаторов:  $C_1 = 2$  мкФ;  $C_2 = 3$  мкФ и  $C_3 = 6$  мкФ (рис. 2.4). Заряд батареи конденсаторов  $Q = 200 \cdot 10^{-6}$  Кл. Определить напряжение на зажимах цепи и на каждом конденсаторе.

**Решение.** Напряжения на каждом конденсаторе:

$$U_1 = Q/C_1 = 200 \cdot 10^{-6} / (2 \cdot 10^{-6}) = 100 \text{ В};$$

$$U_2 = Q/C_2 = 200 \cdot 10^{-6} / (3 \cdot 10^{-6}) = 66,7 \text{ В};$$

$$U_3 = Q/C_3 = 200 \cdot 10^{-6} / (6 \cdot 10^{-6}) = 33,3 \text{ В}.$$

Напряжение на зажимах цепи  $U = U_1 + U_2 + U_3 = 100 + 66,7 + 33,3 = 200 \text{ В}$ .

## § 2.5. Параллельное соединение конденсаторов

В § 2.4 было сказано, что при последовательном соединении конденсаторов их эквивалентная емкость уменьшается, а общее допустимое рабочее напряжение увеличивается. Так, цепь с последовательным соединением трех конденсаторов с одинаковой емкостью 3 мкФ и допустимым рабочим напряжением 200 В можно заменить одним конденсатором емкостью 1 мкФ и допустимым рабочим напряжением 600 В.

На практике часто требуется увеличить не допустимое рабочее напряжение, а эквивалентную емкость, для чего конденсаторы соединяют параллельно (рис. 2.5). При этом их подключают к одним и тем же зажимам — полюсам источника энергии. Следовательно, они находятся под одним напряжением, т. е.  $U_1 = U_2 = U_3 = U$ .

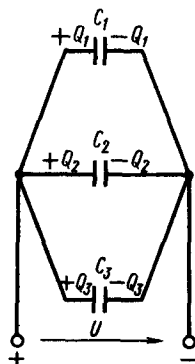
Заряды на обкладках отдельных конденсаторов прямо пропорциональны их емкости:

$$Q_1 = C_1 U; \quad Q_2 = C_2 U; \quad Q_3 = C_3 U. \quad (2.12)$$

Общий заряд равен сумме зарядов на отдельных конденсаторах:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3. \quad (2.13)$$

Эквивалентная емкость трех параллельно соединенных конденсаторов



$$C = Q/U = (Q_1 + Q_2 + Q_3)/U = C_1 + C_2 + C_3. \quad (2.14)$$

Таким образом, при параллельном соединении конденсаторов эквивалентная емкость равна сумме емкостей отдельных конденсаторов.

Это объясняется тем, что при параллельном соединении как бы увеличивается общая поверхность каждой из разноименно заряженных пластин.

Рис. 2.5



## § 2.6. Смешанное соединение конденсаторов

**1. Определение эквивалентной емкости.** На рис. 2.6, а показана одна из возможных схем смешанного соединения конденсаторов (последовательного и параллельного). Поэтому при расчете таких электростатических цепей пользуются формулами для последовательного и параллельного соединения конденсаторов. Покажем это на следующем примере.

**Пример 2.3.** В схеме рис. 2.6, а дано напряжение  $U = 100$  В и емкости всех конденсаторов:  $C_1 = 6$  мкФ;  $C_2 = 1,5$  мкФ;  $C_3 = 3$  мкФ;  $C_4 = 3$  мкФ;  $C_5 = 6$  мкФ. Определить эквивалентную емкость всей цепи, заряд и напряжение на каждом конденсаторе.

**Решение.** Конденсаторы  $C_2$  и  $C_3$  соединены последовательно. Их заменим одним конденсатором с эквивалентной емкостью:

$$C_{23} = C_2 C_3 / (C_2 + C_3) = 1,5 \cdot 3 / (1,5 + 3) = 1 \text{ мкФ}.$$

Аналогично этому конденсаторы  $C_4$  и  $C_5$  заменим эквивалентным конденсатором емкостью

$$C_{45} = C_4 C_5 / (C_4 + C_5) = 3 \cdot 6 / (3 + 6) = 2 \text{ мкФ}.$$

После замены схема рис. 2.6, а упростится и примет вид, показанный на рис. 2.6, б. Емкости  $C_{23}$  и  $C_{45}$  соединены параллельно. Их эквивалентная емкость  $C_{2-5} = C_{23} + C_{45} = 1 + 2 = 3$  мкФ. При этом схему рис. 2.6, б можно заменить схемой рис. 2.6, в. Емкости  $C_1$  и  $C_{2-5}$  соединены последовательно. Поэтому их эквивалентная емкость

$$C = C_1 C_{2-5} / (C_1 + C_{2-5}) = 6 \cdot 3 / (6 + 3) = 2 \text{ мкФ}.$$

Таким образом, постепенно преобразуя схему рис. 2.6, а, приводим ее к простейшему виду с одной емкостью (рис. 2.6, г)

**2. Электрический заряд и напряжение конденсаторов.** Определим электрический заряд эквивалентного конденсатора:

$$Q = CU = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 100 = 200 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}.$$

Такой же заряд будет на конденсаторах емкостью  $C_1$  и  $C_{2-5}$  (рис. 2.6, в), т. е.  $Q_1 = Q_{2-5} = 200 \times 10^{-6}$  Кл.

Учитывая это и используя (2.7), находим напряжения:

$$U_1 = Q_1 / C = 200 \times 10^{-6} / (6 \cdot 10^{-6}) = 33,3 \text{ В};$$

$$U_{2-5} = Q_{2-5} / C_{2-5} = 200 \times 10^{-6} / (3 \cdot 10^{-6}) = 66,7 \text{ В}.$$

Напряжение батарей конденсаторов

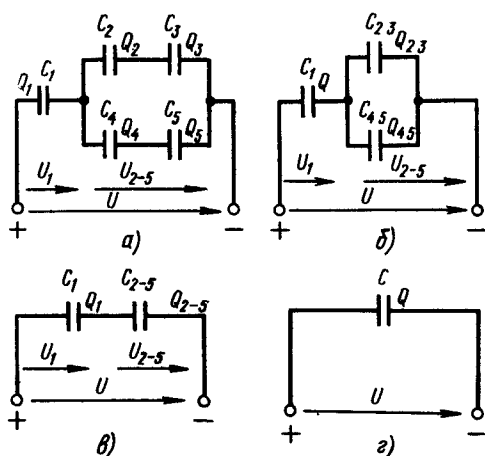


Рис. 2.6

$$U = U_1 + U_{2-5} = 33,3 + 67,7 = 100 \text{ В.}$$

Напряжение на конденсаторах емкостью  $C_{23}$  (рис. 2.6, б) равно напряжению на конденсаторах емкостью  $C_{45}$ :  $U_{23} = U_{45} = 66,7 \text{ В}$ . Значит, заряд  $Q_{23} = C_{23}U_{23} = 1 \cdot 10^{-6} \cdot 66,7 = 66,7 \times 10^{-6} \text{ Кл}$ , а  $Q_{45} = C_{45}U_{45} = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 66,7 = 133,4 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$ .

Конденсаторы  $C_2$  и  $C_3$  соединены последовательно. Поэтому они имеют одинаковый заряд:  $Q_2 = Q_3 = Q_{23} = 66,7 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$ .

Аналогично этому конденсаторы  $C_4$  и  $C_5$  имеют одинаковые заряды:  $Q_4 = Q_5 = Q_{45} = 133,4 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$ .

Находим напряжения  $U_2, U_3, U_4, U_5$  по известным значениям электрических зарядов и емкости:

$$U_2 = Q_2/C_2 = 66,7 \cdot 10^{-6} / (1,5 \cdot 10^{-6}) = 44,5 \text{ В};$$

$$U_3 = Q_3/C_3 = 66,7 \cdot 10^{-6} / (3 \cdot 10^{-6}) = 22,2 \text{ В};$$

$$U_4 = Q_4/C_4 = 133,4 \cdot 10^{-6} / (3 \cdot 10^{-6}) = 44,5 \text{ В};$$

$$U_5 = Q_5/C_5 = 133,4 \cdot 10^{-6} / (6 \cdot 10^{-6}) = 22,2 \text{ В}.$$

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 2.2.

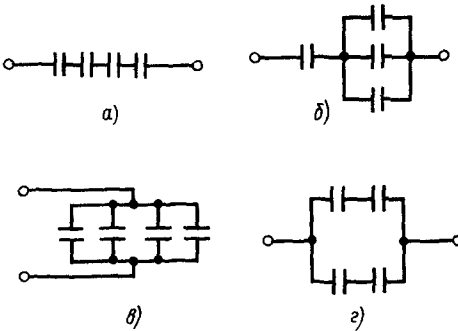


Рис. 2.7

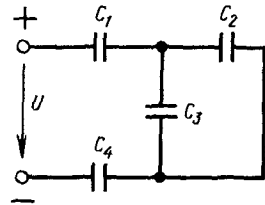


Рис. 2.8

Контрольная карта 2.2

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
1	Из конденсаторов емкостью 1 мкФ и рабочим напряжением 300 В составлены четыре схемы (рис. 2.7, а — г). Назовите схему, эквивалентная емкость которой равна $C$ , а рабочее напряжение $U_p$	Рис. 2.7, а Рис. 2.7, б Рис. 2.7, в Рис. 2.7, г		180	1,2	2,3
						19
				52	1,2	2,5
						61

Продолжение контрольной карты 2.2

Номера заданий	Содержание заданий					Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
	Значения	Варианты							части	параграф
		1-й	2-й	3-й	4-й					
	$C, \text{ мкФ}$ $U_p, \text{ В}$	4 300	0,25 1200	0,75 400	1,0 600					
2	В схеме рис. 2.8 известны емкости всех конденсаторов. Определить емкость эквивалентного конденсатора $C$					1,6 мкФ 0,75 мкФ 1 мкФ		76 117 135	1	2.5
	Значения	Варианты				1,2 мкФ	154			
		1-й	2-й	3-й	4-й					
	$C_1, \text{ мкФ}$ $C_2, \text{ мкФ}$ $C_3, \text{ мкФ}$ $C_4, \text{ мкФ}$	2 2 1 6	6 1 2 8	6 2 1 3	1,2 2 4 3					
3	По данным задания 2 определить заряд и энергию электрического поля эквивалентного конденсатора, если напряжение цепи $U = 200 \text{ В}$ .					$320 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$		171	2	2.5
						$3,2 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}$		193		
						$200 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$		195		
						$2 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}$		214		
					$150 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$ $1,5 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}$ $240 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$ $2,4 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}$				2.2	
4	По данным заданий 2 и 3 определить напряжение на четвертом конденсаторе $U_4$					80 В		252	2	2.5
						50 В		271		
						33,3 В		292		
						40 В		309		
5	По данным заданий 2 и 3 определить напряжение на втором конденсаторе $U_2$					106,7 В		227	2	2.5
						25 В		222		
						80 В		125		
						66,7 В		243		

## ЗАДАЧИ К ГЛАВЕ 2

2.1. Плоский конденсатор со слюдяным диэлектриком ( $\epsilon_r = 6,28$ ;  $E_{пр} = 80$  кВ/мм) должен иметь емкость 200 пФ и работать при напряжении 20 кВ, имея четырехкратный запас прочности. Определить толщину диэлектрика и площадь пластин конденсатора.

Ответ:  $d = 1$  мм,  $S = 36$  см<sup>2</sup>.

2.2. Многопластинчатый конденсатор (рис. 2.9) состоит из  $n$  одинаковых пластин с площадью  $S$  каждая. Расстояние между соседними пластинками  $d$ . Показать, что емкость такого конденсатора

$$C = \epsilon_a S(n-1)/d.$$

Ответ: при  $n = 5$  образуется цепь из четырех параллельно соединенных конденсаторов емкостью  $C_1 = \epsilon_a S/d$ .

2.3. Двухпроводная воздушная линия выполнена медным проводом диаметром 4 мм и имеет длину 26,5 км. Расстояние между проводами 40 см. Определить емкость линии.

Ответ:  $C = 0,139$  мкФ.

2.4. При последовательном соединении двух конденсаторов эквивалентная емкость равна 1,2 мкФ, а при параллельном — 5 мкФ. Определить емкость каждого конденсатора.

Ответ: 2 и 3 мкФ.

2.5. Конденсатор емкостью 2 мкФ заряжают до напряжения 110 В. Затем, отключив его от сети, замыкают на конденсатор неизвестной емкости. Определить емкость второго конденсатора, если известно, что он заряжается от первого до напряжения 44 В.

Ответ:  $C_2 = 3$  мкФ.

2.6. Емкость между соединительными деталями изоляторов (рис. 2.10)  $C_1 = C_2 = C_3 = 6 \cdot 10^{-11}$  Ф, а между соединительными деталями и опорой  $C_4 = C_5 = C_6 = 4 \cdot 10^{-11}$  Ф. Определить распределение напряжения между тремя подвесными изоляторами гирлянды, если напряжение между проводом и землей 20 кВ.

Ответ: 11,27; 5,45; 3,28 кВ.

2.7. Емкость конденсаторов (рис. 2.11) равна:  $C_1 = 2$  мкФ,  $C_2 = 3$  мкФ,  $C_3 = 6$  мкФ. Определить эквивалентные емкости относительно зажимов 1—2, 2—3, 3—1.

Ответ:  $C_{12} = 4$  мкФ,  $C_{23} = 4,5$  мкФ,  $C_{31} = 7,2$  мкФ.

2.8. Диэлектрик плоского конденсатора, площадь каждой пластины которого  $S = 100$  см<sup>2</sup>, состоит из двух слоев: парафинированной бумаги и мкканита (рис. 2.12). Толщина слоев  $d_1 = d_2 = 0,1$  мм. Относительная диэлектрическая проницаемость первого слоя  $\epsilon_{r1} = 4,3$ , второго слоя  $\epsilon_{r2} = 5,2$ . Определить емкость конденсатора и распределение напряжения между слоями, если конденсатор находится под напряжением  $U = 220$  В.

Решение. Для вычисления емкости конденсатора предположим, что между слоями диэлектрика помещена металлическая пластина площадью  $S$  ничтожной толщины. Внесение такой металлической пластины не окажет влияния на электрическое поле конденсатора, так как поверхность раздела диэлектриков остается эквипотенциальной. Из изложенного следует, что конденсатор с двухслойным диэлектриком можно рассматривать как два последовательно соединенных конденсатора. Емкость первого конденсатора

$$C_1 = \epsilon_r \epsilon_0 S / d_1 = 4,3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 100 \cdot 10^{-4} / (0,1 \cdot 10^{-3}) = 38 \cdot 10^{-12} \text{ Ф},$$

второго

$$C_2 = \epsilon_r \epsilon_0 S / d_2 = 5,2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 100 \cdot 10^{-4} / (0,1 \cdot 10^{-3}) = 46 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}.$$

Емкость плоского конденсатора

$$C = C_1 C_2 / (C_1 + C_2) = 38 \cdot 10^{-12} \cdot 46 \cdot 10^{-12} / (38 \cdot 10^{-12} + 46 \cdot 10^{-12}) = 20,8 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}.$$

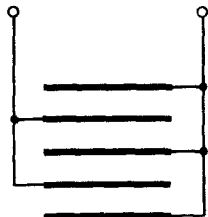


Рис. 2.9

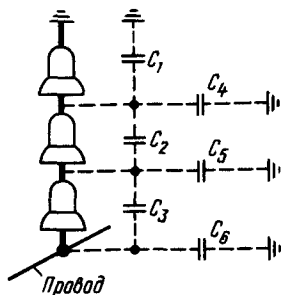


Рис. 2.10

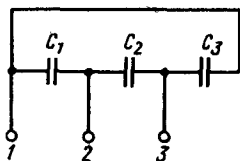


Рис. 2.11

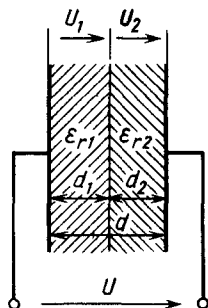


Рис. 2.12

При последовательном соединении конденсаторов заряды на всех пластинках равны; следовательно,

$$Q = CU = 20,8 \cdot 10^{-12} \cdot 220 = 4576 \cdot 10^{-12} \text{ Кл.}$$

Напряжения на конденсаторах

$$U_1 = Q/C_1 = 4576 \cdot 10^{-12} / (38 \cdot 10^{-12}) \approx 120 \text{ В};$$

$$U_2 = Q/C_2 = 4576 \cdot 10^{-12} / (46 \cdot 10^{-12}) \approx 100 \text{ В.}$$

2.9. Между пластинами плоского конденсатора помещены два диэлектрика одинаковой толщины  $d_1 = d_2 = 0,1$  мм. Диэлектрическая проницаемость первого диэлектрика  $\epsilon_{r1} = 4,3$ , электрическая прочность  $E_{пр1} = 10$  кВ/мм. Для второго диэлектрика  $\epsilon_{r2} = 5,2$ ,  $E_{пр2} = 15$  кВ/мм. Поверхность каждой пластины  $S = 200 \text{ см}^2$ . Определить емкость конденсатора и запас электрической прочности второго диэлектрика, соблюдая четырехкратный запас прочности первого диэлектрика.

Ответ:  $C = 41,6$  пФ,  $k_2 = 7,28$ .

## Глава 3

### ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК, СОПРОТИВЛЕНИЕ, РАБОТА И МОЩНОСТЬ

#### § 3.1. Электрический ток

1. **Направление и сила электрического тока.** В § 1.6 говорилось, что электростатическое поле (поле неподвижных заряженных тел) внутри проводника существовать не может.

Для поддержания в проводнике электрического поля к нему нужно подключить источник электрической энергии. Под действием сил поля электрически заряженные частицы проводника приобретают упорядоченное движение вдоль линий напряженности поля.

Направленное движение свободных заряженных частиц в проводнике под действием электрического поля называется *электрическим током проводимости*. В проводниках первого рода (металлы) ток образуется свободными электронами, поэтому электропроводность их называется *электронной*. В проводниках

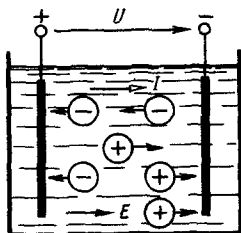


Рис. 3.1

второго рода (расплавленные соли, растворы кислот, щелочей, солей) носителями тока, заряженными частицами, являются ионы.

На рис. 3.1 напряжение  $U$  подведено к двум электродам, опущенным в электролит. В этом случае, силы электрического поля будут перемещать ионы электролита. Поэтому электрический ток в проводниках второго рода сопровождается химическими изменениями и переносом вещества (явление электролиза).

Условно принято считать, что электрический ток направлен в сторону движения положительно заряженных частиц, т. е. противоположно движению электронов или отрицательных ионов.

Интенсивность электрического тока оценивается физической величиной, называемой *силой электрического тока* (или током). Сила тока в каком-либо проводнике равна заряду, проходящему за единицу времени через поперечное сечение проводника. Если  $Q$  — заряд, прошедший через сечение проводника за время  $t$ , то сила постоянного тока

$$I = Q/t. \quad (3.1)$$

Постоянный ток широко используется на транспорте, на электрифицированных железных дорогах, в устройствах автоматики, связи, промышленной электроники и вычислительной техники.

Изменяющийся с течением времени ток называется переменным и обозначается  $i$ .

Если за бесконечно малый промежуток времени  $dt$  через поперечное сечение проводника проходит бесконечно малый заряд  $dQ$ , то сила переменного тока

$$i = dQ/dt. \quad (3.2)$$

**2. Единицы электрического тока.** В СИ заряд выражается в кулонах (Кл), а время — в секундах (с). Единицей силы тока является кулон на секунду (Кл/с) или ампер (А). При токе 1 А через поперечное сечение проводника проходит заряд 1 Кл за время 1 с. Более крупной единицей тока является килоампер (кА):  $1 \text{ кА} = 10^3 \text{ А}$ , а более мелкими — миллиампер (мА):  $1 \text{ мА} = 10^{-3} \text{ А}$  — и микроампер (мкА):  $1 \text{ мкА} = 10^{-6} \text{ А}$ .

В практике встречаются токи от десятков килоампер до долей микроампер. Ток наиболее распространенных ламп накаливания 0,2—1 А, электрической плитки 3—5 А, электродвигателей средней мощности 5—25 А.

**3. Ток в различных сечениях неразветвленного проводника.** Из (3.1) можно определить количество электричества (заряд), которое перемещается по проводнику за время  $t$ :  $Q = It$ . Например, при постоянном токе  $I = 0,5 \text{ А}$  за  $t = 3 \text{ мин}$  через любое поперечное сечение проводника проходит заряд  $Q = It = 0,5 \times$

$\times 3 \cdot 60 = 90$  Кл. В некоторых случаях количество электричества выражают более крупной единицей, называемой ампер-часом (А·ч):  $1 \text{ А} \cdot \text{ч} = 3600$  Кл.

На рис. 3.2 показан неразветвленный проводник с разными сечениями  $S_1$  и  $S_2$ . Пусть по первому сечению проходит постоянный ток  $I = 10$  А.

Значит, за каждую секунду через это сечение перемещается заряд  $Q = 10$  Кл. Если допустить, что по второму сечению проводника  $S_2$  за 1 с будет проходить другой заряд (а значит, и другой ток), то в объеме проводника между сечениями  $S_1$  и  $S_2$  должен накапливаться положительный или отрицательный заряд. Но тогда изменялось бы и электрическое поле внутри проводника и ток не мог бы оставаться постоянным. Следовательно, по различным сечениям неразветвленного проводника проходит ток одинакового значения.

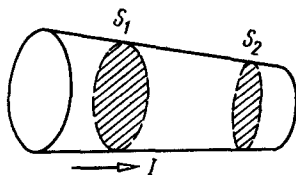


Рис. 3.2

**4. Плотность электрического тока.** Отношение тока  $I$  к площади поперечного сечения проводника  $S$  называется *плотностью тока* и обозначается  $\delta$ . Единица плотности тока  $[\delta] = \text{А}/\text{м}^2$ , в расчетах плотность тока выражается и в  $\text{А}/\text{мм}^2$ .

Если принять  $S_1 = 10 \text{ мм}^2$ ,  $S_2 = 5 \text{ мм}^2$  (рис. 3.2), то при токе  $I = 10$  А плотности тока будут равны  $\delta_1 = I/S_1 = 10/10 = 1 \text{ А}/\text{мм}^2$ ;  $\delta_2 = I/S_2 = 10/5 = 2 \text{ А}/\text{мм}^2$ .

Таким образом, в проводах разного сечения при одном и том же токе плотность тока обратно пропорциональна площади поперечного сечения.

О наличии тока в цепи можно судить по следующим признакам: 1) нагревание проводников током (тепловое действие тока); 2) образование вокруг проводника с током магнитного поля (магнитное действие тока); 3) разложение электролита, по которому проходит ток, на составные химические элементы (химическое действие тока).

**Пример 3.1.** Допустимая плотность тока нихромовой проволоки нагревательного элемента кипятильника  $\delta = 10 \text{ А}/\text{мм}^2$ .

Какой ток  $I$  можно пропустить по нихромовой проволоке диаметром  $d = 0,4 \text{ мм}$ ?

**Решение.** Поперечное сечение нихромовой проволоки

$$S = \pi d^2/4 = 3,14 \cdot 0,4^2/4 = 0,1256 \text{ мм}^2$$

Допустимый ток проволоки  $I = \delta S = 10 \cdot 0,1256 = 1,256 \text{ А}$ .

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 3.1.

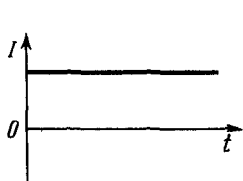
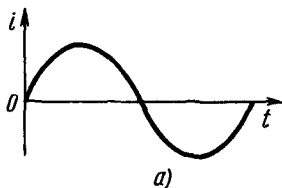
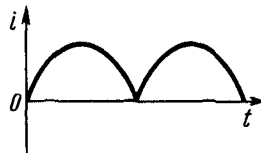


Рис. 3.3



а)



б)

Рис. 3.4

Контрольная карта 3.1

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
1	На рис. 3.3, 3.4, а, б представлены графики различных токов. Укажите график постоянного тока	Рис. 3.3 Рис. 3.4, а Рис. 3.4, б		53 62 94	1	3.1
2	Начертите график постоянного тока и выделите на нем отрезок времени $t$ . Что выражает площадь, ограниченная графиком тока, выделенным отрезком времени и вертикальными линиями, проведенными из начала и конца отрезка?	Электрический заряд, перемещающийся по проводнику за время $t$ Электрическую энергию, которая расходуется за время $t$		4  35	1,2	3.1
3	Время заряда и разряда аккумуляторной батареи $t_3 = t_p = 6$ ч. Ток заряда $I_3 = 10$ А. Какое количество электричества в кулонах будет получено от данной батареи при разряде, если емкостный КПД $\eta_{\text{емк}} = Q_p / Q_3 = 0,9$ ?	54 Кл 216 000 Кл 194 400 Кл		114 134 151	1,2,3	3.1
4	Плотность тока в сечении $S_1$ неразветвленного проводника (см. рис. 3.2) равна $\delta$ . Напишите формулу плотности тока в сечении $S_2$ этого проводника, выразив ее через указанные величины	$\delta_2 = \delta_1$ $\delta_2 = I/S_2$ $\delta_2 = \delta_1 S_1/S_2$		170 194 196	4	3.1



Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите		
					части	параграф	
5	По круглому проводнику диаметром $d$ проходит ток $I$ . Определить плотность тока $\delta$	5 А/мм <sup>2</sup> 3 А/мм <sup>2</sup> 4 А/мм <sup>2</sup>		213 253 273	4	3.1	
	Значения	Варианты					
		1-й	2-й	3-й	4-й		
	$d$ , мм $I$ , А	5 59	5 78,5	4 62,8	2,5 14,75		

## § 3.2. Электрическая цепь и ее элементы.

### Электродвижущая сила

1. **Электрическая цепь.** Упорядоченное движение электрически заряженных частиц (или электрический ток) в проводниках возникает под действием сил электрического поля. Для возникновения тока необходима замкнутая электрическая цепь. Простейшая цепь состоит из источника энергии с ЭДС  $E$ , приемника электрической энергии с сопротивлением  $r$  и соединительных проводов. Кроме источников и приемников электрические цепи содержат большое число вспомогательных элементов, выполняющих разнообразные функции. К ним относятся выключатели и переключатели, электроизмерительные приборы, защитные устройства и др. На рис. 3.5 дана схема простейшей электрической цепи, т. е. ее графическое изображение.

В источниках электрической энергии, которые называют также источниками ЭДС, электрическая энергия получается из механической, химической, тепловой и т. д. При преобразовании любого вида энергии в электрическую в источниках образуется электродвижущая сила (ЭДС).

К источникам энергии относятся электрические генераторы, первичные элементы и аккумуляторы, термоэлементы и фотоэлементы, магнитогидродинамические генераторы.

К приемникам электрической энергии относятся электродвигатели, лампы накаливания, нагревательные устройства и др.

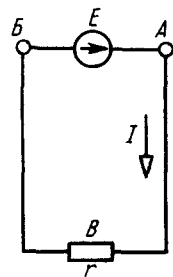


Рис. 3.5

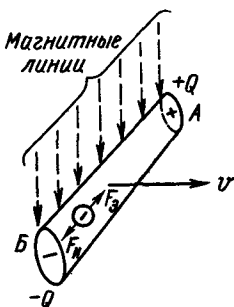


Рис. 3.6

**2. Электродвижущая сила (ЭДС).** Основным источником электрической энергии является электрический генератор. На его вращающейся части — якоре, который движется в магнитном поле, расположена обмотка. На рис. 3.6 показан прямолинейный проводник  $AB$  этой обмотки, движущийся с постоянной скоростью  $v$  в однородном магнитном поле. Из курса физики известно, что на электрически заряженные частицы, движущиеся в магнитном поле, действуют силы электромагнитной индукции (сторонние силы)  $F_n$ . Такие силы действуют и на электроны проводника  $AB$ , перемещая их на конец  $B$ .

В результате здесь образуется избыточный электрический заряд  $-Q$ . На конце  $A$  проводника  $AB$  вследствие недостатка электронов появляется положительный заряд  $+Q$ . Заряды  $-Q$  и  $+Q$  внутри проводника создадут электрическое поле, силы поля  $F_e$  будут действовать противоположно силам электромагнитной индукции  $F_n$ . Следовательно, результирующая сила, действующая на каждый электрон проводника  $AB$ ,  $F = F_n - F_e$ .

С разделением и накоплением электрических зарядов на концах проводника  $AB$  увеличивается сила  $F_e$  и уменьшается результирующая сила  $F$ . Когда силы электрического поля полностью уравновесят силы электромагнитной индукции, перемещение электрически заряженных частиц в проводнике  $AB$  прекращается.

В источнике ЭДС на перемещение электрических зарядов затрачивается некоторая работа  $A_n$ . В электрических генераторах она совершается за счет сил неэлектрического происхождения (сторонних сил).

Отношение работы  $A_n$ , совершаемой сторонними силами при переносе заряженной частицы внутри источника, к ее заряду называется *электродвижущей силой источника энергии*. Электродвижущая сила

$$E = A_n / Q. \quad (3.3)$$

Если  $Q = 1$  Кл, то  $E = A_n$ .

Следовательно, ЭДС численно равна работе, совершаемой силами электромагнитной индукции при переносе единицы заряда на участке  $AB$ . ЭДС выражается в тех же единицах, что и электрическое напряжение:

$$[E] = [A_n / Q] = \text{Дж/Кл} = \text{В}.$$

**3. Замкнутая электрическая цепь с источником ЭДС.** К полюсам источника ЭДС, изображенного в виде проводника  $AB$ , присоединим приемник энергии (рис. 3.7). Под действием сил электрического поля свободные электроны с отрицательного полюса источника  $B$  будут перемещаться по внешнему участку цепи

к положительному полюсу  $A$ . При этом силы электрического поля  $F_3$ , будут меньше сторонних сил  $F_n$ . Поэтому свободные электроны, подходящие к полюсу  $A$ , будут перемещаться и по внутреннему участку цепи от полюса  $A$  к полюсу  $B$  силой  $F = F_n - F_3$ . Таким образом, в замкнутой цепи возникает направленное движение электронов, т. е. электрический ток. На внешнем участке цепи  $BBA$  электроны перемещаются силами электрического поля, а на внутреннем — сторонними силами (электромагнитной индукции в машинных генераторах, химического процесса в гальванических элементах и аккумуляторах, лучистой энергии в фотоэлементах). В § 3.1 указывалось, что принятое направление тока в металлических проводах противоположно движению свободных электронов. Поэтому считается, что ток во внешнем участке цепи направлен от положительного к отрицательному полюсу, а во внутреннем — наоборот. Направление ЭДС совпадает с указанным направлением тока.

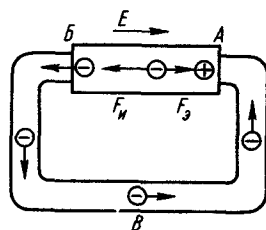


Рис. 3.7

### § 3.3. Сопротивление и проводимость

**1. Электрическое сопротивление.** В § 3.2 рассматривалась работа источника энергии, когда к его полюсам подключен приемник электрической энергии. В замкнутой электрической цепи с источником энергии возникает направленное движение свободных электронов, или электрический ток. При своем движении поток свободных электронов сталкивается с атомами или молекулами проводника. При столкновении кинетическая энергия электронов передается кристаллической решетке металлов, проводник нагревается, т. е. происходит преобразование электрической энергии в тепловую. Таким образом, проводник оказывает противодействие электрическому току, которое характеризует *электрическое сопротивление проводника*.

В СИ за единицу электрического сопротивления принят Ом. Более крупными единицами электрического сопротивления являются килоом (кОм) и мегаом (МОм):  $1 \text{ кОм} = 10^3 \text{ Ом}$ ;  $1 \text{ МОм} = 10^6 \text{ Ом}$ .

Устройства, имеющие сопротивления и включаемые в электрическую цепь для ограничения или регулирования тока, называются *резисторами* и *реостатами*.

Опыты показали, что электрическое сопротивление зависит от материала, размеров (длины, поперечного сечения) и температуры проводников. Для сравнения сопротивлений различных материалов введено понятие об удельном электрическом сопротивлении.

Сопротивление, которым обладает изготовленный из данного материала провод длиной 1 м с поперечным сечением  $1 \text{ мм}^2$  при

температуре 20 °С, называют *удельным электрическим сопротивлением*. Удельное сопротивление обозначают  $\rho$  и выражают в Ом · мм<sup>2</sup>/м.

Значения удельных сопротивлений для некоторых материалов указаны в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Материал	Удельное электрическое сопротивление, Ом · мм <sup>2</sup> /м	Среднее значение температурного коэффициента сопротивления от 0 до 100 °С, град <sup>-1</sup>	Материал	Удельное электрическое сопротивление, Ом · мм <sup>2</sup> /м	Среднее значение температурного коэффициента сопротивления от 0 до 100 °С, град <sup>-1</sup>
Медь	0,0175	0,004	Константан	0,4—0,5	0,000005
Алюминий	0,029	0,004	Нихром	1,1	0,00015
Сталь	0,13—0,25	0,006	Хромаль	1,3	0,00004
Манганин	0,42	0,000006	Фехраль	1,4	0,00028

Из перечисленных материалов наименьшее удельное сопротивление имеют медь и алюминий. Поэтому они хорошо проводят электрический ток и широко применяются для изготовления воздушных и кабельных линий электропередачи, обмоток электрических машин, трансформаторов и т. д.

Материалы с большим удельным сопротивлением (фехраль, хромаль, нихром и т. д.) используются в электронагревательных приборах.

Выясним влияние длины металлического проводника  $l$  и его сечения  $S$  на электрическое сопротивление. Известно, что сопротивление проводника вызвано столкновением движущихся электронов с атомами и молекулами проводника. Количество таких столкновений, а значит, и электрическое сопротивление возрастет при удлинении проводника и уменьшаются с увеличением ее поперечного сечения. Поэтому сопротивление проводника при температуре 20 °С определяют по формуле

$$r = \rho \frac{l}{S}, \quad (3.4)$$

где  $l$  — длина проводника, м;  $S$  — площадь поперечного сечения, мм<sup>2</sup>.

**Пример 3.2.** Определить сопротивление медных проводов телефонной линии длиной  $l = 28,5$  км, диаметром провода  $d = 4$  мм при температуре 20 °С.

**Решение.** Площадь поперечного сечения провода

$$S = \pi d^2 / 4 = 3,14 \cdot 4^2 / 4 = 12,56 \text{ мм}^2.$$

По табл. 3.1 удельное сопротивление меди  $\rho = 0,0175 = \frac{1}{57} \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}$

Сопротивление линии  $r = \rho \frac{2l}{S} = \frac{2 \cdot 28,5 \cdot 1000}{57 \cdot 12,56} = 80 \text{ Ом}$  (цифра 2 учитывает наличие обратного провода).

**2. Зависимость электрического сопротивления от температуры.** При нагреве в материалах, проводящих электрический ток, происходят два процесса: возрастает скорость теплового движения их атомов и возрастает концентрация свободных электронов (их число в единице объема). Первый процесс приводит к более частым столкновениям движущихся электрических зарядов с атомами и увеличивает электрическое сопротивление, второй — уменьшает его. При нагревании металлов преобладает первый процесс, а при нагревании угольных проводников, электролитов и полупроводников — второй. Поэтому с повышением температуры сопротивление металлических проводников увеличивается, а сопротивление угольных проводников, электролитов и полупроводников уменьшается.

Для определения сопротивления проводника при температуре, отличной от  $20^\circ\text{C}$ , необходимо знать его температурный коэффициент сопротивления  $\alpha$ .

*Температурный коэффициент сопротивления численно равен относительному изменению сопротивления при изменении температуры проводника на  $1^\circ\text{C}$ .*

Значения  $\alpha$  некоторых материалов в пределах от 0 до  $100^\circ\text{C}$  приведены в табл. 3.1. Так, для меди  $\alpha = 0,004 \text{ град}^{-1}$ . Значит, при нагревании медного проводника сопротивлением 1 Ом на  $1^\circ\text{C}$  его сопротивление возрастает на 0,004 Ом и будет равно 1,004 Ом.

Обозначим  $r_1$  и  $r_2$  сопротивления проводника при  $t_1$  и  $t_2$ .

Если  $t_2 > t_1$ , то  $r_2 = r_1 + \Delta r$ , где  $\Delta r$  — прирост сопротивления проводника при повышении его температуры с  $t_1$  до  $t_2$ . Прирост сопротивления  $\Delta r$  будет прямо пропорционален температурному коэффициенту  $\alpha$ , начальному сопротивлению проводника  $r_1$  и разности температуры  $t_2 - t_1$ , т. е.  $\Delta r = \alpha r_1 (t_2 - t_1)$ .

Поэтому  $r_2 = r_1 + \Delta r = r_1 + \alpha r_1 (t_2 - t_1)$  или

$$r_2 = r_1 [1 + \alpha (t_2 - t_1)]. \quad (3.5)$$

Если принять  $t_1 = 20^\circ\text{C}$ , то  $r_1 = \rho \frac{l}{S}$ .

Тогда сопротивление проводника при любой температуре  $t_2$  будет

$$r_2 = \rho \frac{l}{S} [1 + \alpha (t_2 - 20^\circ\text{C})]. \quad (3.6)$$

**Пример 3.3.** Определить сопротивление медного проводника диаметром  $d = 5 \text{ мм}$ , длиной  $l = 57 \text{ км}$  при  $t_2 = 40^\circ\text{C}$ .

**Решение.** Для медного проводника (см. рис. 3.1)

$$\rho = 0,0175 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м} = \frac{1}{57} \frac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}}, \text{ а } \alpha = 0,004 \text{ град}^{-1}.$$

Сечение круглого провода

$$S = \pi d^2/4 = 3,14 \cdot 5^2/4 \approx 20 \text{ мм}^2.$$

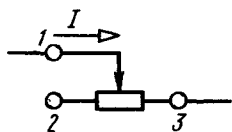


Рис. 3.8

По (3.6) находим сопротивление провода при

$$t_2 = +40^\circ\text{C}:$$

$$r_2 = \rho \frac{l}{S} [1 + \alpha(t_2 - 20^\circ\text{C})] = \frac{57 \cdot 1000}{57 \cdot 20} [1 + 0,004(40 - 20)] = 50(1 + 0,004 \cdot 20) = 50 + 4 = 54 \text{ Ом}.$$

**3. Реостаты и резисторы.** Электрическое сопротивление зависит от материала, длины, поперечного сечения, температуры проводника и определяется по (3.6). Электрическим сопротивлением обладают соединительные провода, приемники и источники электрической энергии. В электрических цепях широко применяются реостаты и резисторы. На рис. 3.8 дана схема ползункового реостата, состоящего из фарфоровой трубки, на которую намотана проволока из материала с большим удельным сопротивлением (константан, никелин, фехраль и др.). К виткам образовавшейся спирали прижимается подвижный контакт. Реостат имеет три зажима: 1, соединенный с подвижным контактом, 2 и 3, к которым присоединены концы спирали. Ток проходит от зажима 1 к подвижному контакту, затем по проволочной спирали к зажиму 3. Сопротивление этой части можно изменять, перемещая подвижный контакт. Чем ближе он к зажиму 2, тем больше сопротивление реостата.

Резистор — прибор, имеющий сопротивление и предназначенный для ограничения или регулирования тока в электрической цепи. Резисторы бывают регулируемые, нерегулируемые, проволочные и непроволочные. Зависимость тока резистора  $I$  от подводимого напряжения  $U$  называется его *вольт-амперной характеристикой*. Различают линейные и нелинейные сопротивления резисторов. Если сопротивление резистора не зависит от тока, его вольт-амперная характеристика представляет собой прямую, проходящую через начало координат (рис. 3.9, а). Такое сопротивление называется *линейным*. *Нелинейные* сопротивления являются функцией тока или напряжения. Вольт-амперная характеристика нелинейных резисторов отклоняется от прямой линии (рис. 3.9, б). К нелинейным сопротивлениям относятся осветительные лампы с вольфрамовой и угольной нитью накаливания, вентиляльные элементы (селеновые, германиевые, кремниевые) и др.

Условное обозначение резисторов на электрических схемах показано на рис. 3.10, а, б.

Электрические цепи, содержащие только линейные элементы, называют *линейными*. Если в цепи имеется хотя бы один нелинейный элемент, то вся цепь называется *нелинейной*.

**4. Проводимость.** Величина, обратная сопротивлению, называется *проводимостью* и обозначается  $g$ . Значит,

$$g = 1/r. \quad (3.7)$$

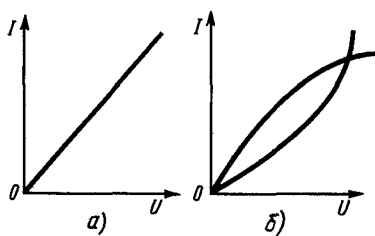


Рис. 3.9

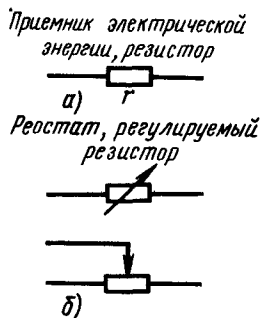


Рис. 3.10

Единица проводимости называется сименсом:  $[g] = 1/\text{Ом} = \text{См}$ , а величина, обратная удельному сопротивлению, — *удельной проводимостью*:  $\gamma = 1/\rho$ .

Если удельное сопротивление выражается в  $\text{Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$ , то удельная проводимость — в  $\text{м}/(\text{Ом} \cdot \text{мм}^2)$ .

Чем меньше сопротивление проводника, тем больше его проводимость и, следовательно, он лучше проводит ток.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 3.2.

Контрольная карта 3.2

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите						
					части	параграф					
1	Известно сопротивление $r$ провода при $t = 20^\circ\text{C}$ , его длина $l$ и поперечное сечение $S$ . Определить материал, из которого изготовлен провод	Фехраль Нихром Алюминий Манганин		1 36 54 63	1	3,3					
							Значения	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
$r, \text{Ом}$ $l, \text{м}$ $S, \text{мм}^2$	14,5 100 0,2	4,2 10 1	28 10 0,5	110 20 0,2							
2	Длина и диаметр первого провода в два раза больше, чем второго. В каком соотношении находятся их сопротивления, если материал и температура одинаковы?	1/4 1/2 1 4		77 116 132 153	1	3,3					

Продолжение контрольной карты 3.2

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите		
					части	параграф	
3	Сопротивление медного провода при $t_1 = 20^\circ\text{C}$ равно $r_1$ . Определить его сопротивление $r_2$ при $t_2$	105,6 Ом 108 Ом 117,8 Ом 104,4 Ом		172 177 199 215	2	3,3	
	Значения	Варианты					
		1-й	2-й	3-й	4-й		
	$r_1, \text{Ом}$ $t_2, ^\circ\text{C}$	100 40	90 60	80 100	95 80		
4	Проволочная спираль ползункового реостата имеет $n$ витков с сопротивлением 100 Ом. Какое сопротивление реостата находится в цепи тока (см. рис. 3.8), если между зажимом 2 и движком будет 30 витков?	95 Ом 90 Ом 94 Ом 92,5 Ом		233 270 293 310	3	3,3	
	Варианты						
		1-й	2-й	3-й	4-й		
	300	$n$ (витков) 500	400	600			
5	Катушка реле из медного провода имеет сопротивление 100 Ом. Определить, какой будет проводимость катушки, если ее температура повысится на $20^\circ\text{C}$	0,01 См $9,26 \cdot 10^{-3}$ См $10,87 \cdot 10^{-3}$ См		318 124 107	4	3,3	

### § 3.4. Закон Ома

1. Закон Ома для электрической цепи. На рис. 3.11 дана неразветвленная электрическая цепь, где  $E$  — электродвижущая сила источника энергии;  $r_{\text{вн}}$  — внутреннее сопротивление источника;  $r$  — внешнее сопротивление цепи, т. е. сопротивление приемника энергии;  $I$  — сила тока в цепи.

По всем участкам неразветвленной цепи проходит одина-



ковый ток. Все перечисленные величины связаны друг с другом. Эта связь впервые была установлена в 1827 г. немецким физиком Г. С. Омом и называется законом Ома, который формулируется следующим образом: *сила тока  $I$  в цепи прямо пропорциональна электродвижущей силе  $E$  источника электрической энергии и обратно пропорциональна полному сопротивлению  $R$  цепи, т. е.*

$$I = E/R. \quad (3.8)$$

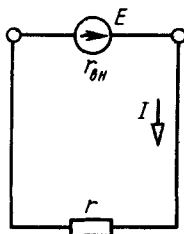


Рис. 3.11

Полное сопротивление цепи равно сумме обычно малого внутреннего сопротивления  $r_{\text{вн}}$  источника электроэнергии и относительно большого сопротивления внешней цепи  $r$ , т. е.

$$R = r_{\text{вн}} + r. \quad (3.9)$$

Из (3.8) определим ЭДС источника:

$$E = IR = I(r_{\text{вн}} + r) = Ir_{\text{вн}} + Ir, \quad (3.10)$$

где  $Ir_{\text{вн}} = U_{\text{вн}}$  — внутреннее падение напряжения;  $Ir = U$  — внешнее напряжение на зажимах генератора.

Таким образом,

$$E = U_{\text{вн}} + U, \quad (3.11)$$

т. е. ЭДС генератора равна сумме внутреннего падения напряжения в нем и напряжения на его зажимах.

**Пример 3.4.** К источнику электроэнергии с ЭДС  $E = 100$  В и внутренним сопротивлением  $r_{\text{вн}} = 1$  Ом подключен приемник электрической энергии с сопротивлением  $r = 9$  Ом. Определить: а) ток в цепи; б) внутреннее падение напряжения и внешнее напряжение на зажимах источника энергии.

**Решение:** а) общее сопротивление цепи  $R = r_{\text{вн}} + r = 1 + 9 = 10$  Ом, ток в замкнутой цепи  $I = E/R = 100/10 = 10$  А; б) внутреннее падение напряжения  $U_{\text{вн}} = Ir_{\text{вн}} = 10 \cdot 1 = 10$  В, а напряжение на зажимах источника энергии  $U = Ir = 10 \cdot 9 = 90$  В или  $U = E - U_{\text{вн}} = 100 - 10 = 90$  В.

**2. Закон Ома для участка цепи.** Ток на участке цепи можно определить следующим образом:

$$I = U_{\text{вн}}/r_{\text{вн}} \text{ и } I = U/r. \quad (3.12)$$

Эти формулы выражают закон Ома для участка цепи: *сила тока на участке цепи прямо пропорциональна падению напряжения на этом участке и обратно пропорциональна его сопротивлению.* Таким образом, в простой неразветвленной цепи ток  $I$  можно определить по закону Ома для всей цепи и для любого ее участка. Из (3.12) находим сопротивления участков цепи  $r_{\text{вн}} = U_{\text{вн}}/I$  и  $r = U/I$ .

При определении тока активного приемника (электрического двигателя, аккумуляторной батареи при заряде) необходимо учитывать два параметра: сопротивление —  $r$  и встречную ЭДС

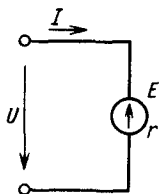


Рис. 3.12

$E$ , возникающую в приемнике при его работе (рис. 3.12). В этом случае напряжение источника уравнивает противо-ЭДС и внутреннее падение напряжения, т. е.

$$U = E + Ir.$$

Следовательно, ток активного приемника  $I = (U - E)/r$ .

**3. Анализ формул закона Ома.** Если анализировать формулы, выражающие закон Ома, то можно сделать некоторые практические выводы.

а) Из (3.11) следует, что  $U = E - U_{\text{вн}}$ , т. е. напряжение источника электрической энергии  $U$  меньше его ЭДС  $E$  на величину внутреннего падения напряжения  $U_{\text{вн}}$ . Если от зажимов источника энергии отключить внешнюю цепь, то ток  $I=0$ . При этом внутреннее падение напряжения  $U_{\text{вн}} = Ir_{\text{вн}} = 0r_{\text{вн}} = 0$ , а напряжение источника  $U=E$ . Следовательно, при отключенной внешней цепи напряжение источника равно его ЭДС, что используется при измерении ЭДС. Отключив внешнюю цепь, к зажимам источника подключают вольтметр (рис. 3.13,а). Вольтметры имеют очень большое сопротивление (десятки тысяч Ом), поэтому их ток незначителен и можно считать, что вольтметр показывает ЭДС источника.

б) К одному источнику с постоянной ЭДС  $E$  и внутренним сопротивлением  $r_{\text{вн}}$  могут быть подключены приемники электрической энергии с различным сопротивлением  $r$ . При подключении низкоомных приемников в замкнутой цепи возникает большой ток [см. (3.8)]. В результате этого увеличивается внутреннее падение напряжения

$U_{\text{вн}} = Ir_{\text{вн}}$  и снижается напряжение источника  $U = E - U_{\text{вн}}$ . Наоборот, при подключении приемников, обладающих большим сопротивлением, ток в цепи уменьшается, а напряжение источника электрической энергии увеличивается.

Таким образом, напряжение одного и того же источника изменяется в зависимости от сопротивления приемника энергии.

в) В некоторых случаях приходится определять внутреннее сопротивление источника электрической энергии. Для этого составляют цепь так, как показано на рис. 3.13, б. При разомкнутом ключе вольтметр покажет ЭДС источника  $E$ . Если ключ замкнуть, то в электрической цепи появится ток  $I$  и показание вольтметра уменьшится до  $U$ . Разность показаний вольтметра до и после замыкания ключа будет равна внутреннему падению напряжения  $E - U = U_{\text{вн}}$ . Разделив  $U_{\text{вн}}$  на показание

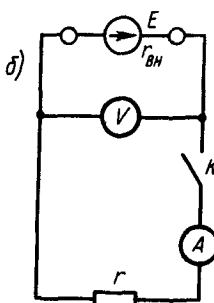
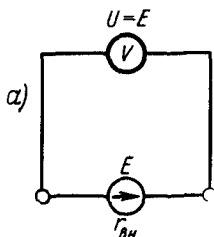


Рис 3.13

амперметра  $I$ , получим внутреннее сопротивление источника  $r_{\text{вн}} = U_{\text{вн}}/I = (E - U)/I$ .

**Пример 3.5.** При разомкнутом ключе  $K$  (рис. 3.13,б) напряжение источника равно 1,5 В. Если ключ замкнуть, то амперметр покажет 0,25 А, а вольтметр 1,45 В. Определить внутреннее сопротивление источника ЭДС.

**Решение.** Внутреннее сопротивление источника

$$r_{\text{вн}} = (E - U)/I = (1,5 - 1,45)/0,25 = 0,2 \text{ Ом.}$$

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 3.3.

Контрольная карта 3.3

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите		
					части	параграф	
1	В каком случае напряжение источника энергии $U$ в два раза меньше его ЭДС $E$ ?	При $r = 2r_{\text{вн}}$ При $r_{\text{вн}} = 2r$ При $r_{\text{вн}} = r$		2 18 55	1	3,4	
2	Определить ЭДС и напряжение на зажимах аккумуляторной батареи, если известны внутреннее сопротивление батареи $r_{\text{вн}}$ , внешнее сопротивление $r$ , ток в цепи $I$	$E=66 \text{ В}; U=60,5 \text{ В}$ $E=26 \text{ В}; U=23 \text{ В}$ $E=62,5 \text{ В}; U=57,5 \text{ В}$ $E=24 \text{ В}; U=20 \text{ В}$		69 28 118 136	2	3,4	
	Значения	Варианты					
		1-й	2-й	3-й	4-й		
	$r_{\text{вн}}, \text{ Ом}$	0,2	0,15	0,2	0,25		
	$r, \text{ Ом}$	1	1,15	2,3	2,75		
	$I, \text{ А}$	20	20	25	22		
3	Четыре источника электроэнергии имеют одинаковые ЭДС $E=30 \text{ В}$ , но разные внутренние сопротивления. Постройте график изменения внутреннего падения напряжения $U_{\text{вн}}$ от тока $I$ . Какой из графиков на рис. 3.14 соответствует вашему варианту?	График 1 График 2 График 3 График 4		155 173 178 197	2,3	3,4	
	Значение	Варианты					
		1-й	2-й	3-й	4-й		
	$r_{\text{вн}}, \text{ Ом}$	6	4	5	3		

Продолжение контрольной карты 3.3

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите		
					части	параграф	
4	По данным задания 3 постройте график изменения внешнего напряжения $U$ в зависимости от тока $I$ . Какой график на рис. 3.15 будет соответствовать вашему варианту?	График 1 График 2 График 3 График 4		216 254 272 289	3	3,4	
5	При разомкнутом ключе $K$ (см. рис. 3.13, б) вольтметр показывает 3 В. При подключении внешнего сопротивления в цепи возникает ток $I$ . Определить внутреннее сопротивление источника $r_{\text{вн}}$	$r_{\text{вн}}=2 \text{ Ом}$ $r_{\text{вн}}=1 \text{ Ом}$ $r_{\text{вн}}=1,5 \text{ Ом}$ $r_{\text{вн}}=0,5 \text{ Ом}$		311 248 258 146	3	3,4	
	Значения	Варианты					
		1-й	2-й	3-й	4-й		
	$r, \text{ Ом}$	7	5	8,5	13		
	$I, \text{ А}$	0,4	0,5	0,3	0,2		

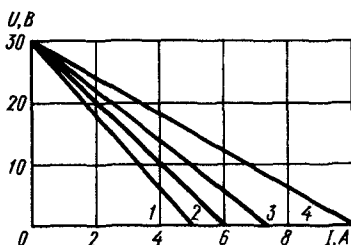


Рис. 3.14

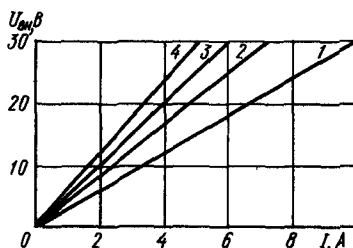


Рис. 3.15

### § 3.5. Работа и мощность

1. **Электрическая энергия.** Возникновение электродвижущей силы во всех источниках связано с работой сторонних сил по перемещению заряженных частиц. Количественная оценка этого явления дается величиной работы, приходящейся на единицу заряда:  $E = A_n / Q$ . Работа сторонних сил  $A_n$  равна энергии источника:

$$A_n = EQ. \quad (3.13)$$

По (3.1), ток  $I=Q/t$ . Значит, заряд  $Q=It$ , а энергия источника

$$A_{\text{и}} = EQ = EIt. \quad (3.14)$$

Таким образом, с помощью (3.14) можно посчитать энергию источника за определенный промежуток времени  $t$ . Известно, что энергия в СИ выражается в джоулях. Из (3.14) следует, что  $\text{Дж}=\text{В}\cdot\text{А}\cdot\text{с}$  (единица  $\text{В}\cdot\text{А}$  называется ватт и обозначается  $\text{Вт}$ ). Значит,  $\text{Дж}=\text{Вт}\cdot\text{с}$ . Более крупными единицами энергии являются: 1 ватт-час ( $\text{Вт}\cdot\text{ч}$ ) = 3600  $\text{Вт}\cdot\text{с}$ ; 1 гектоватт-час ( $\text{гВт}\cdot\text{ч}$ ) = 100  $\text{Вт}\cdot\text{ч}$ ; 1 киловатт-час ( $\text{кВт}\cdot\text{ч}$ ) = 1000  $\text{Вт}\cdot\text{ч}$ ; 1 мегаватт-час ( $\text{МВт}\cdot\text{ч}$ ) =  $10^6$   $\text{Вт}\cdot\text{ч}$ .

Так как ЭДС источника  $E = U_{\text{вн}} + U$ , то (3.14) можно записать так:

$$A_{\text{и}} = (U_{\text{вн}} + U)It = U_{\text{вн}}It + UIt.$$

Значит, энергия источника расходуется на двух участках цепи. Одна часть энергии теряется внутри самого источника:  $A_{\text{вн}} = U_{\text{вн}}It$ , а другая передается приемнику:

$$A = UIt. \quad (3.15)$$

Таким образом,  $A_{\text{и}} = A_{\text{вн}} + A$ . Стремятся к тому, чтобы основная часть энергии источника передавалась приемнику. Для этого уменьшают потерю энергии  $A_{\text{вн}}$ , снижая внутреннее сопротивление источника  $r_{\text{вн}}$ .

**Пример 3.6.** Ток в замкнутой электрической цепи (см. рис. 3.11)  $I=150$  мА, сопротивление источника  $r_{\text{вн}}=1$  Ом, а приемника энергии  $r=49$  Ом. Определить: а) ЭДС источника энергии; б) энергию, вырабатываемую источником и расходуемую на сопротивлениях цепи за  $t=4$  ч.

**Решение.** а) ЭДС источника  $E=I(r_{\text{вн}}+r)=0,15(1+49)=7,5$  В; б) энергия, выработанная источником за  $t=4$  ч,  $A_{\text{и}}=EIt=7,5\cdot 0,15\cdot 4=4,5$   $\text{Вт}\cdot\text{ч}$ . Энергии, теряемая внутри источника,  $A_{\text{вн}}=U_{\text{вн}}It=I^2r_{\text{вн}}t=0,15^2\cdot 1\cdot 4=0,09$   $\text{Вт}\cdot\text{ч}$ . Энергия приемника  $A=UIt=I^2rt=0,15^2\cdot 49\cdot 4=4,41$   $\text{Вт}\cdot\text{ч}$  или  $A=A_{\text{и}}-A_{\text{вн}}=4,5-0,09=4,41$   $\text{Вт}\cdot\text{ч}$ .

**2. Мощность и КПД источника энергии.** Для того чтобы сравнить различные источники, важно знать, какое количество энергии вырабатывают они в единицу времени. Энергия, вырабатываемая за единицу времени, т. е. скорость преобразования энергии в источнике, называется *мощностью источника*. Если за время  $t$  источник вырабатывает энергию  $A_{\text{и}}$ , то его мощность

$$P_{\text{и}} = A_{\text{и}}/t = EIt/t = EI. \quad (3.16)$$

В СИ за единицу мощности принимается ватт ( $\text{Вт}$ ). В технике часто пользуются и другими единицами мощности: 1 милливатт ( $\text{мВт}$ ) = 0,001  $\text{Вт}$  =  $10^{-3}$   $\text{Вт}$ ; 1 гектоватт ( $\text{гВт}$ ) = 100  $\text{Вт}$  =  $10^2$   $\text{Вт}$ ; 1 киловатт ( $\text{кВт}$ ) = 1000  $\text{Вт}$  =  $10^3$   $\text{Вт}$ ; 1 мегаватт ( $\text{МВт}$ ) =  $10^6$   $\text{Вт}$ . Мощность источника электрической энергии

$$P_n = EI = (U_{\text{вн}} + U)I = U_{\text{вн}}I + UI = P_{\text{вн}} + P, \quad (3.17)$$

где  $P_{\text{вн}} = U_{\text{вн}}I = I^2 r_{\text{вн}}$  — мощность потерь внутри самого источника, определяющая непронзводительный расход энергии (например, на тепловые потери в генераторе);  $P = UI = I^2 r$  — мощность приемника, характеризующая скорость преобразования в приемнике электрической энергии в другой вид. Эта формула справедлива для любого приемника независимо от вида энергии, который получается в результате преобразования. Отношение мощности приемника (полезной мощности  $P$ ) к мощности источника энергии  $P_n$  называется его *электрическим коэффициентом полезного действия* (КПД):

$$\eta = P/P_n = UI/(EI) = U/E. \quad (3.18)$$

**Пример 3.7.** ЭДС источника энергии  $E = 100$  В, а его внутреннее сопротивление  $r_{\text{вн}} = 2$  Ом. К источнику подключен приемник энергии сопротивления  $r = 23$  Ом. Определить: а) мощность потерь  $P_{\text{вн}}$  внутри источника; б) КПД источника энергии  $\eta$ .

**Решение.** а) Ток в цепи  $I = E/(r_{\text{вн}} + r) = 100/(2 + 23) = 4$  А. Мощность потерь внутри источника  $P_{\text{вн}} = I^2 r_{\text{вн}} = 4^2 \cdot 2 = 32$  Вт. б) Мощность источника энергии  $P_n = EI = 100 \cdot 4 = 400$  Вт. Полезная мощность  $P = I^2 r = 4^2 \cdot 23 = 368$  Вт. КПД источника энергии  $\eta = \frac{P}{P_n} 100\% = \frac{368}{400} \cdot 100\% = 92\%$ .

**3. Зависимость полезной мощности и КПД источника электрической энергии от тока нагрузки.** Рассмотрим зависимость полезной мощности  $P$  и КПД  $\eta$  от нагрузки, т. е. от тока  $I$ . Пусть ЭДС источника  $E = 100$  В, а внутреннее сопротивление его  $r_{\text{вн}} = 25$  Ом. Определим мощность  $P$  и КПД  $\eta$  при следующих значениях сопротивления приемника энергии  $r$ : 0, 15, 25, 75 Ом при обрыве цепи, когда  $r = \infty$ . Режим работы цепи при  $r = 0$ , т. е. при замкнутых накоротко зажимах нагрузки, называется *коротким замыканием*. При этом ток имеет наибольшее значение.

В данном случае ток  $I = E/r_{\text{вн}} = \frac{100}{25} = 4$  А. При этом напряжение источника  $U = Ir = 4 \cdot 0 = 0$  и мощность приемника  $P = UI = 0 \cdot 4 = 0$ . Мощность источника  $P_n = EI = 100 \cdot 4 = 400$  Вт полностью теряется внутри самого источника. Поэтому КПД  $\eta = \frac{0}{400} 100\% = 0$ . При отключенном приемнике, т. е. при хо-

Таблица 3.2

$r$ , Ом	0	15	25	75	$\infty$
$I$ , А	4	2,5	2	1	0
$U$ , В	0	37,5	50	75	100
$P$ , Вт	0	93,75	100	75	0
$P_n$ , Вт	400	250	200	100	0
$\eta$ , %	0	37,5	50	75	100

лостом ходе, когда  $r = \infty$ ,  $U = E$ , КПД  $\eta = \frac{U}{E} 100\% = 100\%$ . Результаты расчетов

для остальных нагрузок приведены в табл. 3.2.

По полученным данным таблицы на рис. 3.16 построены два графика: первый показывает зависимость  $P$  от  $I$ , а второй —  $\eta$  от  $I$ . Из графиков видно, что с увеличением тока  $I$  полезная мощность сначала увеличивается, затем, достигнув максимального значения, уменьшается. Следует обратить внимание на то, что источник ЭДС развивает максимальную полезную мощность, когда внешнее сопротивление  $r$  равно внутреннему сопротивлению  $r_{\text{вн}}$  источника, т. е.

$$r = r_{\text{вн}}. \quad (3.19)$$

Однако КПД источника в этом случае составляет всего 50%. Режим цепи, при котором внешнее сопротивление цепи равно внутреннему сопротивлению источника энергии, называется *режимом согласованной нагрузки*. Он применяется в установках автоматики, телемеханики и электросвязи малой мощности, где низкий КПД не влечет за собой больших потерь электрической энергии. В генераторах большой мощности режим согласованной нагрузки применять нельзя. В этих случаях низкий КПД приведет к потере большого количества энергии (50%) внутри самого генератора. Для повышения КПД мощные генераторы работают на внешнее сопротивление  $r = (10 \div 20)r_{\text{вн}}$ , обеспечивая максимальный КПД (более 95%).

**4. Измерение мощности.** В цепях постоянного тока мощность измеряют ваттметром электродинамической системы. Его измерительный механизм состоит из двух катушек (обмоток). Неподвижная последовательная катушка (катушка тока) соединяется последовательно с приемником энергии. Подвижная параллельная катушка (катушка напряжения), соединенная последовательно с добавочным сопротивлением, образует параллельную цепь ваттметра и присоединяется параллельно приемникам энергии (рис. 3.17). При таком соединении ток неподвижной катушки ваттметра равен току нагрузки, а напряжение параллельной цепи ваттметра — напряжению нагрузки. Изменение направления тока в одной из катушек вызывает изменение направлений вращающего момента и поворота катушки. А так как шкала ваттметра обычно односторонняя, то при неправильном направлении тока в одной из катушек невозможно определить измеряемую величину. Поэтому перед включением ваттметра необходимо определить генераторные зажимы последовательной и параллельной обмоток (на приборе они обозначаются звездочками). Генераторные зажимы соединяют друг с другом и подключают к источнику питания. Шкала ваттметра разделена на  $\alpha_{\text{ном}}$  делений. Число ватт, прихо-

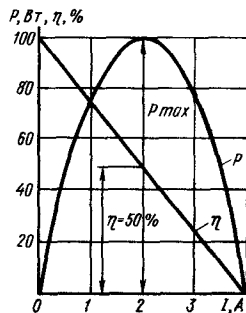


Рис. 3.16

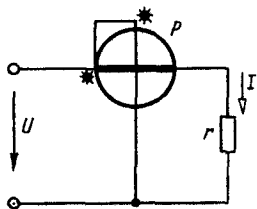


Рис. 3.17

дящихся на одно деление шкалы прибора, называется *постоянной* (ценой деления) *ваттметра*:  $C_p = U_{\text{ном}} I_{\text{ном}} / \alpha_{\text{ном}}$ , где  $U_{\text{ном}}$ ,  $I_{\text{ном}}$  — номинальные напряжение и ток ваттметра (они указаны на приборе). Если при измерении стрелка ваттметра отклонилась на  $\alpha$  делений, то измеряемая мощность (Вт)  $P = C_p \alpha$ .

**Пример 3.8.** Ваттметр с номинальным напряжением  $U_{\text{ном}} = 150$  В и током  $I_{\text{ном}} = 5$  А имеет  $\alpha_{\text{ном}} = 75$  делений. При измерении стрелка прибора отклонилась на  $\alpha = 50$  делений. Определить измеренную мощность  $P$ .

**Решение.** Постоянная ваттметра  $C_p = U_{\text{ном}} I_{\text{ном}} / \alpha_{\text{ном}} = 150 \cdot 5 / 75 = 10$  Вт/дел. Измеренная мощность  $P = C_p \alpha = 10 \cdot 50 = 500$  Вт.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 3.4.

Контрольная карта 3.4

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите		
					части	параграф	
1	При каких условиях внутри источника терялась бы половина вырабатываемой им электрической энергии?	При $r = r_{\text{вн}}$ При $r = 2r_{\text{вн}}$ При $r = r_{\text{вн}}/2$		3 38 57	1	3,5	
2	Известны ЭДС $E$ и внутреннее сопротивление $r_{\text{вн}}$ источника. Определить ток короткого замыкания и максимальную мощность потерь внутри источника	$I = 550 \text{ А}; P_{\text{вт}} = 121 \text{ кВт}$ $I = 1000 \text{ А}; P_{\text{вт}} = 235 \text{ кВт}$ $I = 2300 \text{ А}; P_{\text{вт}} = 529 \text{ кВт}$ $I = 450 \text{ А}; P_{\text{вт}} = 101 \text{ кВт}$		64	2	3,5	
				96			
				120			
138							
	Значения	Варианты					
		1-й	2-й	3-й	4-й		
	$E, \text{ В}$ $r_{\text{вн}}, \text{ Ом}$	230 0,1	225 0,5	220 0,4	235 0,235		
3	Напряжение двигателя электровоза $U = 1500$ В, ток $I = 240$ А. Какую механическую мощность развивает двигатель, если его КПД равен 0,75? Механическую мощность выразить в лошадиных силах, имея в виду, что $1 \text{ кВт} = 1,36 \text{ л. с.}$	480 л. с. 367,2 л. с. 270 л. с. 652,8 л. с.		156 174 179 198	2	3,5	



Продолжение контрольной карты 3.4

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите						
					части	параграф					
4	Максимальная полезная мощность источника $P = 300$ Вт, а его ЭДС $E = 120$ В. Определить сопротивление приемника $r$	$r = 24$ Ом $r = 12$ Ом $r = 6$ Ом		235 255 275	3	3,5					
5	Ваттметр с номинальным напряжением $U_{\text{ном}}$ и током $I_{\text{ном}}$ имеет $\alpha_{\text{ном}} = 100$ делений. Известна измеряемая мощность $P$ . На сколько делений должна отклониться стрелка ваттметра?	$\alpha = 60$ дел. $\alpha = 20$ дел. $\alpha = 40$ дел. $\alpha = 50$ дел.		295 312 320 242	4	3,5					
							Значения	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
$U_{\text{ном}}, \text{В}$	300	150	300	150							
$I_{\text{ном}}, \text{А}$	5	5	2,5	10							
$P, \text{Вт}$	300	300	450	750							

**ЗАДАЧИ К ГЛАВЕ 3**

3.1. ЭДС источника  $E = 12$  В, внутреннее сопротивление  $r_{\text{вн}} = 1$  Ом. При каком значении внешнего сопротивления его мощность будет максимальной и чему она равна?

Ответ: при  $r = 1$  Ом,  $P_{\text{max}} = 36$  Вт.

3.2. Обмотка возбуждения электрической машины присоединена к сети напряжением  $U = 120$  В. В первое время после включения показание амперметра в цепи обмотки  $I_1 = 1,2$  А, а после нагрева обмотки до установившейся температуры  $I_2 = 1$  А. Учитывая, что температура воздуха в помещении  $20^\circ\text{C}$ , найти температуру обмотки.

Ответ:  $t_2 = 70^\circ\text{C}$ .

3.3. Определить сопротивление проводов воздушной линии при температурах  $+40$  и  $-40^\circ\text{C}$ . Длина линии  $l = 28,5$  км, диаметр медных проводов  $d = 5$  мм.

Ответ: 54 Ом и 38 Ом.

3.4. Приемник за 5 сут непрерывной работы израсходовал 24 кВт·ч электроэнергии при напряжении 220 В. Определить ток и сопротивление приемника.

Ответ:  $I = 0,91$  А,  $r = 242$  Ом.

3.5. Определить плотность тока в проводах диаметром 4 мм, соединяющих приемник с генератором. Суточная выработка энергии генератора составляет 48 кВт·ч при напряжении  $U = 220$  В.

Ответ:  $\delta = 0,72$  А/мм<sup>2</sup>.

3.6. Электрическая печь мощностью  $P = 5$  кВт при напряжении  $U = 220$  В подключена к генератору с внутренним сопротивлением  $r_{\text{вн}} = 0,22$  Ом. Определить ЭДС и коэффициент полезного действия генератора.

Ответ:  $E = 225$  В,  $\eta = 97,8\%$ .

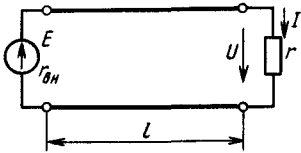


Рис. 3.18

3.7. Механическая мощность электродвигателя постоянного тока 8,5 кВт при напряжении  $U = 220$  В, КПД 85%. Определить электрическую мощность и ток двигателя.

Ответ: 10 кВт; 45,5 А.

3.8. Аккумуляторная батарея заряжается током 3,6 А при напряжении  $U = 30$  В на протяжении 8 ч. Определить запас энергии аккумуляторной батареи, если ее КПД  $\eta = 0,7$ .

Ответ: 605 Вт·ч.

3.9. На изготовление катушки израсходовано 200 м медного провода диаметром 0,5 мм. На какое постоянное напряжение можно включать эту катушку, если допустимая плотность тока  $\delta = 2$  А/мм<sup>2</sup>?

Ответ: 7 В.

3.10. При проверке счетчика электрической энергии оказалось, что при силе тока  $I = 5$  А и напряжении 220 В якорь его в продолжение 30 с делает 35 оборотов. Определить ошибку в показаниях счетчика, если на счетчике указано, что 1 гВт·ч соответствует 400 оборотам якоря.

Решение. Действительная постоянная счетчика, т. е. число ватт-секунд, приходящихся на один оборот якоря счетчика,

$$K_d = UIt/N = 220 \cdot 5 \cdot 30/35 = 943 \text{ Вт} \cdot \text{с/об.}$$

Номинальная постоянная счетчика

$$K_{\text{ном}} = 100 \cdot 3600/400 = 900 \text{ Вт} \cdot \text{с/об.}$$

Ошибка в показаниях счетчика

$$\gamma = \frac{K_d - K_{\text{ном}}}{K_d} 100\% = \frac{943 - 900}{943} 100\% = 4,6\%.$$

3.11. Приемник энергии мощностью  $P = 2,4$  кВт соединен с генератором посредством двух алюминиевых проводов длиной  $l = 26$  м и поперечным сечением  $S = 10$  мм<sup>2</sup> каждый (рис. 3.18). Напряжение на приемнике  $U = 120$  В, внутреннее сопротивление генератора  $r_{\text{вн}} = 0,1$  Ом. Определить мощность генератора и стоимость энергии, израсходованной приемником за 10 ч при тарифе 4 коп. за 1 кВт·ч.

Ответ:  $P_{\text{г}} = 2,5$  кВт; стоимость энергии 96 коп.

## Глава 4

### ПРОСТЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

#### § 4.1. Последовательное соединение приемников энергии

1. Ток и напряжения на отдельных участках цепи. Приемники энергии можно соединить последовательно, параллельно и смешанно. При последовательном соединении условный конец первого приемника соединяется с условным началом второго, конец второго — с началом третьего и т. д. На рис. 4.1,а приемники с сопротивлениями  $r_1$ ,  $r_2$  и  $r_3$  соединены последовательно и

подключены к источнику энергии с напряжением  $U$ . По всем участкам последовательной цепи проходит один и тот же ток  $I$ . По закону Ома, напряжения на отдельных сопротивлениях  $U_1 = Ir_1$ ,  $U_2 = Ir_2$ ,  $U_3 = Ir_3$ .

$$(4.1)$$

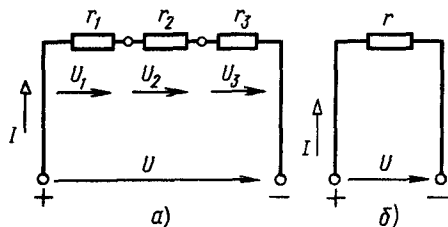


Рис. 4.1

Таким образом, *падения напряжения на последовательно соединенных сопротивлениях пропорциональны величинам сопротивлений*. При  $r_1 > r_2 > r_3$  напряжение  $U_1 > U_2 > U_3$ . Напряжения  $U_1$ ,  $U_2$  и  $U_3$  равны только при одинаковых сопротивлениях  $r_1$ ,  $r_2$  и  $r_3$ . При последовательном соединении приемников сумма напряжений на отдельных приемниках равна напряжению на зажимах цепи, т. е.

$$U_1 + U_2 + U_3 = U. \quad (4.2)$$

Этим же свойством обладает цепь с последовательным соединением конденсаторов (см. § 2.3).

**2. Эквивалентное сопротивление и мощность.** Ряд последовательно соединенных приемников (рис. 4.1, а) можно заменить эквивалентным (общим) сопротивлением  $r$  (рис. 4.1, б). Величина этого сопротивления должна быть такой, чтобы эта замена при неизменном напряжении на зажимах цепи  $U$  не вызвала изменения тока  $I$  в цепи. Для схемы рис. 4.1, б

$$U = Ir. \quad (4.3)$$

Напряжения на отдельных участках цепи [см. (4.1)] и полученное напряжение источника [см. (4.3)] подставим в (4.2):  $Ir_1 + Ir_2 + Ir_3 = Ir$ . После сокращения на  $I$  получим

$$r = r_1 + r_2 + r_3. \quad (4.4)$$

Таким образом, *при последовательном соединении эквивалентное сопротивление цепи равно сумме сопротивлений отдельных ее участков*. Если все члены уравнения (4.2) умножить на ток  $I$ , то получим  $U_1I + U_2I + U_3I = UI$  или  $P_1 + P_2 + P_3 = P$ . Значит, мощность всей цепи  $P$  равна сумме мощностей отдельных участков.

**Пример 4.1.** Сопротивления приемников (рис. 4.1, а) равны:  $r_1 = 10$  Ом,  $r_2 = 20$  Ом и  $r_3 = 30$  Ом. Напряжение на зажимах цепи  $U = 120$  В. Определить эквивалентное сопротивление цепи  $r$ , напряжения  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  и мощности  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  каждого приемника, а также мощность цепи  $P$ .

**Решение.** Эквивалентное сопротивление цепи  $r = r_1 + r_2 + r_3 = 10 + 20 + 30 = 60$  Ом. Ток  $I = U/r = 120/60 = 2$  А, напряжения:  $U_1 = Ir_1 = 2 \cdot 10 = 20$  В,  $U_2 = Ir_2 = 20 \cdot 2 = 40$  В,  $U_3 = Ir_3 = 2 \cdot 30 = 60$  В. Мощности приемников:  $P_1 = U_1I = 20 \cdot 2 = 40$  Вт,  $P_2 = U_2I = 40 \cdot 2 = 80$  Вт,  $P_3 = U_3I = 60 \cdot 2 = 120$  Вт. Мощность цепи  $P = P_1 + P_2 + P_3 = 40 + 80 + 120 = 240$  Вт.

**3. Применение последовательного соединения приемников.** Последовательное соединение приемников энергии обычно приме-

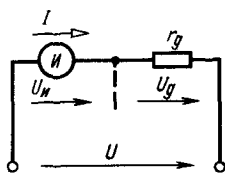


Рис. 4.2

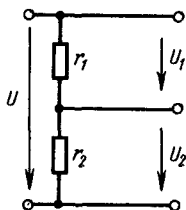


Рис. 4.3

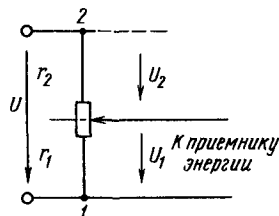


Рис. 4.4

няется в тех случаях, когда расчетное (или номинальное) напряжение приемника меньше напряжения источника электрической энергии. Последовательное соединение используется, например, в вольтметре постоянного тока, у которого последовательно с измерительным механизмом включается добавочное сопротивление  $r_d$  (рис. 4.2). Это позволяет увеличить измеряемое вольтметром напряжение  $U$ . Чем больше добавочное сопротивление, тем больше падение напряжения на нем  $U_d$  и тем большее напряжение  $U = U_d + U_n$  может измерять вольтметр. Распределение напряжения между последовательно соединенными участками используется в делителях напряжения и потенциометрах. На рис. 4.3 показан делитель напряжения из двух сопротивлений:  $r_1$  и  $r_2$ . Напряжение источника  $U$  делится на две части:  $U_1$  и  $U_2$ . Каждое из них можно использовать для работы различных приемников энергии. В качестве потенциометра используют обычный ползунковый реостат. На рис. 4.4 показана схема включения потенциометра в цепь. Полное сопротивление потенциометра делится подвижным контактом на две части: напряжения на этих частях  $U_1$  и  $U_2$  прямо пропорциональны их сопротивлениям  $r_1$  и  $r_2$ . Напряжение, подводимое к приемнику, можно плавно изменять от нуля до максимума, равного напряжению источника  $U$ . Недостатком последовательного соединения приемников является зависимость напряжения на каждом из них от сопротивлений других приемников. В том случае, когда из строя выходит один приемник, ток отключается и в остальных приемниках.

**Пример 4.2.** Измерительный механизм вольтметра имеет сопротивление  $r_n = 100$  Ом и рассчитан на напряжение  $U_n = 3$  В. Определить добавочное сопротивление  $r_d$ , если необходимо расширить предел измерения напряжения до 150 В.

**Решение.** Ток измерительного механизма  $I = U_n / r_n = 3 / 100 = 0,03$  А.

Такой же ток будет проходить и по добавочному сопротивлению, падение напряжения на котором  $U_d = U - U_n = 150 - 3 = 147$  В. Значит, его величина  $r_d = U_d / I = 147 / 0,03 = 4900$  Ом.

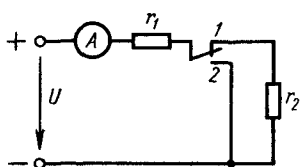


Рис. 4.5

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 4.1.

# Контрольная карта 4.1

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите						
					часть	параграф					
1	<p>В цепи (см. рис. 4.1, а) известны сопротивления резисторов <math>r_1</math>, <math>r_2</math>, напряжение <math>U</math> и мощность <math>P</math> всей цепи. Определить сопротивление резистора <math>r_3</math></p>	$r_3 = 20 \text{ Ом}$ $r_3 = 40 \text{ Ом}$ $r_3 = 70 \text{ Ом}$ $r_3 = 10 \text{ Ом}$		5 39 56 65	1,2	4.1					
							Значения	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
$r_1, \text{ Ом}$ $r_2, \text{ Ом}$ $U, \text{ В}$ $P, \text{ Вт}$	10 20 100 200	15 25 80 80	10 20 100 250	20 30 120 120							
2	По данным задания 1 определить мощность $P_2$ второго резистора	$P_2 = 80 \text{ Вт}$ $P_2 = 125 \text{ Вт}$ $P_2 = 30 \text{ Вт}$ $P_2 = 25 \text{ Вт}$		95 122 140 158	1,2	4.1					
3	<p>При постановке переключателя в положение 1 (рис. 4.5) амперметр показывает ток <math>I_1</math>, а в положении 2 — ток <math>I_2</math>. Напряжение на зажимах цепи <math>U</math>. Определить сопротивления <math>r_1</math> и <math>r_2</math></p>	$r_1=30 \text{ Ом}, r_2=9 \text{ Ом}$ $r_1=5 \text{ Ом}, r_2=10 \text{ Ом}$ $r_1=4 \text{ Ом}, r_2=4 \text{ Ом}$ $r_1=4 \text{ Ом}, r_2=6 \text{ Ом}$		176 181 217 236	1,2	4.1					
							Значения	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
$I_1, \text{ А}$ $I_2, \text{ А}$ $U, \text{ В}$	1 4 12	2 4 16	2 5 20	1 3 15							
4	<p>Две лампы с номинальными данными: а) 127 В, 200 Вт, б) 127 В, 25 Вт — включены последовательно в сеть с напряжением 127 В. Какая из ламп горит ярче?</p>	Первая Вторая Яркость одинаковая		257 276 279	1,2	4.1					

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
5	Делитель напряжения должен давать пять различных напряжений. Назовите наименьшее число резисторов, из которых можно составить схему такого делителя.	3 4 5		298 302 264	3	4.1

## § 4.2. Потенциальная диаграмма неразветвленной электрической цепи

1. **Определение потенциалов точек электрической цепи.** Источник электроэнергии имеет ЭДС  $E$  и обладает внутренним сопротивлением  $r_{вн}$ . В расчетных схемах цепей реальный источник электроэнергии можно изображать эквивалентной схемой с последовательным соединением ЭДС  $E$  и внутреннего сопротивления  $r_{вн}$  (если сопротивление внешней цепи  $r$  значительно больше  $r_{вн}$ ). Внешнее сопротивление  $r$  подключается к зажимам источника, которые на рис. 4.6 обозначены  $A$  и  $B$ . В образовавшейся замкнутой электрической цепи возникает ток

$$I = E / (r_{вн} + r). \quad (4.5)$$

Этот ток не изменится, если одну из точек (например, точку  $A$ ) электрической цепи соединить с землей (заземлить). При заземлении точки  $A$  все величины, входящие в (4.5), останутся прежними. Так как потенциал земли равен нулю, то  $\varphi_A = 0$ . Определим потенциал точки  $B$  —  $\varphi_B$ . Ток проходит от точки  $A$  к точке  $B$  и в сопротивлении направлен от точки с более высоким потенциалом к точке с меньшим потенциалом. Следовательно, потенциал точки  $B$  меньше потенциала точки  $A$  ( $\varphi_B < \varphi_A$ ). По закону Ома для пассивного элемента цепи,  $\varphi_A - \varphi_B = Ir$ . Отсюда потенциал точки  $B$   $\varphi_B = \varphi_A - Ir$ . Значит, при переходе через сопротивление по направлению тока происходит уменьшение потенциала на  $Ir$ . На внутреннем сопротивлении источника ЭДС (рис. 4.6) потенциал снижается также в направлении тока, т. е.  $\varphi_B = \varphi_A - Ir_{вн}$ . ЭДС источника электрической энергии  $E = \varphi_A - \varphi_B$ . Отсюда  $\varphi_A = \varphi_B + E$ . Из этого следует, что при переходе через источник электрической энергии по направлению ЭДС (от отрицательного к

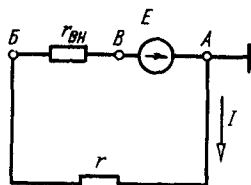


Рис. 4.6

к источнику ЭДС (рис. 4.6) потенциал снижается также в направлении тока, т. е.  $\varphi_B = \varphi_A - Ir_{вн}$ . ЭДС источника электрической энергии  $E = \varphi_A - \varphi_B$ . Отсюда  $\varphi_A = \varphi_B + E$ . Из этого следует, что при переходе через источник электрической энергии по направлению ЭДС (от отрицательного к

положительному полюсу) происходит увеличение потенциала на величину ЭДС источника, а при переходе от положительного к отрицательному полюсу — наоборот.

**2. Расчет потенциалов.** Незаветвленная электрическая цепь может содержать несколько ЭДС и сопротивлений (рис. 4.7, а). В этом случае для определения тока алгебраическую сумму всех ЭДС нужно разделить на сумму всех сопротивлений:

$$I = \Sigma E / \Sigma r. \quad (4.6)$$

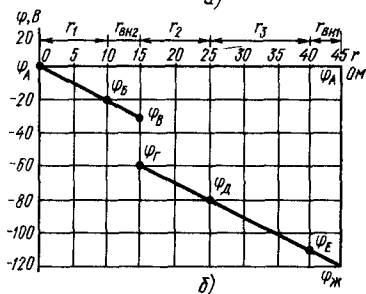
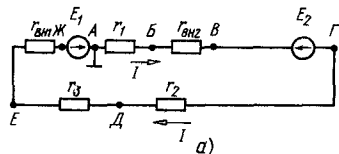


Рис. 4.7

Пусть цепь на рис. 4.7, а имеет следующие данные:  $E_1 = 120$  В,  $E_2 = 30$  В,  $r_{вн1} = r_{вн2} = 5$  Ом,  $r_1 = r_2 = 10$  Ом,  $r_3 = 15$  Ом. ЭДС  $E_1$  действует по часовой стрелке, а  $E_2$  — против. Но так как  $E_1 > E_2$ , то ток будет совпадать по направлению с ЭДС  $E_1$ . Ток равен

$$I = \frac{E_1 - E_2}{r_{вн1} + r_{вн2} + r_1 + r_2 + r_3} = \frac{120 - 30}{5 + 5 + 10 + 10 + 15} = \frac{90}{45} = 2 \text{ А.}$$

Заземлим точку А, определим потенциалы всех точек электрической цепи:  $\varphi_A = 0$ ,  $\varphi_B = \varphi_A - Ir_1 = 0 - 2 \cdot 10 = -20$  В,  $\varphi_{B'} = \varphi_B - Ir_{вн2} = -20 - 2 \cdot 5 = -30$  В;  $\varphi_{Г} = \varphi_{B'} - E_2 = -30 - 30 = -60$  В,  $\varphi_{Д} = \varphi_{Г} - Ir_2 = -60 - 2 \cdot 10 = -80$  В;  $\varphi_{Е} = \varphi_{Д} - Ir_3 = -80 - 2 \cdot 15 = -100$  В,  $\varphi_{Ж} = \varphi_{Е} - Ir_{вн1} = -100 - 2 \cdot 5 = -110$  В,  $\varphi_A = \varphi_{Ж} + E_1 = -110 + 120 = 0$ . Следует отметить, что в рассматриваемой реальной электрической цепи отсутствуют точки В и Ж. Они введены в расчет для удобства вычислений и графического изображения.

**3. Построение потенциальной диаграммы.** Распределение потенциалов вдоль контура электрической цепи можно изобразить графически на *потенциальной диаграмме*. Для ее построения (рис. 4.7, б) по оси абсцисс в масштабе откладывают последовательности их

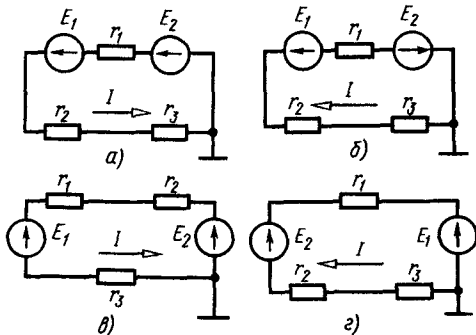


Рис. 4.8

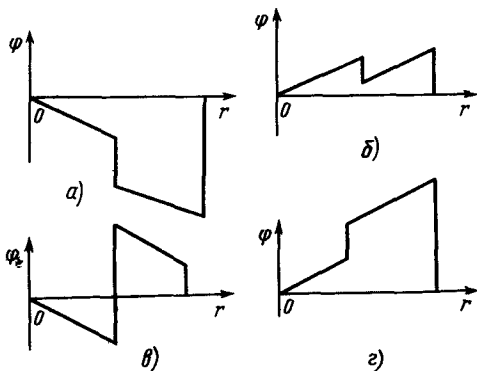


Рис. 4.9

обхода, а по оси ординат — значения потенциалов. При обходе контура по часовой стрелке от заземленной точки  $A$  проходят сопротивления  $r_1, r_{вн2}, r_2, r_3, r_{вн1}$ . В этом порядке сопротивления отложены по оси абсцисс. Выше этой оси откладываются положительные потенциалы, а ниже — отрицательные. В данном примере контур обходится по направлению тока. Поэтому на всех сопротивлениях потенциал снижается. В первом источнике он возрастает на ЭДС  $E_1$ , а во втором — уменьшается на ЭДС  $E_2$ . Потенциальная диаграмма для всех сопротивлений имеет вид наклонной прямой, а для источника ЭДС — вид вертикальной прямой. Остановимся на измерении электрического потенциала. Напряжение между какой-либо точкой электрической цепи и землей равно разности потенциалов этих точек  $U_{ДА} = \varphi_D - \varphi_A$  (см. рис. 4.7, а). Так как  $\varphi_A = 0$ , то  $U_{ДА} = \varphi_D$ . Значит, потенциал любой точки электрической цепи равен напряжению между этой точкой и землей. Поэтому для измерения потенциала пользуются вольтметром, один зажим которого присоединяют к заземленной точке, а другой — к точке, потенциал которой необходимо измерить.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 4.2.

Контрольная карта 4.2

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
1	В цепи (см. рис. 4.7, а) известны ЭДС $E_1$ и $E_2$ и сопротивления $r_1, r_2, r_3; r_{вн1} = r_{вн2} = 2,5$ Ом. Определить потенциал точки $\Gamma$ — $\varphi_\Gamma$	$\varphi_\Gamma = -50$ В $\varphi_\Gamma = -85$ В $\varphi_\Gamma = -55$ В $\varphi_\Gamma = -75$ В		20 37 58 66	1,2	4.2



Продолжение контрольной карты 4.2

Номера заданий	Содержание заданий				Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
								части	параграф
	Значения	Варианты							
		1-й	2-й	3-й	4-й				
	$E_1, В$	30	40	20	25				
	$E_2, В$	100	100	90	95				
	$r_1, Ом$	10	2,5	15	20				
	$r_2, Ом$	10	10	5	5				
	$r_3, Ом$	10	2,5	10	5				
2	По данным задания 1 определить потенциал точки Ж — $\varphi_{Ж}$ и напряжение между точками Ж и Г — $U_{ЖГ}$				$\varphi_{Ж} = -20 В,$ $U_{ЖГ} = 35 В$ $\varphi_{Ж} = -25 В,$ $U_{ЖГ} = 25 В$ $\varphi_{Ж} = -30 В,$ $U_{ЖГ} = 45 В$ $\varphi_{Ж} = -40 В,$ $U_{ЖГ} = 45 В$		97 102 137 160	1,2	4.2
3	Изменяются ли разности потенциалов между соответствующими точками цепи, если все ЭДС (см. рис. 4.7, а) увеличить в два раза?				Не изменятся Увеличатся в два раза Уменьшатся в два раза		164 183 218	2	4.2
4	ЭДС $E_2$ в задании 1 принять равной ЭДС $E_1$ . Затем при прежней полярности определить потенциал точки Г — $\varphi_{Г}$				$\varphi_{Г} = -20 В$ $\varphi_{Г} = -25 В$ $\varphi_{Г} = -30 В$ $\varphi_{Г} = -40 В$		259 274 278 296	2	4.2
5	На рис. 4.8, а — г показаны четыре схемы, а на рис. 4.9, а — г — их потенциальные диаграммы. Назовите правильную потенциальную диаграмму для схемы рис. 4.8, а, б, в или г				Рис. 4.9, а Рис. 4.9, б Рис. 4.9, в Рис. 4.9, г		234 294 89 204	3	4.2
	Варианты								
		1-й	2-й	3-й	4-й				
		а	б	в	г				

## § 4.3. Параллельное соединение приемников энергии. Первый закон Кирхгофа

1. **Первый закон Кирхгофа.** Кроме последовательного на практике широко применяется параллельное соединение приемников энергии (рис. 4.10). Рассматривая схемы различных электрических цепей, можно выделить в них характерные участки. Участок электрической цепи, состоящей только из последовательно включенных источников ЭДС и сопротивлений, вдоль которого проходит один и тот же ток, называется *ветвью*. Точки, в которых сходится не менее трех ветвей, называются *узлами*, а любой замкнутый путь, проходящий по нескольким ветвям, — *контуром электрической цепи*. Параллельное соединение приемников энергии такое, при котором к одним и тем же двум узлам электрической цепи присоединены несколько приемников (ветвей). Ток источника энергии разветвляется в узле *A* по трем ветвям на токи  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$ . Таким образом,

$$I = I_1 + I_2 + I_3. \quad (4.7)$$

Эта формула является математическим выражением первого закона Кирхгофа: *сумма токов, направленных к узлу электрической цепи, равна сумме токов, направленных на него*. На рис. 4.10 к узлу *A* направлен только один ток  $I$ , а от узла — три тока:  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$ . Если все члены (4.7) перенести в левую ее часть, то получим

$$I - I_1 - I_2 - I_3 = 0, \text{ или } \Sigma I = 0. \quad (4.8)$$

В этом виде первый закон Кирхгофа можно сформулировать так: *алгебраическая сумма токов в ветвях, сходящихся в узле, равна нулю*. При этом токи, направленные к узлу, считаются положительными, а от узла — отрицательными (или наоборот). Первый закон Кирхгофа является следствием закона сохранения заряда, согласно которому в любом узле заряд одного знака не может ни накапливаться, ни убывать.

### 2. Свойства параллельного соединения приемников энергии.

При параллельном соединении все приемники энергии присоединяются к одним и тем же узлам и поэтому находятся под одним напряжением  $U$ . Токи приемников  $I_1 = U/r_1$ ,  $I_2 = U/r_2$ ,  $I_3 = U/r_3$  обратно пропорциональны их сопротивлениям. Ряд параллельно соединенных приемников можно заменить одним с эквивалентным сопротивлением  $r$ . Ток в эквивалентном приемнике равен сумме токов в параллельных ветвях при том же напряжении  $U$ :

$$I = U/r. \quad (4.9)$$

В соответствии с первым законом Кирхгофа  $I = I_1 + I_2 + I_3$  или  $U/r = U/r_1 + U/r_2 + U/r_3$ . Сокращая обе части равенства на  $U$ , получим  $1/r = 1/r_1 + 1/r_2 + 1/r_3$  или

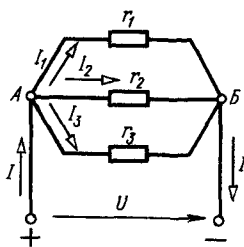


Рис. 4.10

$$g = g_1 + g_2 + g_3. \quad (4.10)$$

Таким образом, эквивалентная проводимость параллельного соединения приемников равна сумме проводимостей параллельных ветвей. Если параллельно включены два приемника, то  $1/r = 1/r_1 + 1/r_2$ . При этом эквивалентное сопротивление

$$r = r_1 r_2 / (r_1 + r_2). \quad (4.11)$$

Если параллельно включены  $n$  равных приемников, то эквивалентное сопротивление цепи  $r$  в  $n$  раз меньше сопротивления одной ветви:

$$r = r_1 / n. \quad (4.12)$$

Во всех случаях параллельного соединения эквивалентное сопротивление меньше самого малого из параллельно включенных. Все члены (4.7) умножим на  $U$ :

$$UI = UI_1 + UI_2 + UI_3 \text{ или } P = P_1 + P_2 + P_3. \quad (4.13)$$

Значит, мощность разветвленной цепи  $P$  равна сумме мощностей всех ее приемников. Параллельное соединение имеет следующие преимущества перед последовательным: все приемники находятся под одним напряжением; при неизменном напряжении отключение одного или нескольких приемников энергии не нарушает режима работы оставшихся включенными приемников. Учитывая эти преимущества, большинство приемников энергии (лампы, электродвигатели и т. д.) включают в сеть параллельно.

**Пример 4.3.** В цепи (рис. 4.10) известны сопротивления  $r_1 = 20$  Ом,  $r_2 = 30$  Ом,  $r_3 = 60$  Ом и напряжение  $U = 120$  В. Определить: а) токи  $I_1, I_2, I_3, I$ ; б) эквивалентное сопротивление  $r$ ; в) мощности  $P_1, P_2, P_3, P$ ; г) токи  $I_1, I_2, I_3$  и  $I$  после отключения приемника  $r_1$ .

**Решение.** а) Токи:  $I_1 = U/r_1 = 120/20 = 6$  А,  $I_2 = U/r_2 = 120/30 = 4$  А,  $I_3 = U/r_3 = 120/60 = 2$  А и  $I = I_1 + I_2 + I_3 = 6 + 4 + 2 = 12$  А.

б) Эквивалентная проводимость  $1/r = 1/r_1 + 1/r_2 + 1/r_3 = 1/20 + 1/30 + 1/60 = (3 + 2 + 1)/60 = 6/60 = 1/10$  См. Значит, эквивалентное сопротивление цепи  $r = 10$  Ом.

в) Мощности отдельных ветвей:  $P_1 = UI_1 = 120 \cdot 6 = 720$  Вт,  $P_2 = UI_2 = 120 \cdot 4 = 480$  Вт,  $P_3 = UI_3 = 120 \cdot 2 = 240$  Вт, а мощность всей цепи  $P = UI = 120 \cdot 12 = 1440$  Вт.

г) После отключения приемника  $r_1$  ток  $I_1 = 0$ . Токи  $I_2$  и  $I_3$  останутся прежними  $I_2 = 4$  А,  $I_3 = 2$  А, а ток всей цепи изменится и будет равен  $I = I_2 + I_3 = 3 + 2 = 5$  А.

## § 4.4. Смешанное соединение приемников энергии

Смешанное соединение приемников энергии представляет собой сочетание рассмотренных последовательного и параллельного соединений. Большое разнообразие этих соединений не позволяет вывести общую формулу для определения эквивалентного сопротивления цепи. В каждом конкретном случае нужно выделять участки, соединенные последовательно или параллельно, и по известным формулам заменять их эквивалентными сопротив-

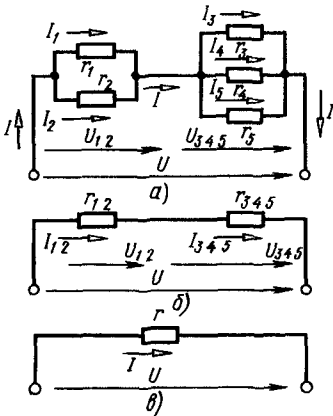


Рис. 4.11

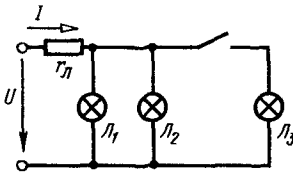


Рис. 4.12

лениями. Цепь постепенно упрощают и приводят к простейшему виду с одним сопротивлением. При этом токи и напряжения отдельных участков цепи определяют по закону Ома. Рассмотрим схему (рис. 4.11, а), в которой заданы сопротивления участков  $r_1 — r_5$  и напряжение  $U$  на зажимах цепи. Требуется определить токи и напряжения на всех участках. Сначала определим эквивалентное сопротивление цепи. Участки с сопротивлениями  $r_1$  и  $r_2$  соединены параллельно, и их эквивалентное сопротивление  $r_{12} = (r_1 r_2) / (r_1 + r_2)$ . Участки с сопротивлениями  $r_3, r_4$  и  $r_5$  также соединены параллельно. Эквивалентное сопротивление находим из формулы  $1/r_{345} = 1/r_3 + 1/r_4 + 1/r_5$ . Участки с эквивалентными сопротивлениями  $r_{12}$  и  $r_{345}$  соединены последовательно (рис. 4.11, б).

Значит, эквивалентное сопротивление всей цепи (рис. 4.11, в)  $r = r_{12} + r_{345}$ . Ток источника  $I = U/r$  проходит по участкам с эквивалентными

сопротивлениями  $r_{12}$  и  $r_{345}$  (рис. 4.11, б). Следовательно, напряжения на этих участках цепи  $U_{12} = I r_{12}$  и  $U_{345} = I r_{345}$ , а токи участков цепи:  $I_1 = U_{12}/r_1$ ;  $I_2 = U_{12}/r_2$ ;  $I_3 = U_{345}/r_3$ ;  $I_4 = U_{345}/r_4$ ;  $I_5 = U_{345}/r_5$ .

**Пример 4.4.** В цепи на рис. 4.11, а известны следующие величины:  $r_1 = 30$  Ом;  $r_2 = 60$  Ом;  $r_3 = 20$  Ом,  $r_4 = 30$  Ом,  $r_5 = 60$  Ом,  $U = 120$  В. Определить эквивалентное сопротивление цепи и токи всех участков.

**Решение.** Сопротивление  $r_{12} = r_1 r_2 / (r_1 + r_2) = 30 \cdot 60 / (30 + 60) = 20$  Ом;  $1/r_{345} = 1/r_3 + 1/r_4 + 1/r_5 = 1/20 + 1/30 + 1/60 = (3 + 2 + 1)/60 = 6/60 = 1/10$  См, а  $r_{345} = 10$  Ом.

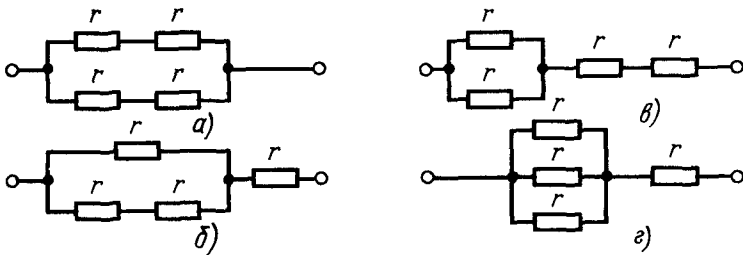


Рис. 4.13

Эквивалентное сопротивление цепи  $r = r_{12} + r_{345} = 20 + 10 = 30$  Ом. Ток  $I = U/r = 120/30 = 4$  А. Напряжения на сопротивлениях  $r_{12}$  и  $r_{345}$  следующие:  $U_{12} = I r_{12} = 4 \cdot 20 = 80$  В,  $U_{345} = I r_{345} = 4 \cdot 10 = 40$  В. Токи:  $I_1 = U_{12}/r_1 = 80/30 = 2,67$  А,  $I_2 = U_{12}/r_2 = 80/60 = 1,33$  А,  $I_3 = U_{345}/r_3 = 40/20 = 2$  А,  $I_4 = U_{345}/r_4 = 40/30 = 1,33$  А,  $I_5 = U_{345}/r_5 = 40/60 = 0,67$  А.

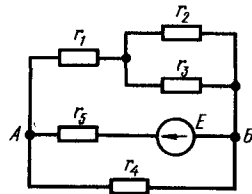


Рис. 4.14

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 4.3.

Контрольная карта 4.3

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите						
					части	параграф					
1	<p>В цепи (см. рис. 4.10) известны сопротивления <math>r_1, r_2, r_3</math> и ток в первой ветви <math>I_1</math>. Определить ток <math>I</math> и мощность <math>P</math> цепи</p>	<p><math>I = 8</math> А; <math>P = 960</math> Вт  <math>I = 7</math> А; <math>P = 840</math> Вт  <math>I = 6</math> А; <math>P = 540</math> Вт  <math>I = 9</math> А; <math>P = 810</math> Вт</p>		<p>98 119 139 157</p>	2	4.3					
							Значения	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
	<p><math>r_1</math>, Ом 30  <math>r_2</math>, Ом 60  <math>r_3</math>, Ом 120  <math>I_1</math>, А 4</p>	<p>45 90 30 2</p>	<p>60 30 60 2</p>	<p>30 45 22,5 3</p>							
2	<p>Как изменятся яркость ламп <math>L_1</math> и <math>L_2</math> и ток <math>I</math> в цепи (рис. 4.12) после включения третьей лампы <math>L_3</math>? Укажите неправильный ответ</p>	<p>Яркость ламп <math>L_1</math> и <math>L_2</math> не изменится. Ток <math>I</math> увеличится.  Яркость ламп <math>L_1</math> и <math>L_2</math> уменьшится. Ток <math>I</math> увеличится</p>		175	2	4.3					
				200		4.4					
3	<p>Из четырех одинаковых сопротивлений по 30 Ом каждое составлены четыре схемы (рис. 4.13, а — г). Укажите схему, эквивалентное сопротивление которой равно <math>r_0</math>.</p>	<p>На рис. 4.13, а  На рис. 4.13, б  На рис. 4.13, в  На рис. 4.13, г</p>		<p>21 40 43 78</p>		4.4					

Продолжение контрольной карты 4.3

Номера заданий	Содержание заданий				Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
								части	параграф
	Значения	Варианты							
		1-й	2-й	3-й	4-й				
	$r_3 \cdot \text{Ом}$	50	40	30	75				
4	В схеме (рис. 4.14) известны сопротивления: $r_1 - r_5$ и ЭДС $E$ . Определить эквивалентное сопротивление цепи $r$				25 Ом 40 Ом 50 Ом 30 Ом		99 121 141 159		4.4
	Значения	Варианты							
		1-й	2-й	3-й	4-й				
$r_1, \text{ Ом}$	20	30	10	20					
$r_2, \text{ Ом}$	30	90	45	60					
$r_3, \text{ Ом}$	60	45	90	120					
$r_4, \text{ Ом}$	40	30	40	30					
$r_5, \text{ Ом}$	30	20	10	5					
$E, \text{ В}$	100	120	120	125					
5	По данным задания 4 определить ток $I_2$				1,33 А 1,11 А 0,67 А 0,33 А		244 260 280 299		4.4

В некоторых задачах известны сопротивления всех участков цепи и ток (или напряжение) в одной ее ветви. Например, в цепи на рис. 4.15 известны сопротивления  $r_1 - r_5$  и ток на первом участке  $I_1$ . В этом случае токи и напряжения на остальных участках цепи можно определить, пользуясь законом Ома и первым законом Кирхгофа. В данном примере ток  $I_1$  проходит по участкам с сопротивлениями  $r_1$  и  $r_2$ . Напряжения на этих участках  $U_1 = I_1 r_1$  и  $U_2 = I_1 r_2$ , а  $U_{12} = U_1 + U_2$ . Участки с сопротивлениями  $r_{12}$ ,  $r_3$  и  $r_4$  соединены параллельно. Значит,  $U_{12} = U_3 = U_4$ , а токи  $I_3 = U_3 / r_3$  и  $I_4 = U_4 / r_4$ . Ток  $I_5$  можно определить по первому закону Кирхгофа:  $I_5 = I_1 + I_3 + I_4$ . Так как участки с сопротивлениями  $r_5$  и  $r_{1234}$  соединены последовательно, то общее напряжение цепи  $U = U_5 + U_{12}$ .

**Пример 4.5.** В цепи на рис. 4.15 известны сопротивления:  $r_1 = 10$  Ом,  $r_2 = 15$  Ом,  $r_3 = 25$  Ом,  $r_4 = 50$  Ом,  $r_5 = 5$  Ом и ток  $I_1 = 2$  А. Определить токи  $I_3, I_4, I_5$  и напряжение на зажимах цепи.

**Решение.** Напряжения на участках с сопротивлениями  $r_1$  и  $r_2$   $U_1 = I_1 r_1 = 2 \cdot 10 = 20$  В,  $U_2 = I_1 r_2 = 2 \cdot 15 = 30$  В. Найдем сумму этих напряжений:  $U_{12} = U_1 + U_2 = 20 + 30 = 50$  В. Участки с сопротивлениями  $r_{12}, r_3$  и  $r_4$  соединены параллельно. Значит,  $U_{12} = U_3 = U_4 = 50$  В. Токи в параллельных ветвях:  $I_3 = U_3 / r_3 = 50 / 25 = 2$  А,  $I_4 = U_4 / r_4 = 50 / 50 = 1$  А. Ток  $I_5 = I_1 + I_3 + I_4 = 2 + 2 + 1 = 5$  А. Напряжение  $U_5 = I_5 r_5 = 5 \cdot 5 = 25$  В, а напряжение на зажимах цепи  $U = U_5 + U_{12} = 25 + 50 = 75$  В.

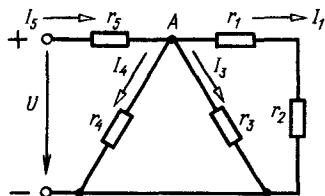


Рис. 4.15

Возможны задачи, когда одно из заданных сопротивлений цепи изменяется (уменьшается или увеличивается). Требуется определить характер изменения токов и напряжений на всех участках цепи. Решение подобных задач покажем на примере потенциометра (рис. 4.16). Сопротивление потенциометра делится его движком на две части:  $r_1$  и  $r_2$ . Параллельно участку  $r_2$  включен приемник энергии с сопротивлением  $r_3$ . Как изменится показание вольтметра при уменьшении сопротивления приемника энергии  $r_3$ ?

Движок потенциометра при этом остается в том же положении и напряжение источника  $U$  не изменяется. Так как участки цепи с сопротивлениями  $r_2$  и  $r_3$  соединены параллельно, их эквивалентное сопротивление  $r_{23} = r_2 r_3 / (r_2 + r_3)$ . Эквивалентное сопротивление цепи  $r = r_1 + r_{23}$ . При уменьшении сопротивления  $r_3$  будут уменьшаться сопротивление  $r_{23}$  и  $r$ . Это увеличит ток  $I = U / r$  и напряжение на участке цепи с сопротивлением  $r_1$ :  $U_1 = I r_1$ . В результате уменьшится напряжение  $U_2 = U - U_1$ , которое измеряет вольтметр. Таким образом, при уменьшении сопротивления приемника энергии  $r_3$  напряжение  $U_2$  будет уменьшаться.

**Пример 4.6.** При постоянном напряжении  $U$  (рис. 4.17) движок реостата перемещают влево. Определить, как при этом будет изменяться показание амперметра.

**Решение.** Эквивалентное сопротивление цепи  $r = r_1 + r_2 r_3 / (r_2 + r_3)$ . Если движок реостата перемещать влево, то сопротивление  $r_1$  и эквивалентное

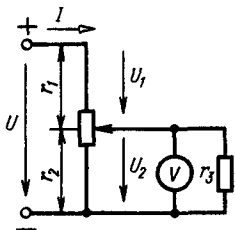


Рис. 4.16

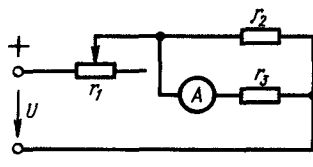


Рис. 4.17

сопротивление цепи  $r$  будут уменьшаться. Это увеличит ток  $I = U/r$  и напряжение  $U_{23} = Ir_{23}$ . В результате будут увеличиваться ток  $I_3 = U_{23}/r_3$  и показание амперметра.

### Задание. Ответьте на вопросы контрольной карты 4.4.

#### Контрольная карта 4.4

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера контрольных таблиц	При неправильном ответе повторите						
					части	параграф					
1	В схеме на рис. 4.11, <i>a</i> заданы сопротивления $r_1$ — $r_5$ и ток $I_5$ . Определить ток $I_3$	0,5 А 1 А 2 А 1,5 А		22 41 44 79		4.4					
							Значения	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
$r_1=r_2, \text{ Ом}$	30	20	10	10							
$r_3=r_4, \text{ Ом}$	40	30	40	20							
$r_5, \text{ Ом}$	20	15	20	10							
$I_5, \text{ А}$	2	1	3	4							
2	По данным задания 1 определить ток цепи $I$	8 А 6 А 4 А 2 А		101 123 142 161		4.4					
3	По данным заданий 1 и 2 определить напряжение $U_{12}$ и напряжение на зажимах цепи $U$	$U_{12}=20 \text{ В}; U=35 \text{ В}$ $U_{12}=60 \text{ В}, U=100 \text{ В}$ $U_{12}=30 \text{ В}, U=90 \text{ В}$ $U_{12}=40 \text{ В}, U=80 \text{ В}$		166 182 219 239		4.4					
4	В цепи на рис. 4.15 известны сопротивления $r_1$ — $r_5$ и ток $I_3$ . Определить напряжение на зажимах цепи $U$	$U = 60 \text{ В}$ $U = 120 \text{ В}$ $U = 190 \text{ В}$ $U = 100 \text{ В}$		246 261 281 300		4.4					
							Значения	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
$r_1, \text{ Ом}$	30	4	5	10							
$r_2, \text{ Ом}$	10	6	10	40							
$r_3, \text{ Ом}$	20	20	20	50							
$r_4, \text{ Ом}$	40	10	20	75							
$r_5, \text{ Ом}$	2	2	4	5							
$I_3, \text{ А}$	5	2	3	3							



Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
5	Как изменится ток $I_5$ , если сопротивление $r_1$ (см. рис. 4.11, а) замкнуть накоротко? Напряжение $U$ остается постоянным	Уменьшится Увеличится Не изменится		23 42 45		4.4

## § 4.5. Способы соединения химических источников энергии в батареи

**1. Виды источников энергии и их основные электрические характеристики.** Химические источники энергии делятся на первичные элементы и аккумуляторы. В первичных элементах происходит необратимый процесс преобразования химической энергии в электрическую. После полного разряда активные вещества первичных элементов не восстанавливаются и приходят в негодность. В технике применяются элементы марганцево-цинковой и воздушно-марганцево-цинковой систем (рис. 4.18, а), ртутно-цинковые элементы (рис. 4.18, б) и др.

В отличие от первичных элементов активные вещества аккумуляторов можно восстановить, пропуская через них ток, по своему направлению обратный току разряда. Этот процесс называется *зарядом* аккумуляторов. Таким образом, после разряда аккумулятор можно зарядить и он снова будет служить источником электрической энергии. В технике применяются свинцовые (кислотные), никель-железные и никель-кадмиевые (щелочные) (рис. 4.19), серебряно-цинковые аккумуляторы.

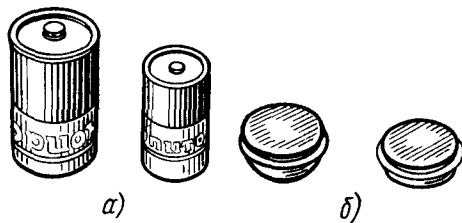


Рис. 4.18

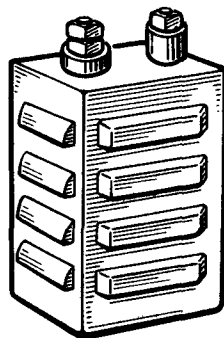


Рис. 4.19

Количество электричества, которое можно получить от элемента во время его разряда, называется *емкостью элемента*. Она выражается в ампер-часах ( $A \cdot ч$ ) и определяется по формуле  $Q = I_p t_p$ , где  $I_p$  — разрядный ток,  $t_p$  — время разряда. Чем больше активных веществ в элементе, тем больше его емкость. Каждый элемент характеризуется также допустимым разрядным током ( $I_{др}$ ), который зависит от его емкости.

Первичные элементы и аккумуляторы имеют сравнительно низкую ЭДС (в вольтах), равную 1,5 у первичных элементов марганцево-цинковой и воздушно-марганцево-цинковой систем, 1,35 у ртутно-цинковых элементов, 2 у кислотных аккумуляторов и 1,4 у щелочных. Допустимый разрядный ток аккумуляторов большой емкости достигает нескольких сотен ампер.

Первичные элементы с большим внутренним сопротивлением могут разряжаться небольшими токами. Между тем очень часто для работы потребителей энергии требуются напряжение  $U$  и ток  $I$  большего значения, чем может дать один элемент. В таких случаях однородные элементы, имеющие одинаковые ЭДС  $E_3$ , емкость  $Q_3$  и внутренние сопротивления  $r_3$ , соединяются в батареи.

Применяются три способа соединения элементов в батареи: последовательный, параллельный и смешанный. Для выбора способа соединения необходимо знать номинальное напряжение  $U$  и мощность  $P$  приемника энергии. По этим данным можно определить ток приемника  $I = P/U$  и его сопротивление  $r = U/I$ .

**2. Последовательное соединение элементов.** Если номинальное напряжение приемника энергии больше напряжения одного элемента, а его ток не превышает допустимого разрядного тока одного элемента, то применяют последовательное соединение элементов (рис. 4.20). При этом положительный полюс первого элемента соединяют с отрицательным полюсом второго, положительный полюс второго — с отрицательным третьего и т. д. Отрицательный полюс первого и положительный полюс последнего элемента являются полюсами созданной таким образом батареи. Нетрудно заметить, что ЭДС всех элементов при последовательном соединении направлены в одну сторону. Поэтому ЭДС батареи  $E = nE_3$ , аналогично определяется напряжение  $U = nU_3$  и

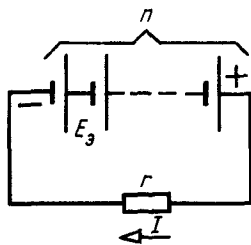


Рис. 4.20

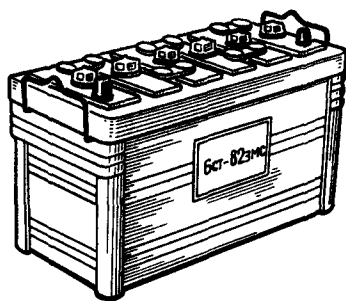


Рис. 4.21

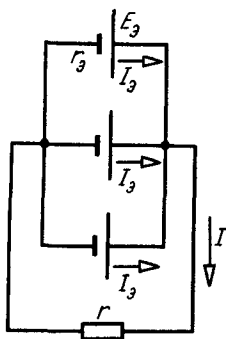


Рис. 4.22

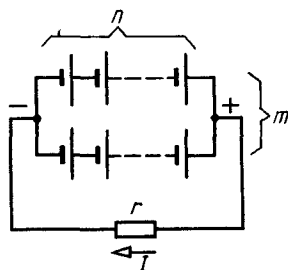


Рис. 4.23

внутреннее сопротивление батареи  $r_{\text{вн}} = nr_3$ , где  $n$  — число одинаковых последовательно соединенных элементов;  $E_3$ ,  $U_3$ ,  $r_3$  — ЭДС, напряжение и внутреннее сопротивление одного элемента. При последовательном соединении все элементы разряжаются и заряжаются одинаковым током. Поэтому для одновременности разряда или заряда они должны иметь одинаковую емкость. По этой же причине емкость батареи  $Q$  равна емкости одного элемента  $Q_3$ , т. е.  $Q = Q_3$ . На рис. 4.21 показана аккумуляторная свинцовая батарея, состоящая из шести последовательно соединенных элементов.

**3. Параллельное соединение элементов.** В тех случаях, когда номинальное напряжение приемника энергии равно напряжению одного элемента, а его ток больше допустимого разрядного тока одного элемента, применяют параллельное соединение элементов (рис. 4.22). При этом положительные полюсы отдельных элементов соединяют в один узел, а отрицательные — в другой. К узловым точкам подключают приемник с сопротивлением  $r$ . ЭДС батареи при параллельном соединении равна ЭДС одного элемента  $E = E_3$ , напряжение  $U = U_3$ . Внутреннее сопротивление батареи равно сопротивлению одного элемента, деленному на число элементов в батарее:  $r_{\text{вн}} = r_3/m$ . Если разрядный ток одного элемента  $I_3$ , то ток батареи  $I = mI_3$ . Емкость батареи равна сумме емкостей параллельно соединенных элементов. Таким образом, при параллельном соединении увеличиваются разрядный ток и емкость батареи, а ее внутреннее сопротивление уменьшается. Все параллельно соединенные элементы должны иметь одинаковые ЭДС и внутреннее сопротивление. В противном случае элемент с большей ЭДС будет разряжаться на элемент с меньшей ЭДС. При одинаковых ЭДС элементы с меньшим внутренним сопротивлением разрядятся быстрее элементов с большим внутренним сопротивлением.

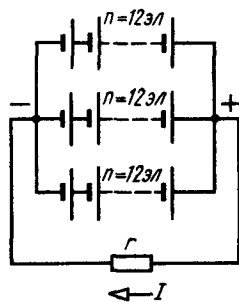


Рис. 4.24

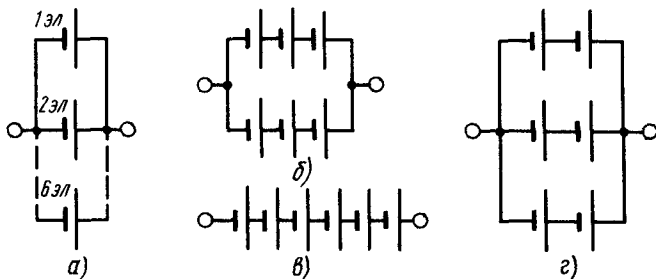


Рис. 4.25

**4. Смешанное соединение элементов.** Смешанное соединение элементов (рис. 4.23) применяется для увеличения напряжения и емкости батарей. ЭДС, внутреннее сопротивление и ток батареи в этом случае определяются так:  $E = nE_3$ ,  $r_{\text{вн}} = nr_3/m$ ,  $I = mI_3$ , где  $n$  — число элементов одной ветви батареи, соединенных последовательно;  $m$  — число ветвей батареи.

**Пример 4.7.** Определить количество кислотных аккумуляторов в батарее и составить схему их соединения, если питающаяся от этой батареи нагрузка имеет мощность  $P = 200$  Вт при напряжении  $U = 24$  В. Напряжение каждого аккумулятора  $U_3 \approx E_3 = 2$  В, емкость  $Q_3 = 36$  А·ч, а допустимый разрядный ток составляет  $1/10$  его емкости. Внутреннее сопротивление кислотного аккумулятора принять равным нулю.

**Решение.** Определяем допустимый разрядный ток одного элемента:  $I_{\text{др}} = Q_3/10 = 36/10 = 3,6$  А. Ток нагрузки  $I = P/U = 240/24 = 10$  А. Так как  $U > E_3$ , а  $I > I_{\text{др}}$ , то применяем смешанное соединение элементов в батарее. Число последовательно соединенных элементов в одной ветви  $n = U/U_3 = 24/2 = 12$ , а число параллельных ветвей  $m = I/I_{\text{др}} = 10/3,6 = 2,77$ , берем  $m = 3$ . Общее количество элементов в батарее:  $N = nm = 12 \cdot 3 = 36$ . На рис. 4.24 представлена схема соединения элементов рассчитанной батареи.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 4.5.

Контрольная карта 4.5

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
1	Из шести элементов с ЭДС $E_3 = 1,5$ В и емкостью $Q_3 = 3$ А·ч составлены четыре различные батареи (рис. 4.25). Укажите, которая из них имеет емкость $Q$ и ЭДС $E$ , приведенные в вариантах	На рис. 4.25, а На рис. 4.25, б На рис. 4.25, в На рис. 4.25, г		975 1087 1048 958	2, 3, 4	4.5

Продолжение контрольной карты 4.5

Номера заданий	Содержание заданий				Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите												
								части	параграф											
	<table border="1"> <tr> <th rowspan="2">Значения</th> <th colspan="4">Варианты</th> </tr> <tr> <th>1-й</th> <th>2-й</th> <th>3-й</th> <th>4-й</th> </tr> <tr> <td>Q, А · ч E, В</td> <td>3 9</td> <td>6 4,5</td> <td>9 3</td> <td>18 1,5</td> </tr> </table>	Значения	Варианты				1-й	2-й	3-й	4-й	Q, А · ч E, В	3 9	6 4,5	9 3	18 1,5					
Значения	Варианты																			
	1-й	2-й	3-й	4-й																
Q, А · ч E, В	3 9	6 4,5	9 3	18 1,5																
2	<p>Определить внутреннее сопротивление батарей первичных элементов, указанных в задании 1, если внутреннее сопротивление одного элемента <math>r_3 = 1 \text{ Ом}</math></p>	<p>1,5 Ом 6 Ом 0,67 Ом 0,167 Ом</p>		<p>347 997 884 1015</p>	<p>2, 3, 4</p>	<p>4.5</p>														
3	<p>По данным заданий 1 и 2 определить внутреннее падение напряжения <math>U_{\text{вн}}</math>, если ток нагрузки <math>I</math></p>	<p>0,6 В 0,3 В 0,1 В</p>		<p>977 1028 1064</p>	<p>2, 3, 4</p>	<p>4.5</p>														
	<table border="1"> <tr> <th rowspan="2">Значение</th> <th colspan="4">Варианты</th> </tr> <tr> <th>1-й</th> <th>2-й</th> <th>3-й</th> <th>4-й</th> </tr> <tr> <td><math>I, \text{ А}</math></td> <td>0,1</td> <td>0,2</td> <td>0,15</td> <td>0,6</td> </tr> </table>	Значение	Варианты				1-й	2-й	3-й	4-й	$I, \text{ А}$	0,1	0,2	0,15	0,6					
Значение	Варианты																			
	1-й	2-й	3-й	4-й																
$I, \text{ А}$	0,1	0,2	0,15	0,6																
4	<p>По данным заданий 1—3 определить напряжение батареи <math>U</math></p>	<p>8,4 В 2,9 В 4,2 В 1,4 В</p>		<p>410 1076 869 904</p>	<p>2, 3, 4</p>	<p>4.5</p>														
5	<p>Заряженные кислотный и щелочной аккумуляторы соединены параллельно. Какой из них будет разряжаться при отключенной нагрузке?</p>	<p>Кислотный Щелочной</p> <p>Оба разряжаться не будут</p>		<p>922 943  960</p>	<p>3</p>	<p>4.5</p>														

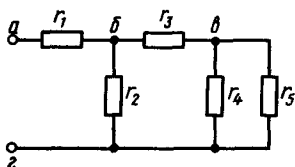


Рис. 4.26

## ЗАДАЧИ К ГЛАВЕ 4

4.1. Для цепи (рис. 4.26) найти эквивалентные сопротивления между зажимами  $a$  и  $c$ ,  $b$  и  $c$ , если  $r_1 = 5$  Ом,  $r_2 = 2,5$  Ом,  $r_3 = 8$  Ом,  $r_4 = 3$  Ом,  $r_5 = 6$  Ом.

Решение. а) Расчет сопротивления  $r_{ac}$ .

Участки цепи с сопротивлениями  $r_4$  и  $r_5$  соединены параллельно, их эквивалентное сопротивление

$$r_{45} = r_4 r_5 / (r_4 + r_5) = 3 \cdot 6 / (3 + 6) = 2 \text{ Ом.}$$

Участок с эквивалентным сопротивлением  $r_{45}$  и участок с сопротивлением  $r_3$  соединены последовательно. Поэтому эквивалентное сопротивление  $r_{345} = r_3 + r_{45} = 8 + 2 = 10$  Ом. Сопротивление

$$r_{2345} = r_2 r_{345} / (r_2 + r_{345}) = 2,5 \cdot 10 / (2,5 + 10) = 2 \text{ Ом.}$$

Сопротивление цепи  $r_{ac}$  состоит из сопротивлений  $r_1$  и  $r_{2345}$ , соединенных последовательно. Поэтому

$$r_{ac} = r_1 + r_{2345} = 5 + 2 = 7 \text{ Ом.}$$

б) Расчет сопротивления  $r_{bc}$ .

Участки с эквивалентными сопротивлениями  $r_{45}$  и  $r_2$  теперь соединены последовательно. Их эквивалентное сопротивление

$$r_{245} = r_2 + r_{45} = 2,5 + 2 = 4,5 \text{ Ом.}$$

Эквивалентное сопротивление цепи  $r_{bc}$  состоит из сопротивлений  $r_3$  и  $r_{245}$ , соединенных параллельно. Поэтому

$$r_{bc} = r_3 r_{245} / (r_3 + r_{245}) = 8 \cdot 4,5 / (8 + 4,5) = 2,88 \text{ Ом.}$$

4.2. Цепь, схема которой дана на рис. 4.27, состоит из пяти одинаковых резисторов:  $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r_5 = 1$  кОм. Определите эквивалентное сопротивление цепи при разомкнутом и замкнутом положениях выключателя  $B$ .

Ответ:  $r = 1,75$  кОм при разомкнутом положении и  $r = 1,5$  кОм, при замкнутом положении выключателя.

4.3. Вычислить эквивалентное сопротивление цепи (рис. 4.28), если все шесть ее сопротивлений одинаковы:  $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r_5 = r_6 = 100$  Ом.

Ответ:  $r = 66,6$  Ом.

4.4. Определить эквивалентное сопротивление цепи (рис. 4.29), если  $r_1 = 1$  Ом,  $r_2 = 4$  Ом,  $r_3 = 7$  Ом,  $r_4 = 3$  Ом,  $r_5 = 6$  Ом,  $r_6 = 8$  Ом,  $r_7 = 2$  Ом.

Ответ:  $r = 5,1$  Ом.

4.5. Измерительный механизм вольтметра имеет сопротивление  $r_n = 100$  Ом и рассчитан на напряжение  $U_n = 3$  В. Определить добавочные сопротивления  $r_{д1}$ ,  $r_{д2}$  (рис. 4.30) на пределах измерения 75 и 300 В.

Ответ:  $r_{д1} = 2400$  Ом,  $r_{д2} = 7500$  Ом.

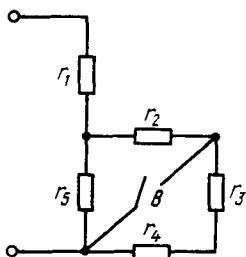


Рис. 4.27

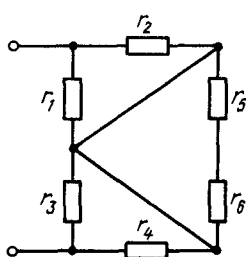


Рис. 4.28

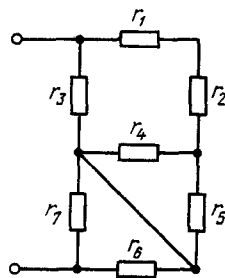


Рис. 4.29

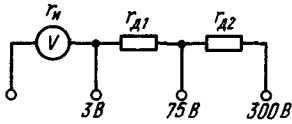


Рис. 4.30

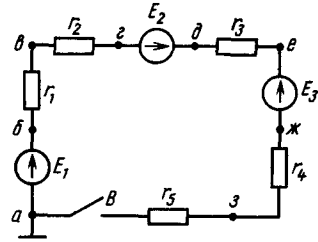


Рис. 4.31

4.6. Определить напряжение между точками  $\theta$  и  $\kappa$  (рис. 4.31) при замкнутом и разомкнутом положениях выключателя  $B$ . Электродвижущие силы:  $E_1 = 60$  В,  $E_2 = 20$  В,  $E_3 = 30$  В. Внешние сопротивления:  $r_1 = 2$  Ом,  $r_2 = 3$  Ом,  $r_3 = 4$  Ом,  $r_4 = 5$  Ом,  $r_5 = 6$  Ом. Внутренними сопротивлениями источников пренебречь.

**Ответ:**  $U_{\theta\kappa} = 27,5$  В при замкнутом положении выключателя,  $U_{\theta\kappa} = 10$  В при разомкнутом положении выключателя.

4.7. Вычислить, в каких пределах можно изменять ток в цепи, состоящей из последовательно соединенных обмотки возбуждения электродвигателя с сопротивлением  $r_1 = 100$  Ом и реостата, сопротивление которого  $r_2$  можно изменять от 0 до 100 Ом. Напряжение источника  $U = 220$  В.

**Ответ:** от 2,2 А до 1,1 А.

4.8. Определить токи во всех ветвях цепи (рис. 4.32), если

$$E = 24,3 \text{ В}, r_{\text{вн}} = 0,3 \text{ Ом}, r_1 = 0,5 \text{ Ом}; r_2 = 6 \text{ Ом},$$

$$r_3 = 4 \text{ Ом}, r_4 = 3 \text{ Ом}, r_5 = 6 \text{ Ом}, r_6 = 6 \text{ Ом}, r_7 = 0,6 \text{ Ом}.$$

**Решение.** Участки цепи с сопротивлениями  $r_4$  и  $r_5$  соединены параллельно, их эквивалентное сопротивление

$$r_{45} = r_4 r_5 / (r_4 + r_5) = 3 \cdot 6 / (3 + 6) = 2 \text{ Ом}.$$

Участки цепи с сопротивлениями  $r_3$ ,  $r_{45}$ , и  $r_6$  соединены последовательно; заменяющее их эквивалентное сопротивление

$$r_{3456} = r_3 + r_{45} + r_6 = 4 + 2 + 6 = 12 \text{ Ом}.$$

Эквивалентное сопротивление участка цепи  $ab$

$$r_{ab} = r_{3456} r_2 / (r_{3456} + r_2) = 12 \cdot 6 / (12 + 6) = 4 \text{ Ом}.$$

Сопротивление всей цепи

$$r = r_{\text{вн}} + r_1 + r_{ab} + r_7 = 0,3 + 0,5 + 4 + 0,6 = 5,4 \text{ Ом}.$$

Ток в неразветвленной части цепи

$$I = I_1 = I_7 = E / r = 24,3 / 5,4 = 4,5 \text{ А}.$$

Напряжение на участке  $ab$

$$U_{ab} = I r_{ab} = 4,5 \cdot 4 = 18 \text{ В},$$

или

$$U_{ab} = E - I(r_{\text{вн}} + r_1 + r_7) = 24,3 - 4,5(0,3 + 0,5 + 0,6) = 18 \text{ В}.$$

Ток в ветви с сопротивлением  $r_2$

$$I_2 = U_{ab} / r_2 = 18 / 6 = 3 \text{ А}.$$

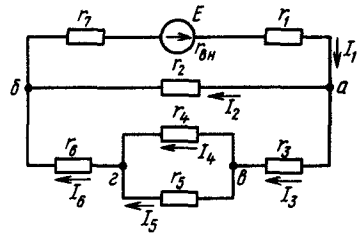


Рис. 4.32

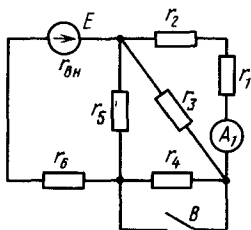


Рис. 4.33

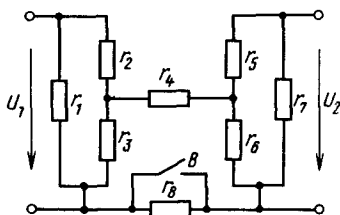


Рис. 4.34

Для узла  $a$ , по первому закону Кирхгофа,  $I_1 - I_2 - I_3 = 0$ .

Отсюда  $I_3 = I_1 - I_2 = 4,5 - 3 = 1,5$  А.

Напряжение на участке  $az$

$$U_{az} = I_3 r_{45} = 1,5 \cdot 2 = 3 \text{ В.}$$

Токи ветвей

$$I_4 = U_{az} / r_4 = 3 / 3 = 1 \text{ А, } I_5 = U_{az} / r_5 = 3 / 6 = 0,5 \text{ А.}$$

Ток  $I_6 = I_3 = 1,5$  А.

**4.9.** Определить показания амперметра  $A_1$  (рис. 4.33) при разомкнутом и замкнутом положениях выключателя  $B$ . ЭДС источника  $E = 60$  В, внутреннее сопротивление  $r_{вн} = 1$  Ом, сопротивления  $r_1 = r_2 = r_3 = 9$  Ом,  $r_4 = r_6 = 3$  Ом,  $r_5 = 18$  Ом.

*Ответ:*  $I_1 = 1,33$  А при разомкнутом выключателе;  $I_1 = 1,76$  А при замкнутом выключателе.

**4.10.** Для цепи (рис. 4.34) определить отношение напряжений  $U_1 / U_2$  при разомкнутом и замкнутом положениях выключателя  $B$ . Сопротивления участков цепи равны:  $r_1 = r_2 = r_3 = 9$  Ом,  $r_4 = r_8 = 6$  Ом,  $r_5 = r_6 = r_7 = 3$  Ом.

*Ответ:*  $U_1 / U_2 = 20$  при разомкнутом выключателе,  $U_1 / U_2 = 14$  при замкнутом выключателе.

## Глава 5

### ТЕПЛОВОЕ ДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА

#### § 5.1. Закон Джоуля — Ленца. Расчет сечения проводов по допустимому нагреву

**1. Закон Джоуля — Ленца.** Электрический ток — это упорядоченное движение электрически заряженных частиц, которые при движении сталкиваются с атомами и молекулами вещества, отдавая им часть своей кинетической энергии. В результате проводник нагревается и электрическая энергия в проводниках преобразуется в тепловую. Скорость преобразования электрической энергии в тепловую характеризуется мощностью  $P = UI = I^2 r$ . Таким образом, количество электрической энергии  $W$ , преобразуемое в тепловую энергию за время  $t$ ,

$$W = Pt = I^2 r t. \quad (5.1)$$



По этой формуле определяется и количество выделенной в проводнике теплоты, выраженное в джоулях:  $Q = I^2rt$ . Формула (5.1) является математическим выражением закона Джоуля — Ленца: *количество электрической энергии, преобразуемой в проводнике в тепловую энергию, пропорционально квадрату тока, электрическому сопротивлению проводника и времени прохождения тока.*

**2. Расчет электронагревательных приборов.** Тепловое действие электрического тока используется в электронагревательных приборах: электрических печах, сушильных шкафах, электроплитах и т. д.

В лампах накаливания электрический ток разогревает нить до такой температуры, что она начинает излучать свет. Количество выделенной теплоты прямо пропорционально сопротивлению проводника. Поэтому обмотки электронагревательных приборов изготавливаются из сплавов высокого сопротивления (нихрома, фехрала и др.). Чем больше плотность тока  $\delta$ , тем выше при прочих равных условиях температура проводника. Плотность тока в нихромовой проволоке для электропечей принимают в пределах  $\delta = 25 \div 30$  А/мм<sup>2</sup>. Плотность тока в нихромовой проволоке реостатов берется в пределах  $\delta = 5 \div 10$  А/мм<sup>2</sup>.

Упрощенный расчет электронагревательного прибора производится следующим образом: а) по заданной мощности  $P$  и напряжению  $U$  определяют ток  $I = P/U$ , а затем сопротивление обмотки нагревательного прибора  $r = U/I$ ; б) по току  $I$  и допустимой плотности  $\delta$  находят поперечное сечение провода обмотки  $S = I/\delta$  и округляют его до стандартного; в) по формуле  $l = rS/\rho$  определяют длину обмотки нагревательного прибора. Температура включенных электронагревательных элементов зависит от условий охлаждения (например, электрокипятильники нельзя включать в сеть без предварительного погружения в воду).

**Пример 5.1.** Определить длину проволоки для изготовления спирали электрической плитки мощностью  $P = 600$  Вт при напряжении  $U = 127$  В. Плотность тока принять равной  $\delta = 25$  А/мм<sup>2</sup>, а удельное электрическое сопротивление нихрома при рабочей температуре  $\rho = 1,3$  Ом·мм<sup>2</sup>/м.

**Решение.** Ток плитки  $I = P/U = 600/127 = 4,72$  А. Сопротивление нихромовой спирали  $r = U/I = 127/4,72 = 26,8$  Ом. Сечение нихромовой проволоки  $S = I/\delta = 4,72/25 = 0,19$  мм<sup>2</sup>. Ближайшим большим стандартным сечением является  $S = 0,196$  мм<sup>2</sup> (круглый провод диаметром  $d = 0,5$  мм). Длина нихромовой проволоки  $l = rS/\rho = 26,8 \cdot 0,196/1,3 = 4$  м.

**3. Расчет сечения проводов по допустимому нагреву.** Выделение теплоты в соединительных проводах, обмотках электрических машин, аппаратов и различных приборов — явление нежелательное. Оно приводит к бесполезной потере электрической энергии, порче изоляции и может вызвать пожар. Поэтому для проводов установлена предельная температура нагрева. Например, для проводов с резиновой изоляцией она составляет 55 °С. Новые конструкции проводов и кабелей, разработанные на осно-

ве пластмасс, синтетических лаков, волокнистых и других новых изоляционных материалов, рассчитаны на длительную работу при повышенных температурах. Максимальный ток, при длительном прохождении которого проводник не перегревается выше установленной температуры, называется *предельно допустимым* или *номинальным током* провода. Значения номинальных токов проводов с резиновой изоляцией в зависимости от их материала, способа прокладки и поперечного сечения приведены в табл. 5.1. Допустимые токовые нагрузки для проводов и кабелей других марок указываются в специальных справочниках.

Для того чтобы определить сечение проводов, питающих группу приемников энергии, нужно знать их общую мощность  $P$  и напряжение  $U$ , по которым определяют ток проводов  $I = P/U$ . Затем по таблицам выбирают сечение проводов.

Таблица 5.1

Сечение токопроводящей жилы, мм <sup>2</sup>	Медные провода				Алюминиевые провода		
	Допустимая нагрузка при способе прокладки, А						
	Провода проложены открыто	Провода проложены в трубе			Провода проложены открыто	Провода проложены в трубе	
		два одно-жильных	три одно-жильных	один двух-жильный		два одно-жильных	три одно-жильных
1	15	14	13	13	—	—	—
1,5	20	17	15	16	—	—	—
2,5	27	24	22	22	21	18	17
4	36	34	31	28	28	25	25
6	46	41	37	35	35	32	28
10	70	60	55	50	50	45	42
16	90	75	70	70	70	55	55
25	125	100	90	90	95	75	70
35	150	120	110	110	115	90	85
50	190	165	150	140	145	125	115
70	240	200	185	175	185	155	145

**Пример 5.2.** Для питания 40 ламп требуется проложить в трубе два (прямой и обратный) медных одножильных провода. Определить их сечение, если напряжение сети  $U=120$  В, а мощность каждой лампы 150 Вт

**Решение.** Полная мощность нагрузки  $P=150 \cdot 40=6000$  Вт. Ток в проводах  $I = P/U = 6000/120 = 50$  А. По табл. 5.1 выбираем медный провод сечением  $S=10$  мм<sup>2</sup> с номинальным током  $I_{ном}=60$  А.

**4. Защита проводов от больших токов.** Провода, проложенные от источника с ЭДС  $E$  (рис. 5.1) к потребителю электрической энергии сопротивлением  $r$ , могут соединиться друг с другом непосредственно (на рисунке показано пунктирной линией). Такое соединение двух проводов называют *коротким замыканием*. Причиной замыкания могут быть повреждение изоляции проводов.

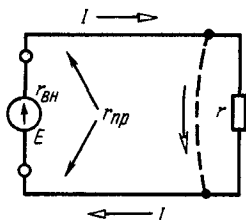


Рис. 5.1

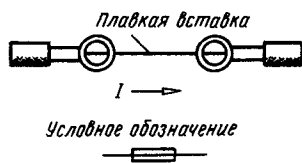


Рис. 5.2

неправильные действия обслуживающего персонала и др. При коротком замыкании ток в цепи  $I = E / (r_{вн} + r_{пр})$ . Если внутреннее сопротивление источника энергии  $r_{вн}$  и сопротивление проводов  $r_{пр}$  незначительны, то ток короткого замыкания во много раз больше номинального тока провода. При этом в проводах выделится огромное количество теплоты. В результате может возникнуть пожар. Кроме того, при коротком замыкании резко увеличивается потеря напряжения в сети, что приводит к снижению напряжения на всех приемниках, включенных в эту сеть параллельно. Для защиты проводов и источника электрической энергии от последствий короткого замыкания служат плавкие предохранители, автоматические выключатели, тепловые реле.

Предохранитель представляет собой легкоплавкую проволоку или пластину из меди, свинца или серебра, включенную в цепь последовательно с потреблением (рис. 5.2). Сечение плавкой вставки обычно меньше сечения защищаемых ею проводов. Поэтому при перегрузке она расплавится раньше, чем нагреются провода, и разорвет электрическую цепь. Сопротивление плавкой вставки настолько мало, что ее включение не влияет на токи, напряжения и мощности приемников энергии.

На рис. 5.3 показан пробочный предохранитель, состоящий из пробки 1 и патрона 2. Электрический ток по проводу 3 проходит винтовую поверхность патрона 4, пробки 5, плавкую вставку 6, контакты пробки 7, патрона 8 и выходит к проводу 9. В устройствах связи широко применяется трубчатый плавкий предохранитель (рис. 5.4). Его плавкая вставка 1 присоединена к металлическим колпачкам 2 и помещена в стеклянный баллон 3. На предохранителе указывается номинальный ток, т. е. предельно допустимый ток, кото-

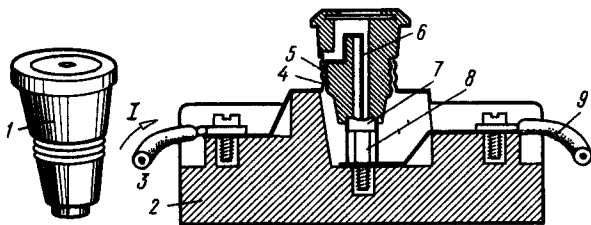


Рис. 5.3

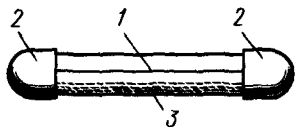


Рис. 5.4

рый длительное время может протекать через предохранитель. При перегорании плавкой вставки в ней не должна появляться электрическая дуга. Для этого длина вставки должна соответствовать выключаемому напряжению, которое также указывается на предохранителе. Выбор типа предохранителей для защищаемого участка сети производится по расчетному току этого участка и номинальному напряжению.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 5.1.

Контрольная карта 5.1

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
1	Нагревательный элемент плитки состоит из двух секций. При каком соединении (последовательном или параллельном) этих секций будет выделяться большее количество теплоты и во сколько раз? Сопротивление секций и напряжение источника считать постоянными. Каждая секция выдерживает ток при непосредственном включении на имеющееся напряжение	При параллельном в 2 раза При параллельном в 4 раза При последовательном в 2 раза При последовательном в 4 раза		24 30 47 80	1	5.1
2	Плотность тока спирали нагревательного элемента $\delta = 20 \text{ А/мм}^2$ . Определить мощность нагревательного элемента, если сечение спирали $S = 0,2 \text{ мм}^2$ , а ее сопротивление $r = 30 \text{ Ом}$ .	120 Вт 480 Вт 4800 Вт 360 Вт		100 103 143 162	2	5.1
3	Десять электрических ламп накаливания, из которых каждая рассчитана на номинальную мощность $P_n$ , горят ежедневно по $t$ ч. Определить расход электрической энергии за 30 дней и	144 кВт·ч 5 р. 76 коп. 120 кВт·ч 4 р. 80 коп. 135 кВт·ч 5 р. 40 коп. 150 кВт·ч		297 201 167 238	1,2	3.5

Продолжение контрольной карты 5.1

Номер задания	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите																			
					части	параграф																		
	ее стоимость, если стоимость 1 кВт·ч электрической энергии 4 коп.	6 руб.																						
	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Значения</th> <th colspan="4">Варианты</th> </tr> <tr> <th>1-й</th> <th>2-й</th> <th>3-й</th> <th>4-й</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>P, Вт</math></td> <td>40</td> <td>100</td> <td>75</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td><math>l, ч</math></td> <td>10</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>8</td> </tr> </tbody> </table>	Значения	Варианты				1-й	2-й	3-й	4-й	$P, Вт$	40	100	75	60	$l, ч$	10	5	6	8				
Значения	Варианты																							
	1-й	2-й	3-й	4-й																				
$P, Вт$	40	100	75	60																				
$l, ч$	10	5	6	8																				
4	Выбрать сечение медного провода по нагреву, если известна мощность нагрузки $P$ . Два таких одножильных изолированных провода должны быть проложены в трубе. Напряжение $U = 120 В$	2,5 мм <sup>2</sup> 6 мм <sup>2</sup> 4 мм <sup>2</sup> 16 мм <sup>2</sup>		220 240 245 262	3	5.1																		
	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Значения</th> <th colspan="4">Варианты</th> </tr> <tr> <th>1-й</th> <th>2-й</th> <th>3-й</th> <th>4-й</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>P, кВт</math></td> <td>3,6</td> <td>2,4</td> <td>8,4</td> <td>4,8</td> </tr> </tbody> </table>	Значения	Варианты				1-й	2-й	3-й	4-й	$P, кВт$	3,6	2,4	8,4	4,8									
Значения	Варианты																							
	1-й	2-й	3-й	4-й																				
$P, кВт$	3,6	2,4	8,4	4,8																				
5	Определить сечение алюминиевых проводов при условиях, которые указаны в задании 4	6 мм <sup>2</sup> 25 мм <sup>2</sup> 10 мм <sup>2</sup> 4 мм <sup>2</sup>		282 301 25 29	3	5.1																		

## § 5.2. Расчет проводов по допустимой потере напряжения

1. Потеря напряжения в соединительных проводах. При расчете проводов по допустимой потере напряжения обычно заданы: напряжение источника энергии  $U_1$ , расстояние  $l$  от этого источника до места потребления энергии, сила тока  $I$  (или мощность  $P$ ) приемников и напряжение  $U$ , необходимое для нормальной работы приемников (например, ламп накаливания, электродвигателей и т. д.). Задачей расчета проводов является выбор их сечения, при котором обеспечивается нормальное рабочее

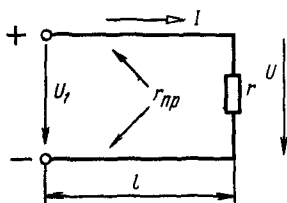


Рис. 5.5

напряжение (номинальное напряжение) на зажимах приемников электроэнергии. На рис. 5.5 показана электрическая двухпроводная линия к приемникам с сопротивлением  $r$ . Определим сопротивление обоих проводов линии:

$$r_{np} = \rho \frac{2l}{S} \text{ или } r_{np} = \frac{2l}{\gamma S},$$

где  $\gamma = 1/\rho$  — удельная проводимость материала проводов.

Напряжение источника  $U_1$  равно напряжению приемника энергии  $U$  плюс потеря напряжения в проводах  $\Delta U$ , т. е.  $U_1 = U + \Delta U$ . Отсюда напряжение на приемнике энергии

$$U = U_1 - \Delta U. \quad (5.2)$$

Потерю напряжения в проводах определим по закону Ома:

$$\Delta U = I r_{np} = I 2l / (\gamma S). \quad (5.3)$$

**Пример 5.3.** Мощность приемника энергии  $P = 2,2$  кВт при напряжении  $U = 220$  В. Электрическая энергия к приемнику подается по двум медным проводам, каждый из которых имеет длину  $l = 114$  м и поперечное сечение  $S = 4$  мм<sup>2</sup>. Определить: а) падение напряжения в проводах  $\Delta U$ ; б) напряжение в начале линии передачи  $U_1$ .

**Решение.** а) ток приемника энергии  $I = P/U = 2200/220 = 10$  А. Сопротивление обоих проводов  $r_{np} = 2l/\gamma S = 2 \cdot 114 / (57 \cdot 4) = 1$  Ом. Удельная проводимость меди  $\gamma = 57$  м/(Ом·мм). Потеря напряжения в проводах  $\Delta U = I r_{np} = 10 \cdot 1 = 10$  В; б) напряжение в начале линии  $U_1 = U + \Delta U = 220 + 10 = 230$  В.

**2. Расчет сечения проводов по допустимой потере напряжения при сосредоточенной нагрузке.** Значительное отклонение напряжения на приемнике энергии от номинального значения нежелательно, особенно в осветительных установках. При понижении напряжения на 5% световой поток лампы накаливания уменьшается на 18%, а при повышении на 5% длительность горения лампы уменьшается на 50%. У электродвигателей при уменьшении напряжения уменьшаются частота вращения и механическая мощность. Снижение напряжения для ламп внутреннего рабочего освещения промышленных предприятий и общественных зданий, согласно Правилам устройства электроустановок (ПУЭ), должно быть не более 2,5% от номинального напряжения ламп, а у ламп жилых зданий и наружного освещения — не более 5%. Повышение напряжения у ламп также не должно превышать 5%. Таким образом, соединительные провода следует рассчитывать не только на нагрев, но и на допустимую потерю напряжения. Сечение проводов по заданной потере напряжения можно определить из (5.3):

$$S = \frac{2Il}{\gamma \Delta U}. \quad (5.4)$$

Потеря напряжения (%)

$$e = \frac{\Delta U}{U} 100, \quad (5.5)$$

отсюда  $\Delta U = eU/100$ .

Подставим  $\Delta U$  в (5.4) для определения сечения провода:

$$S = \frac{2l/100}{\gamma e U} = \frac{200l}{\gamma e U}.$$

Умножая числитель и знаменатель последней формулы на напряжение  $U$ , получим

$$S = \frac{200Ul}{\gamma e U^2} = \frac{200Pl}{\gamma e U^2}. \quad (5.6)$$

Таким образом, сечение проводов прямо пропорционально передаваемой мощности  $P$ , длине линии  $l$  и обратно пропорционально квадрату напряжения приемника  $U^2$ , потере напряжения  $e$  и удельной проводимости  $\gamma$ . Поэтому передачу значительных мощностей на большие расстояния осуществляют при высоком напряжении. Полученное по (5.6) сечение проверяют на нагрев, как указывалось в § 5.1. Теряемую в проводах мощность можно выразить формулой  $\Delta P = \Delta UI$ . Отношение полезной мощности приемника  $P = UI$  к затраченной мощности  $P_1 = U_1 I$  называется *коэффициентом полезного действия (КПД) линии*

$$\eta = \frac{P}{P_1} 100 = \frac{UI}{U_1 I} 100 = \frac{U}{U_1} 100.$$

Обычно  $\eta = 95 \div 98 \%$ .

**Пример 5.4.** Группа ламп накаливания имеет общую мощность  $P = 2,85$  кВт при напряжении  $U = 120$  В. Расстояние от источника питания до помещения, где установлены лампы,  $l = 100$  м. Определить необходимое стандартное сечение  $S$  медных проводов, если допустимая потеря напряжения в проводах  $e = 2 \%$ .

**Решение.** Согласно (5.6), сечение провода

$$S = \frac{200Pl}{\gamma e U^2} = \frac{200 \cdot 2850 \cdot 100}{57 \cdot 2 \cdot 120^2} = 34,9 \text{ мм}^2.$$

По табл. 5.1 находим ближайшее большее сечение  $S = 35 \text{ мм}^2$ . При открытой проводке провода этого сечения допускают нагрузку до 150 А. В данном случае  $I = P/U = 2850/120 = 23,8$  А. Значит, проводники сечением  $S = 35 \text{ мм}^2$  не перегреваются выше допустимой температуры, а потеря напряжения в них не превысит 2%.

**3. Расчет сечения проводов по заданной потере напряжения при распределенной нагрузке.** Очень часто приемники энергии присоединяются к линии передачи в разных

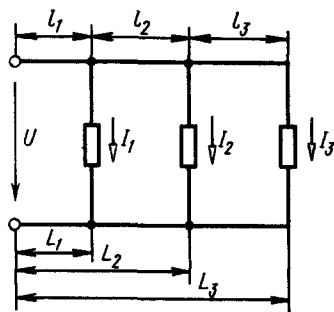


Рис. 5.6

точках, как показано на рис. 5.6. Для удаленного потребителя потеря напряжения равна сумме потерь напряжения на каждом участке сети:  $\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3$ . Потеря напряжения на первом участке линии

$$\Delta U_1 = (I_1 + I_2 + I_3)r_{\text{пр1}} = (I_1 + I_2 + I_3)\frac{2l_1}{\gamma S_1}.$$

По второму участку линии длиной  $l_2$  проходят токи  $I_2$  и  $I_3$ . Значит,

$$\Delta U_2 = (I_2 + I_3)r_{\text{пр2}} = (I_2 + I_3)\frac{2l_2}{\gamma S_2}.$$

Потеря напряжения на третьем участке линии  $\Delta U_3 = I_3 r_{\text{пр3}} = I_3 \frac{2l_3}{\gamma S_3}$ . Если вся цепь выполнена проводом одинакового сече-

ния  $S_1 = S_2 = S_3 = S$ , то потеря напряжения по всей линии  $\Delta U = (I_1 + I_2 + I_3)\frac{2l_1}{\gamma S} + (I_2 + I_3)\frac{2l_2}{\gamma S} + I_3\frac{2l_3}{\gamma S} = \frac{2}{\gamma S} (I_1 l_1 + I_2 l_1 + I_3 l_1 + I_2 l_2 + I_3 l_2 + I_3 l_3) = \frac{2}{\gamma S} [I_1 l_1 + I_2 (l_1 + l_2) + I_3 (l_1 + l_2 + l_3)]$ .

Записи в простых скобках выражают расстояние от источника энергии до соответствующего приемника:  $l_1 = L_1$ ;  $l_1 + l_2 = L_2$ ;  $l_1 + l_2 + l_3 = L_3$ . Отсюда потеря напряжения

$$\Delta U = \frac{2}{\gamma \lambda U} (I_1 L_1 + I_2 L_2 + I_3 L_3).$$

Сечение проводов магистрали

$$S = \frac{2}{\gamma \Delta U} (I_1 L_1 + I_2 L_2 + I_3 L_3).$$

Если числитель и знаменатель полученной формулы умножить на напряжение и учесть (5.5), то получим

$$S = \frac{200}{\gamma e U^2} (P_1 L_1 + P_2 L_2 + P_3 L_3).$$

В общем виде

$$S = \frac{200 \Sigma PL}{\gamma e U^2}. \quad (5.7)$$

**Пример 5.5.** В цепи на рис. 5.6 известны сопротивления участков проводов  $r_{\text{пр1}} = r_{\text{пр2}} = r_{\text{пр3}} = 0,5$  Ом и токи  $I_1 = I_2 = I_3 = 2$  А. Напряжение источника питания  $U = 130$  В. Определить напряжения на приемниках энергии  $U_1$ ,  $U_2$  и  $U_3$ .

**Решение.** Потери напряжения на отдельных участках:

$$\Delta U_1 = (I_1 + I_2 + I_3)r_{\text{пр1}} = (2 + 2 + 2)0,5 = 3 \text{ В},$$

$$\Delta U_2 = (I_2 + I_3)r_{\text{пр2}} = (2 + 2)0,5 = 2 \text{ В},$$

$$\Delta U_3 = I_3 r_{\text{пр3}} = 2 \cdot 0,5 = 1 \text{ В}.$$



Напряжения на приемниках энергии:

$$U_1 = U - \Delta U_1 = 130 - 3 = 127 \text{ В,}$$

$$U_2 = U - (\Delta U_1 + \Delta U_2) = 130 - (3 + 2) = 125 \text{ В,}$$

$$U_3 = U - (\Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3) = 130 - (3 + 2 + 1) = 124 \text{ В.}$$

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 5.2.

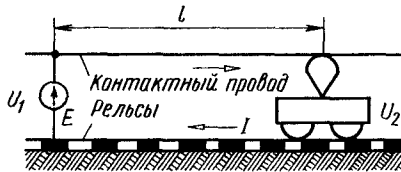


Рис. 5.7

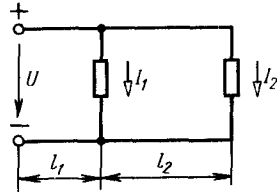


Рис. 5.8

Контрольная карта 5.2

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите						
					части	параграф					
1	<p>Напряжение у тяговой подстанции <math>U_1 = 3300 \text{ В}</math> (рис. 5.7). Какое напряжение подводится к электровозу, если он находится на расстоянии <math>l</math> от подстанции и имеет ток <math>I</math>? Сопротивление 1 км провода сети равно <math>0,04 \text{ Ом}</math>, а 1 км рельсового пути — <math>0,025 \text{ Ом}</math></p>	<p><math>U_2 = 3105 \text{ В}</math>  <math>U_2 = 3040 \text{ В}</math>  <math>U_2 = 2975 \text{ В}</math>  <math>U_2 = 3008 \text{ В}</math></p>		<p>26 46 81 86</p>	1	5.2					
							Значения	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
	$I, \text{ А}$ $l, \text{ км}$	1000 4	900 5	800 6,25	750 4						
2	По данным задания 1 определить КПД $\eta$ сети	<p>90,1 % 91,15 % 92,1 % 94,1 %</p>		<p>105 144 163 165</p>	2	5.2					
3	К линии передачи подключаются два приемника (рис. 5.8). Известны токи	<p><math>S = 2,5 \text{ мм}^2</math>  <math>S = 4 \text{ мм}^2</math>  <math>S = 6 \text{ мм}^2</math></p>		<p>203 221 241</p>	3	5.2					

Продолжение контрольной карты 5.2

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консул-гаций	При неправильном ответе повторите																													
					части	параграф																												
	$I_1, I_2$ и длины участков $l_1, l_2$ . Провода медные, допустимая потеря напряжения в проводах $\Delta U = 10$ В. Определить сечение проводов магистрали	$S = 10 \text{ мм}^2$		256																														
	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Значения</th> <th colspan="4">Варианты</th> </tr> <tr> <th>1-й</th> <th>2-й</th> <th>3-й</th> <th>4-й</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>I_1, \text{ А}</math></td> <td>10</td> <td>10</td> <td>6</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td><math>I_2, \text{ А}</math></td> <td>8</td> <td>10</td> <td>4</td> <td>2,5</td> </tr> <tr> <td><math>l_1, \text{ м}</math></td> <td>57</td> <td>114</td> <td>57</td> <td>57</td> </tr> <tr> <td><math>l_2, \text{ м}</math></td> <td>57</td> <td>57</td> <td>114</td> <td>57</td> </tr> </tbody> </table>	Значения	Варианты				1-й	2-й	3-й	4-й	$I_1, \text{ А}$	10	10	6	5	$I_2, \text{ А}$	8	10	4	2,5	$l_1, \text{ м}$	57	114	57	57	$l_2, \text{ м}$	57	57	114	57				
Значения	Варианты																																	
	1-й	2-й	3-й	4-й																														
$I_1, \text{ А}$	10	10	6	5																														
$I_2, \text{ А}$	8	10	4	2,5																														
$l_1, \text{ м}$	57	114	57	57																														
$l_2, \text{ м}$	57	57	114	57																														
4	Для выбранных в задании 3 проводов определить предельно допустимый ток $I$ . Провода проложены открыто	$I = 70 \text{ А}$ $I = 36 \text{ А}$ $I = 27 \text{ А}$ $I = 46 \text{ А}$		263 283 316 48	3	5.1																												
5	Как изменится напряжение на первом приемнике энергии (рис. 5.8), если отключить второй приемник энергии?	Уменьшится Увеличится Не изменится		83 87 106	1,3	5.2																												

### ЗАДАЧИ К ГЛАВЕ 5

5.1. ЭДС генератора постоянного тока 230 В, а внутреннее сопротивление  $r_{\text{вн}} = 0,1$  Ом. Определить мощность потерь на внутреннем сопротивлении генератора и КПД генератора при  $I = 40$  А.

Ответ: 160 Вт, 98,2 %.

5.2. Электрический кипятильник при напряжении 220 В и токе 2,5 А нагревает до кипения 1,5 л воды за 20 мин. Какое количество энергии затрачивается на нагревание воды, если КПД кипятильника  $\eta = 0,8$ ?

Какова стоимость кипячения стакана воды (0,25 л) при тарифе 4 коп. за 1 кВт·ч?

Ответ: 146,4 Вт·ч, 0,122 коп.

5.3. Электрическая лампа номинальной мощностью 100 Вт включена в сеть с напряжением 220 В. Из-за плохого контакта в штепсельной вилке прибора напряжение на лампе снизилось до 200 В, а ток лампы составил 0,43 А. Сколько теплоты выделяется в вилке за 1 мин? Во сколько раз уменьшилось количество теплоты, выделяемой в нити накаливания лампы?

Ответ: 516 Дж, в 1,16 раза.

5.4. Определить количество теплоты, выделяемой в нагревательном приборе в течение 0,5 ч при сопротивлении прибора  $r = 100$  Ом и напряжении на его зажимах  $U = 220$  В.

Ответ: 0,87 МДж.

5.5. Мощность осветительной лампы 100 Вт при напряжении 220 В. Из всего количества электрической энергии, потребляемой лампой от источника, 2 % превращается в световую энергию, остальная часть — в тепловую. Определить сопротивление лампы в нагретом состоянии и количество электрической энергии, преобразованной в тепловую за 1 ч.

Ответ:  $r = 484$  Ом,  $W = 352,8$  кДж.

5.6. Приемник энергии мощностью  $P = 10$  кВт при напряжении  $U = 220$  В соединяется с источником энергии посредством двух медных одножильных проводов сечением  $S = 10$  мм<sup>2</sup>, проложенных в трубе. Определить мощность дополнительного приемника, который можно присоединить к данной линии, исходя из условия допустимого нагрева проводов. Определить потерю напряжения в проводах (%) при полной нагрузке, если длина линии  $l = 20$  м.

Ответ:  $P_{доп} = 3,3$  кВт,  $\Delta U = 1,9$  %.

5.7. К линии передачи энергии (рис. 5.9) подключены три группы лам мощностью  $P_1 = 3$  кВт,  $P_2 = 2$  кВт и  $P_3 = 2,5$  кВт при номинальном напряжении  $U = 220$  В. Длины участков:  $l_1 = 57$  м,  $l_2 = 28,5$  м,  $l_3 = 28,5$  м. Провода медные, проложены открыто, допустимая потеря напряжения в проводах  $e = 2$  %. Определить сечение проводов магистрали.

Ответ: 25 мм<sup>2</sup>.

5.8. К линии передачи энергии (рис. 5.9), состоящей из двух алюминиевых проводов [ $\gamma = 35$  м/(Ом · мм<sup>2</sup>)] сечением 10 мм<sup>2</sup>, проложенных в трубе, требуется подключить в разных пунктах три электродвигателя одинаковой мощности. Длины участков  $l_1 = l_2 = l_3 = 35$  м, номинальное напряжение двигателей 220 В, допустимая потеря напряжения в линии  $e = 5$  %. Определить максимальную мощность двигателей.

Ответ: 2 кВт.

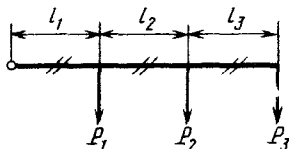


Рис. 5.9

## Глава 6

### СЛОЖНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

#### § 6.1. Общие сведения

Электрические цепи с последовательно-параллельным соединением приемников энергии при питании их от одного источника электрической энергии, а также одноконтурные цепи называют *простыми цепями*. Расчет этих цепей осуществляется по формулам закона Ома и первого закона Кирхгофа. При этом заданные сопротивления часто заменяют одним эквивалентным. Так, цепь на рис. 6.1, а можно привести к элементарному виду с одним эквивалентным сопротивлением  $r$ , подключенным к источнику энергии с ЭДС  $E_1$  (рис. 6.1, б). В данном случае  $r = r_1 + r_2 r_3 / (r_2 + r_3)$ . Электрические цепи с несколькими контурами, состоящими из разных ветвей с произвольным размещением потребителей и источников энергии, называются *сложными электрическими цепями*. Сложные электрические цепи рассчитывают методами: 1) узловых и контурных уравнений; 2) контурных токов; 3) узлового

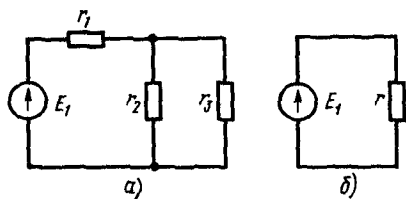


Рис. 6.1

напряжения; 4) наложения (суперпозиции); 5) эквивалентного преобразования треугольника и звезды сопротивлений. В первом методе используются первый и второй законы Кирхгофа. Первый закон был рассмотрен в § 4.3.

## § 6.2. Второй закон Кирхгофа

Сложная электрическая цепь (рис. 6.2, а) имеет два узла (Б и Д) и три ветви с токами  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$ . Обозначим контуры цепи I — АБДЕА; II — АБВГДЕА; III — БВГДБ. В контуре АБДЕА включены ЭДС  $E_1$ ,  $E_1$  и сопротивления  $r_1$ ,  $r_3$ ,  $r_2$ , на которых создаются падения напряжения:  $U_1 = I_1 r_1$ ;  $U_3 = I_2 r_3$ ;  $U_2 = I_1 r_2$ . Если точку А заземлить, то ее потенциал будет равен нулю. Потенциалы точек Б и Д выразятся следующим образом:  $\varphi_B = \varphi_A - I_1 r_1$ ;  $\varphi_D = \varphi_B - E_2 + I_2 r_3 = \varphi_A - I_1 r_1 - E_2 + I_2 r_3$ . Если от потенциала  $\varphi_D$  отнять падение напряжения  $I_1 r_2$  и прибавить к нему ЭДС  $E_1$ , то получим потенциал  $\varphi_A$ :  $\varphi_D - I_1 r_2 + E_1 = \varphi_A$ , или  $\varphi_A - I_1 r_1 - E_2 + I_2 r_3 - I_1 r_2 + E_1 = \varphi_A$ . В левой части полученного равенства оставим ЭДС  $E_1$  и  $E_2$ , а все остальные его члены перенесем в правую часть. Тогда получим  $-E_2 + E_1 = \varphi_A + I_1 r_1 - I_2 r_3 + I_1 r_2 - \varphi_A$  или  $-E_2 + E_1 = I_1 r_1 - I_2 r_3 + I_1 r_2$ . В левой части этого уравнения записана алгебраическая сумма ЭДС, действующих в первом контуре, а в правой — сумма падений напряжения во всех сопротивлениях, входящих в этот контур. В общем виде для любого контура

$$\sum E = \sum I r. \quad (6.1)$$

Равенство (6.1) является математическим выражением второго закона Кирхгофа: *в любом контуре электрической цепи алгебраическая сумма ЭДС равна алгебраической сумме падений напряжений в отдельных сопротивлениях*. Для каждого контура сложной электрической цепи по второму закону Кирхгофа можно составить

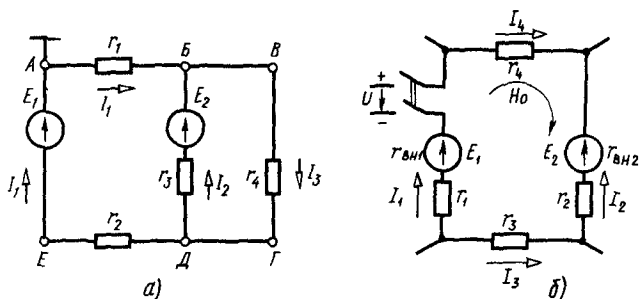


Рис. 6.2

только одно уравнение. При этом особое внимание следует обратить на знаки ЭДС и падение напряжения. Вначале произвольно выбирают направление обхода контура. Если действующая в контуре ЭДС совпадает с направлением обхода, то ее считают положительной, при обратном направлении ЭДС отрицательна. Падение напряжения на сопротивлении считают положительным, если направление тока в нем совпадает с направлением обхода контура.

**Пример 6.1.** Составить все возможные уравнения по второму закону Кирхгофа для цепи, схема которой показана на рис. 6.2, а.

**Решение.** Для контура  $АБДЕА$   $-E_2 + E_1 = I_1r_1 - I_2r_3 + I_3r_2$ ; для контура  $АБВГДЕА$   $E_1 = I_1r_1 + I_3r_4 + I_1r_2$ ; для контура  $БВГДБ$   $E_2 = I_2r_3 + I_3r_4$ .

В электрических цепях встречаются элементы с выводами, на которых имеются напряжения  $U$  (сетевые напряжения, делитель напряжения и т. д.). В этом случае удобнее использовать следующую форму записи второго закона Кирхгофа:  $\Sigma E = \Sigma Ir + \Sigma U$ . При этом ЭДС напряжения и токи, положительные направления которых совпадают с направлением обхода контура, записываются в соответствующую часть уравнения с положительным знаком. В противном случае эти же величины записываются с отрицательным знаком. Например, для контура (рис. 6.2, б) при обходе его по часовой стрелке имеем

$$E_1 - E_2 = I_1(r_{\text{вн1}} + r_1) + I_4r_4 - I_2(r_{\text{вн2}} + r_2) - I_3r_3 - U.$$

### § 6.3. Расчет сложных цепей методом узловых и контурных уравнений

В методе узловых и контурных уравнений применяются два закона Кирхгофа. Пусть сложная цепь (рис. 6.2, а) имеет следующие данные:  $E_1 = 100$  В,  $E_2 = 50$  В,  $r_1 = r_2 = 10$  Ом,  $r_3 = r_4 = 20$  Ом. Требуется определить токи  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  в ветвях. Сначала на схеме укажем их направления. Токи  $I_1$  и  $I_2$  направим к узловой точке  $Б$ , а ток  $I_3$  — от нее. Указанные направления токов выбирают произвольно и условно считают положительными. После этого составим уравнения по законам Кирхгофа, число которых должно быть равно числу неизвестных токов. В данном случае требуются три уравнения. Сначала составляют более простые уравнения по первому закону Кирхгофа. Их число всегда на единицу меньше числа узлов цепи. В схеме, изображенной на рис. 6.2, а, имеется два узла:  $Б$  и  $Д$ . К узлу  $Б$  подходят токи  $I_1$  и  $I_2$ , а отходит от него ток  $I_3$ . Поэтому

$$I_1 + I_2 = I_3. \quad (6.2)$$

Недостающие уравнения составляют по второму закону Кирхгофа. Для контура  $АБДЕА$   $E_1 - E_2 = I_1(r_1 + r_2) - I_2r_3$ . Подставив сюда числа известных величин, получим  $100 - 50 = I_1(10 + 10) - I_2 \cdot 20$  или  $50 = 20I_1 - 20I_2$ . Наконец, после сокращения на 10 будем иметь

$$5 = 2I_1 - 2I_2. \quad (6.3)$$

Третье независимое уравнение можно составить для контура  $БВГДБ$ :  $E_2 = I_2 r_3 + I_3 r_4$ . Подставив в это уравнение числа известных величин, получим

$$50 = 20I_2 + 20I_3, \text{ или } 5 = 2I_2 + 2I_3. \quad (6.4)$$

Для того чтобы контурные уравнения были независимыми, их составляют по следующему правилу: каждое очередное уравнение должно составляться для контура, отличного от предыдущих хотя бы одной новой ветвью. Итак, составив три независимых уравнения (6.2) — (6.4), в которых неизвестными являются токи  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$ , и решив их, найдем искомые токи. Значение тока  $I_3 = I_1 + I_2$  (рис. 6.2, *a*) подставим в (6.4). Тогда получим  $5 = 2I_2 + 2(I_1 + I_2)$  или  $5 = 4I_2 + 2I_1$ . Отсюда

$$I_2 = (5 - 2I_1)/4. \quad (6.5)$$

Полученный ток  $I_2$  подставим в (6.3):  $5 = 2I_1 - 2 \frac{5 - 2I_1}{4}$ , или

$5 = 2I_1 - 2,5 + I_1$ . Отсюда  $3I_1 = 7,5$ , а  $I_1 = 7,5/3 = 2,5$  А. Из (6.5)  $I_2 = \frac{5 - 2 \cdot 2,5}{4} = 0$ , а из (6.2)  $I_3 = I_1 + I_2 = 2,5$  А. После решения

(6.2) — (6.4) получены токи  $I_1$  и  $I_3$  с положительным знаком. Значит, действительное направление этих токов совпадает с выбранным направлением, указанным на схеме стрелками (рис. 6.2, *a*). Если какой-либо ток при расчете окажется отрицательным, то из этого следует, что он в действительности проходит в направлении, противоположном выбранному. В данном примере ток  $I_2$  получился равным нулю потому, что разность потенциалов между точками  $Б$  и  $Д$  оказалась равной ЭДС  $E_2$ .

## § 6.4. Метод контурных токов

Метод узловых и контурных уравнений в ряде случаев требует больших вычислений. Например, при расчете цепи (рис. 6.3), имеющей три узла ( $A$ ,  $B$ ,  $Г$ ) и пять ветвей, требуется составить и решить систему из пяти уравнений. Число уравнений системы можно сократить, применив метод контурных токов. Для расчета по методу контурных токов схему сложной цепи разбивают на отдельные контуры — ячейки. Например, схему рис. 6.3 разбивают на три контура: контур I —  $АБВЕА$ , контур II —  $АЕВДГА$  и контур III —  $ВГДВ$ . Затем каждому контуру приписывают произвольно направленный контурный ток, одинаковый для всех участков данного контура. На

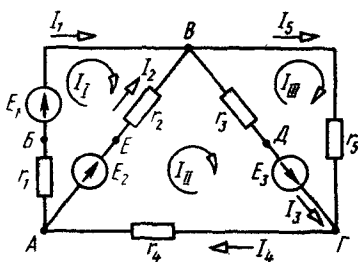


Рис. 6.3

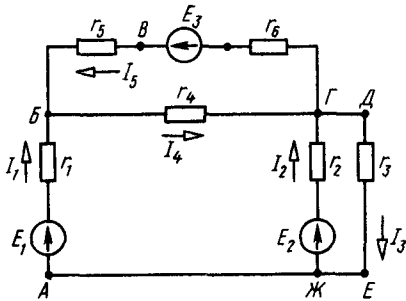


Рис. 6.4

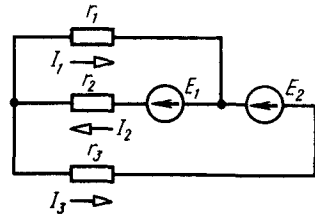


Рис. 6.5

рис. 6.3 контурные токи  $I_I, I_{II}, I_{III}$  отмечены индексами контуров, а токи в ветвях  $I_1, I_2, \dots, I_5$  — индексами ветвей, причем всем контурным токам дано одно и то же положительное направление — по часовой стрелке. Контурные токи, проходящие по внешним ветвям, являются для них действительными токами, например токи  $I_I = I_1, I_{II} = I_4, I_{III} = I_5$ . Действительные токи внутренних ветвей можно найти как разность токов двух контуров, в которые входит эта ветвь. Так, на рис. 6.3 токи  $I_2 = I_{II} - I_I, I_3 = I_{II} - I_{III}$ . Выбрав и указав на схеме направления контурных токов, для каждого контура составляем уравнение по второму закону Кирхгофа. Направление обхода контуров принимается совпадающим с направлением контурных токов. Для схемы рис. 6.3 имеем три уравнения для контуров:

$$\begin{aligned} E_1 - E_2 &= I_I(r_1 + r_2) - I_{II}r_2; & E_2 + E_3 &= I_{II}(r_2 + r_3 + r_4) - I_Ir_2 - I_{III}r_3; \\ & & -E_3 &= I_{III}(r_5 + r_3) - I_{III}r_3. \end{aligned}$$

Левая часть каждого уравнения — алгебраическая сумма ЭДС, включенных в контур, а правая — общее падение напряжения в контуре от контурных токов. Подставляя в систему уравнений сопротивления и ЭДС и решая их совместно, находят контурные токи  $I_I, I_{II}, I_{III}$ . Токи в ветвях схемы легко определить по контурным токам.

**Пример 6.2.** Определить токи во всех ветвях схемы (см. рис. 6.3), если  $E_1 = E_3 = 120$  В,  $E_2 = 60$  В,  $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r_5 = 10$  Ом.

**Решение.** Разбив заданную цепь на три контура и выбрав положительные направления контурных токов по часовой стрелке, составим три уравнения. Подставив в них заданные числа, получим для контуров: I)  $60 = 20I_I - 10I_{II}$ , или  $6 = 2I_I - I_{II}$ ; II)  $180 = 30I_{II} - 10I_I - 10I_{III}$ , или  $18 = 3I_{II} - I_I - I_{III}$ ; III)  $-120 = 20I_{III} - 10I_{II}$ , или  $-12 = 2I_{III} - I_{II}$ .

Решив полученную систему уравнений, определим контурные токи:  $I_I = 6,75$  А,  $I_{II} = 7,5$  А,  $I_{III} = -2,25$  А. Токи в ветвях цепи:  $I_1 = I_I = 6,75$  А;  $I_4 = I_{II} = 7,5$  А;  $I_5 = I_{III} = -2,25$  А;  $I_2 = I_{II} - I_I = 7,5 - 6,75 = 0,75$  А;  $I_3 = I_{II} - I_{III} =$

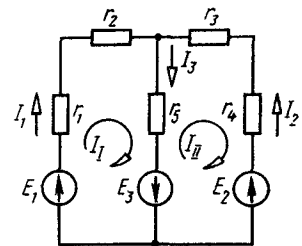


Рис. 6.6

$= 7,5 + 2,25 = 9,75$  А. Ток  $I_5$  в действительности направлен обратно указанному стрелкой на схеме.

### Задание. Ответьте на вопросы контрольной карты 6.1.

Контрольная карта 6.1

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите						
					части	параграф					
1	Для цепи (рис. 6.4) составлены четыре уравнения по второму закону Кирхгофа: 1) $E_1 - E_3 - E_2 = I_1 r_1 - I_5(r_5 + r_6) - I_2 r_2$ ; 2) $E_1 + E_2 = I_1 r_1 + I_4 r_4 - I_2 r_2$ ; 3) $E_1 = I_1 r_1 + I_4 r_4 + I_3 r_3$ ; 4) $E_2 = I_2 r_2 + I_3 r_3$ . В каком из них допущена ошибка?	В первом Во втором В третьем В четвертом		385 393 425 424		6.2					
2	Сопровитления $r_1 = r_2 = r_3 = 10$ Ом (рис. 6.5). По заданным ЭДС $E_1$ и $E_2$ вычислить ток $I_1$ методом узловых и контурных уравнений	-1 А 0 А 1 А 2 А		523 527 542 322		6.3					
							Значения	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
	$E_1, В$ $E_2, В$	30 30	30 60	60 30	90 30						
3	По данным второго задания вычислить ток $I_2$	3 А 4 А 5 А 7 А		459 477 495 503		6.3					
4	Для цепи (рис. 6.6) определить контурные токи $I_1$ и $I_{11}$ . Значения ЭДС заданы в таблице вариантов. Сопровитления $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 10$ Ом, $r_5 = 20$ Ом	$I_1 = 2$ А $I_{11} = -3$ А $I_1 = 1,67$ А $I_{11} = -2,67$ А $I_1 = 3$ А $I_{11} = -2$ А $I_1 = 2,67$ А $I_{11} = -1,67$ А		321 330 341 368		6.4					



Продолжение контрольной карты 6.1

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
					Значения	
5	По данным четвертого задания вычислить ток $I_3$	5 А 4,33 А 3 А 2 А		343 369 377 342		6.4

### § 6.5. Метод узлового напряжения

**1. Определение узлового напряжения и токов.** Потребители электрической энергии (лампы, электродвигатели и т. д.) соединяются параллельно. Часто общая мощность включенных приемников становится больше той, которую может отдать в сеть источник энергии. В таких случаях для увеличения мощности при неизменном напряжении источники энергии включают параллельно. При этом получается сложная электрическая цепь, представленная на рис. 6.7. В ней имеется два узла  $A$  и  $B$ , к которым присоединяются источники энергии с ЭДС  $E_1$ ,  $E_2$  и  $E_3$ . Сопротивления  $r_1$ ,  $r_2$  и  $r_3$  можно принять за внутренние сопротивления источников, а сопротивление  $r_4$  — за эквивалентное сопротивление всех приемников энергии. Напряжение между узлами  $A$  и  $B$  называется *узловым напряжением*. Оно равно разности потенциалов узловых точек, т. е.  $U = \varphi_A - \varphi_B$ . Для расчета подобных сложных электрических цепей обычно пользуются методом узлового напряжения. Выведем формулу этого напряжения. Если ЭДС  $E_1$ ,  $E_2$  и  $E_3$  больше узлового напряжения, то все источники ЭДС будут работать в режиме генератора, а токи  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$  направлены к узлу  $A$ . Ток приемников  $I_4 = I_1 + I_2 + I_3$ . Для контура, образованного первой ветвью с ЭДС  $E_1$  и со-

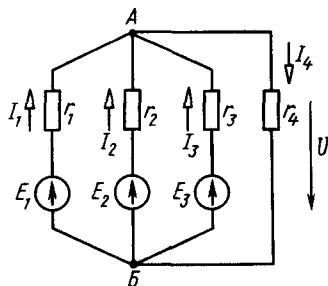


Рис. 6.7

противлением  $r_1$  и четвертой ветвью с сопротивлением  $r_4$ , составим уравнение по второму закону Кирхгофа:  $E_1 = I_1 r_1 + U$ . Отсюда ток первого источника

$$I_1 = (E_1 - U)/r_1 = (E_1 - U)g_1, \quad (6.6)$$

где  $g_1 = 1/r_1$  — проводимость первой ветви. Аналогично определяем токи второго и третьего источников:

$$I_2 = (E_2 - U)g_2; \quad (6.7)$$

$$I_3 = (E_3 - U)g_3. \quad (6.8)$$

Ток приемников энергии

$$I_4 = U/r_4 = U g_4. \quad (6.9)$$

Для узла  $A$  напишем уравнение по первому закону Кирхгофа:  $I_1 + I_2 + I_3 = I_4$ . Подставив в это уравнение найденные выражения для токов, получим  $(E_1 - U)g_1 + (E_2 - U)g_2 + (E_3 - U)g_3 = U g_4$ . Раскрывая скобки, получим  $E_1 g_1 - U g_1 + E_2 g_2 - U g_2 + E_3 g_3 - U g_3 = U g_4$  или  $E_1 g_1 + E_2 g_2 + E_3 g_3 = U(g_1 + g_2 + g_3 + g_4)$ , а  $U = (E_1 g_1 + E_2 g_2 + E_3 g_3)/(g_1 + g_2 + g_3 + g_4)$ .

В общем виде

$$U = \frac{\sum E g}{\sum g}. \quad (6.10)$$

Если какая-либо из ЭДС (рис. 6.7) имеет противоположное направление, то в (6.10) она войдет с отрицательным знаком. Таким образом, узловое напряжение равно алгебраической сумме произведений ЭДС на проводимости соответствующих ветвей, деленной на сумму проводимости ветвей. Обычно бывают заданы все ЭДС и сопротивления. Находят токи методом узлового напряжения следующим образом: 1) по (6.10) определяют узловое напряжение; 2) пользуясь (6.6) — (6.9), определяют токи в ветвях цепи.

**Пример 6.3.** Сложная цепь (рис. 6.7) имеет следующие данные:  $E_1 = E_2 =$

$E_3 = 102,5$  В,  $r_1 = r_2 = r_3 = 0,5$  Ом,  $r_4 = 6,67$  Ом. Определить токи  $I_1, I_2, I_3, I_4$ .

**Решение.** 1) Проводимости ветвей:  $g_1 = g_2 = g_3 = 1/r_1 = 1/0,5 = 2$  См,

а  $g_4 = 1/r_4 = 1/6,67 = 0,15$  См.

2) Узловое напряжение  $U = \frac{\sum E g}{\sum g} = 102,5 \cdot 2 + 102,5 \cdot 2 + 102,5 \cdot 2 / (2 + 2 + 2 + 0,15) = 6,15 / 6,15 = 100$  В.

3) Токи в ветвях.  $I_1 = (E_1 - U)g_1 = (102,5 - 100)2 = 5$  А,  $I_2 = (E_2 - U)g_2 = (102,5 - 100)2 = 5$  А,  $I_3 = (E_3 - U)g_3 = (102,5 - 100)2 = 5$  А,  $I_4 = U g_4 = 100 \times 0,15 = 15$  А.

**2. Анализ расчетных формул.** Внимательно изучив (6.6) — (6.10), можно сделать следующие выводы: а) при параллельном соединении источники питания имеют одинаковые токи ( $I_1 = I_2 = I_3$ ), если они имеют одинаковые ЭДС ( $E_1 = E_2 = E_3$ ) и внутренние сопротивления ( $r_1 = r_2 = r_3$  или проводимости  $g_1 = g_2 = g_3$ ); б) при равных ЭДС, но различных внутренних сопротивле-

ниях наибольший ток имеет источник с меньшим внутренним сопротивлением, т. е. с большей проводимостью  $g$ ; в) если ЭДС источника равна узловому напряжению  $U$ , то его ток  $I = (E - U) \cdot g = 0$ ; г) если ЭДС источника окажется ниже узлового напряжения, то ток в его ветви будет направлен навстречу ЭДС. В этом случае источник ЭДС работает в режиме потребителя энергии (например, при заряде аккумуляторов); д) если увеличить ЭДС первого источника, то возрастут его ток  $I_1 = (E_1 - U)g_1$  и узло-

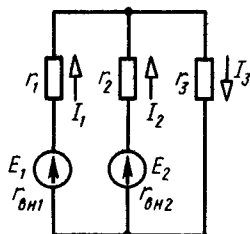


Рис. 6.8

вое напряжение  $U = \frac{E_1 g_1 + E_2 g_2 + E_3 g_3}{g_1 + g_2 + g_3 + g_4}$ . В результате этого снизятся токи других источников.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 6.2.

Контрольная карта 6.2

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите						
					части	параграф					
1	По заданным ЭДС $E_1$ и $E_2$ (рис. 6.8) и сопротивлению $r_3$ вычислить ток $I_1$ . Сопротивление $r_1 = r_2 = 10$ Ом. Внутренние сопротивления источников не учитываются	2 А 5 А 3,33 А 4 А		323 331 356 371	1	6.5					
							Значения	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
	$E_1$ , В $E_2$ , В $r_3$ , Ом	100 100 10	100 100 20	100 100 5	200 200 20						
2	По данным задания 1 определить ток $I_2$	3,33 А 4 А 5 А 2 А		386 409 426 439	1	6.5					
3	По данным задания 1 определить ток $I_3$	10 А 6,66 А 4 А 8 А		460 463 480 504	1	6.5					

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
4	По данным задания 1 определить мощность $P_1$ первого источника	333 Вт 800 Вт 200 Вт 500 Вт		513 528 561 202	1	6.5
5	Приемник энергии получает ток от трех параллельно включенных аккумуляторов, имеющих одинаковую ЭДС. Через несколько часов работы установлено, что наибольшее количество энергии отдал второй аккумулятор. Какова причина перегрузки этого аккумулятора?	У него больше напряжение У него меньше внутреннее сопротивление У него больше внутреннее падение напряжения		324 344 357	2	6.5

### § 6.6. Метод наложения

Метод наложения можно применять для определения токов в цепи, в которой одновременно действуют несколько ЭДС. Этот метод основан на принципе наложения и применим только для линейных цепей. Сущность принципа наложения заключается в том, что ток в любой ветви цепи с постоянными сопротивлениями равен алгебраической сумме частичных токов, создаваемых в этой ветви каждой из ЭДС в отдельности. Например, ток  $I_3$  (рис. 6.9, а) равен алгебраической сумме двух токов:  $I_3'$  (рис. 6.9, б), возникающего в ветви  $r_3$  от действия только ЭДС  $E_1$ , и  $I_3''$  (рис. 6.9, в), возникающего в этой же ветви от действия ЭДС  $E_2$ .

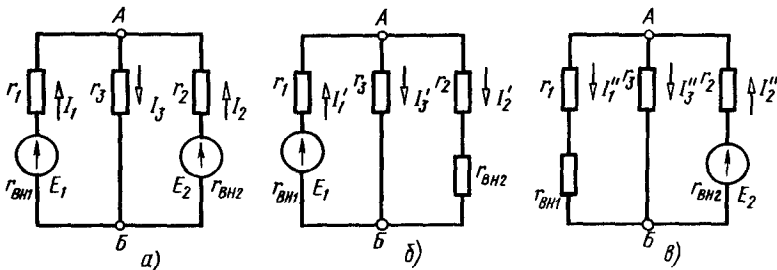


Рис. 6.9

При расчете цепей по методу наложения поступают следующим образом.

В схеме оставляют первый источник энергии с ЭДС  $E_1$ ; остальные источники отключают, оставляя в схеме их внутренние сопротивления. Обычно получается цепь с последовательно-параллельным соединением сопротивлений. В этой цепи легко определить так называемые *частичные* токи, вызванные действием только первого источника ЭДС. Их обозначают  $I'_1, I'_2, I'_3$  и т. д.

В схеме оставляют второй источник энергии с ЭДС  $E_2$ ; остальные источники исключают, оставляя в схеме их внутренние сопротивления. В результате расчета определяют *частичные* токи от действия второго источника ЭДС:  $I''_1, I''_2, I''_3$  и т. д.

Аналогично производят расчеты для всех ЭДС схемы.

Алгебраически сложив *частичные* токи, определяя действительные значения токов на каждом участке сложной цепи, когда все ЭДС действуют одновременно. Знак, который ставится перед *частичным* током при алгебраическом сложении, зависит от того, совпадает ли направление этого тока с выбранным положительным направлением тока в ветви или противоположно ему.

**Пример 6.4.** Определить токи в отдельных участках цепи, изображенной на рис. 6.9, а, если  $E_1 = 120$  В,  $E_2 = 160$  В,  $r_1 = r_2 = 55$  Ом,  $r_3 = 30$  Ом,  $r_{вн1} = r_{вн2} = 5$  Ом.

**Решение.** а) Предположим, что в цепи (рис. 6.9, а) действует только первый источник с ЭДС  $E_1$ . Все сопротивления цепи, включая и сопротивления источников, остаются неизменными (рис. 6.9, б). В полученной цепи определяем эквивалентное сопротивление:

$$r = r_{вн1} + r_1 + \frac{r_3(r_2 + r_{вн2})}{r_3 + r_2 + r_{вн2}} = 5 + 55 + \frac{30(55 + 5)}{30 + 55 + 5} = 60 + 20 = 80 \text{ Ом.}$$

Первый *частичный* ток  $I'_1 = E_1/r = 120/80 = 1,5$  А. Находим напряжение:  $U_{AB} = E_1 - I'_1(r_{вн1} + r_1) = 120 - 1,5(5 + 55) = 30$  В — и *частичные* токи в параллельных ветвях:

$$I'_2 = \frac{U_{AB}}{(r_2 + r_{вн2})} = \frac{30}{(55 + 5)} = 0,5 \text{ А, } I'_3 = U_{AB}/r_3 = 30/30 = 1 \text{ А.}$$

Направления *частичных* токов от первого источника ЭДС указаны стрелками на рис. 6.9, б;

б) аналогично полагаем, что в цепи действует только второй источник ЭДС  $E_2$  (рис. 6.9, в). Эквивалентное сопротивление полученной цепи  $r = r_{вн2} +$

$$+ r_2 + \frac{r_3(r_1 + r_{вн1})}{r_3 + r_1 + r_{вн1}}.$$

Второй *частичный* ток  $I''_2 = E_2/r = 160/80 = 2$  А. Напряжение  $U_{AB} = E_2 - I''_2(r_{вн2} + r_2) = 160 - 2(5 + 55) = 40$  В. *Частичные* токи в параллельных ветвях:  $I''_1 = U_{AB}/(r_{вн1} + r_1) = 40/(5 + 55) = 0,67$  А,  $I''_3 = U_{AB}/r_3 = 40/30 = 1,33$  А. Направления *частичных* токов  $I''_1, I''_2, I''_3$  указаны стрелками на рис. 6.9, в;

в) производим алгебраическое сложение *частичных* токов. Направления токов  $I_1, I_2, I_3, I'_1, I'_2, I'_3$  совпадают с выбранными положительными направлениями токов в ветвях (рис. 6.9, а). Поэтому эти токи записываются с положительным знаком, а остальные — с отрицательным. Токи в ветвях:  $I_1 = I'_1 - I''_1 = 1,5 - 0,67 = 0,83$  А,  $I_2 = I''_2 - I'_2 = 2 - 0,5 = 1,5$  А,  $I_3 = I'_3 + I''_3 = 1 + 1,33 = 2,33$  А.

## § 6.7. Метод эквивалентного преобразования треугольника и звезды сопротивлений

На рис. 6.10, а дана электрическая цепь с одним источником питания, широко применяемая в области электрических измерений. Особенностью этой цепи является наличие в ней соединений, называемых треугольником и звездой. *Треугольником* сопротивлений называют соединение трех ветвей, образующих замкнутый контур с тремя узлами. В схеме рис. 6.10, а имеется два треугольника с сопротивлениями  $r_1, r_2, r_3$  и  $r_3, r_4, r_5$ .

*Звездой* сопротивлений называют соединение трех ветвей, имеющих общий узел. На рис. 6.10, а звезду сопротивлений образуют ветви с сопротивлениями  $r_2, r_3, r_5$  и  $r_1, r_3, r_4$ . Любой треугольник сопротивлений можно заменить эквивалентной звездой. В результате замены получается другая схема, позволяющая упростить расчет. Например, схема рис. 6.10, а после замены треугольника сопротивлений  $r_1, r_2, r_3$  эквивалентной звездой  $r_A, r_B, r_B$  упрощается (рис. 6.10, б) и содержит только последовательно и параллельно соединенные участки.

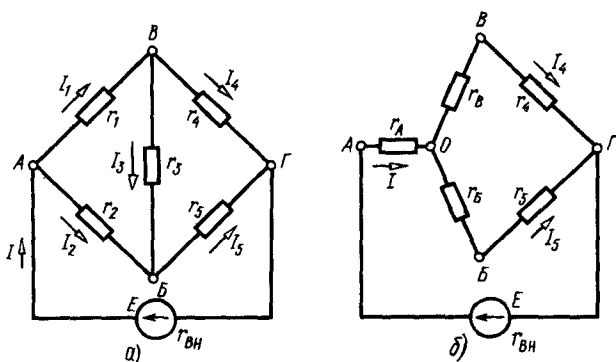


Рис. 6.10

Эквивалентность треугольника и звезды сопротивлений заключается в том, что их замена не изменяет потенциалов узловых точек (на схеме рис. 6.10, а точек А, Б, В), являющихся вершинами треугольника и эквивалентной звезды. Не изменяются также токи, напряжения и мощности в остальной части схемы, не затронутой преобразованием. Для перехода от треугольника сопротивлений к эквивалентной звезде пользуются следующими формулами:

$$r_A = r_1 r_2 / (r_1 + r_2 + r_3); \quad r_B = r_2 r_3 / (r_1 + r_2 + r_3); \quad (6.11)$$

$$r_B = r_3 r_1 / (r_1 + r_2 + r_3).$$

Сопротивление  $r_A$  луча А равно произведению двух сопротивлений треугольника, сходящихся в узле А, деленному на сумму всех сопротивлений треугольника. Так же определяются сопро-

тивления  $r_B$  и  $r_B$ . Вернемся к схеме рис. 6.10, б. Ее легко рассчитать и определить токи  $I$ ,  $I_4$  и  $I_5$ , которые не изменились после замены треугольника эквивалентной звездой. Остальные токи  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$  находят из уравнений по законам Кирхгофа, составленных для исходной электрической схемы цепи (рис. 6.10, а).

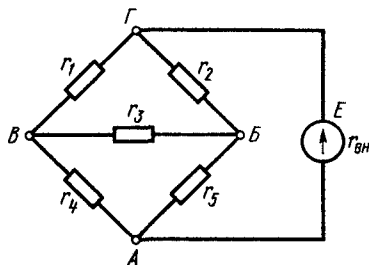


Рис. 6.11

В некоторых электрических цепях расчет упрощается после замены трехлучевой звезды сопротивлений эквивалентным треугольником. При преобразовании звезды в эквивалентный треугольник пользуются следующими формулами:

$$\begin{aligned} r_1 &= r_B + r_A + r_B r_A / r_B, \\ r_2 &= r_A + r_B + r_A r_B / r_B, \\ r_3 &= r_B + r_B + r_B r_B / r_A. \end{aligned} \quad (6.12)$$

**Пример 6.5.** Определить токи в отдельных участках схемы (рис. 6.10, а), если  $E = 3$  В,  $r_{вн} = 2$  Ом,  $r_1 = 10$  Ом,  $r_2 = 30$  Ом,  $r_3 = 60$  Ом,  $r_4 = 14$  Ом и  $r_5 = 2$  Ом.

**Решение.** Треугольник сопротивлений  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  заменим эквивалентной звездой и определяем ее сопротивления:

$$r_A = r_1 r_2 / (r_1 + r_2 + r_3) = 10 \cdot 30 / (10 + 30 + 60) = 300 / 100 = 3 \text{ Ом};$$

$$r_B = r_2 r_3 / (r_1 + r_2 + r_3) = 30 \cdot 60 / (10 + 30 + 60) = 18 \text{ Ом};$$

$$r_C = r_3 r_1 / (r_1 + r_2 + r_3) = 60 \cdot 10 / 100 = 6 \text{ Ом}.$$

В упрощенной цепи (рис. 6.10, б) определяем эквивалентное сопротивление:

$$r = r_{вн} + r_1 + \frac{(r_B + r_4)(r_C + r_5)}{r_B + r_4 + r_C + r_5} = 2 + 3 + \frac{(6 + 14)(18 + 2)}{6 + 14 + 18 + 2} = 15 \text{ Ом}.$$

Ток в неразветвленной части  $I = E/r = 3/15 = 0,2$  А.

Токи в параллельных ветвях:  $I_4 = I \frac{r_C + r_5}{r_B + r_4 + r_C + r_5} = 0,2 \times$

$$\times \frac{18 + 2}{6 + 14 + 18 + 2} = 0,1 \text{ А}, \quad I_5 = I - I_4 = 0,2 - 0,1 = 0,1 \text{ А}.$$

Напомним, что токи  $I$ ,  $I_4$  и  $I_5$  являются действительными токами в исходной схеме. Для определения остальных токов вернемся к исходной схеме (рис. 6.10, а). Применив второй закон Кирхгофа для контура  $ВГБВ$ , получим  $0 = I_4 r_4 - I_5 r_5 - I_3 r_3$ . Отсюда найдем ток в диагонали моста:  $I_3 = (I_4 r_4 - I_5 r_5) / r_3 = (0,1 \cdot 14 - 0,1 \cdot 2) / 60 = 0,02$  А.

Применив первый закон Кирхгофа к узлам  $В$  и  $Б$ , получим:  $I_1 = I_3 + I_4 = 0,02 + 0,1 = 0,12$  А,  $I_2 + I_3 = I_5$  или  $I_2 = I_5 - I_3 = 0,1 - 0,02 = 0,08$  А.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 6.3.

Контрольная карта 6.3

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консуль-таций	При неправильном ответе						
					части	параграф					
1	По известным ЭДС $E_1$ , $E_2$ и сопротивлениям $r_1$ , $r_2$ , $r_3$ , $r_{вн1}$ , $r_{вн2}$ (см. рис. 6.8) определить методом наложения ток $I_1$	1,5 А 2 А 10 А 6,67 А		313 345 358 373		6.6					
							Значения	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
$I_1$ , А	100	10	100	120							
$r_1=r_2$ , Ом	5	2	9	50							
$r_3$ , Ом	12	6	10	30							
$r_{вн1}$ , Ом	1	1	1	10							
$r_{вн2}$ , Ом											
2	По данным задания 1 определить ток $I_1'$	3,33 А 6,67 А 0,5 А 1,33 А		378 411 430 441		6.6					
3	По данным задания 1 определить ток $I_1$	10 А 1 А 3,34 А 0,67 А		461 464 482 506		6.6					
4	По заданным $E$ , $r_{вн}$ , $r_1$ , $r_2$ , $r_3$ , $r_4$ и $r_5$ (рис. 6.11) вычислить ток $I_1$ . При решении треугольник $r_3$ , $r_4$ , $r_5$ преобразуйте в эквивалентную звезду сопротивлений	0,2 А 0,5 А 0,4 А 1 А		380 412 427 442		6.7					
							Значения	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
$E$ , В	14	10,5	30	21							
$r_{вн}$ , Ом	0	5	1	5							
$r_1$ , Ом	6	20	6	20							
$r_2$ , Ом	1	50	1	50							
$r_3$ , Ом	50	30	50	30							
$r_4$ , Ом	20	30	20	30							
$r_5$ , Ом	30	30	30	30							
5	По данным задания 4 вычислить ток $I_2$	1 А 0,2 А 0,1 А 0,5 А		465 479 462 505		6.7					



## § 6.8. Четырехполюсники

1. **Основные уравнения четырехполюсника.** *Четырехполюсником* называют электрическую цепь, имеющую два входных и два выходных зажима. К входным зажимам 1—1' присоединяется источник электрической энергии, а к выходным 2—2' — приемник с сопротивлением  $r_n$  (рис. 6.12). Таким образом, четырехполюсник является промежуточным звеном между источником энергии и ее приемником. К четырехполюсникам можно отнести линии передачи энергии и сигналов, несущих информацию, трансформаторы, рельсовые цепи, фильтры, предназначенные для разделения сигналов, и другие электрические устройства. Внутренняя электрическая схема четырехполюсников может быть весьма сложной и содержать ветви с источником энергии. Четырехполюсники с источниками энергии называют *активными*, а без источников — *пассивными*.

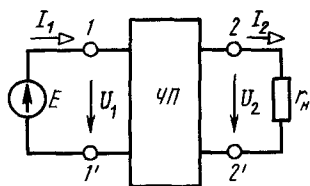


Рис. 6.12

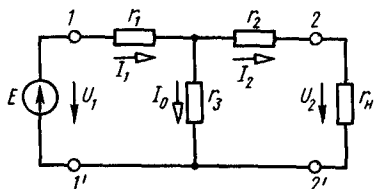


Рис. 6.13

Любой пассивный линейный четырехполюсник можно заменить эквивалентным с тремя сопротивлениями, соединенными звездой (Т-образная схема замещения) или треугольником (П-образная схема замещения). На рис. 6.13 показана Т-образная схема замещения пассивного четырехполюсника. Напряжение и ток на входе четырехполюсника обозначают  $U_1, I_1$ , а на выходе четырехполюсника  $U_2, I_2$ . Для Т-образной схемы замещения выразим  $U_1, I_1$  через  $U_2, I_2$ . Входной ток  $I_1 = I_2 + I_0 = I_2 + (U_2 + I_2 r_2) / r_3 = U_2 / r_3 + (1 + r_2 / r_3) I_2$ . Входное напряжение  $U_1 = I_1 r_1 + I_2 r_2 + U_2 = [ \frac{1}{r_3} U_2 + (1 + r_2 / r_3) I_2 ] r_1 + I_2 r_2 + U_2 = (1 + r_1 / r_3) U_2 + (r_1 + r_2 + \frac{r_1 r_2}{r_3}) I_2$ . После введения обозначений  $A = 1 + r_1 / r_3, B = r_1 + r_2 + \frac{r_1 r_2}{r_3}, C = 1 / r_3$  и  $D = 1 + r_2 / r_3$  получим основные уравнения четырехполюсника:  $U_1 = A U_2 + B I_2, I_1 = C U_2 + D I_2$ . Значения  $A, B, C, D$  называются *коэффициентами четырехполюсника* и связаны между собой соотношением  $AD - BC = 1$ . Справедливость этого равенства легко доказать, подставляя вместо  $A, B, C, D$  их выражения через сопротивления  $r_1, r_2$  и  $r_3$ . Коэффициенты четырехполюсника  $A$  и  $D$  — отвлеченные числа,  $B$  имеет размерность сопротивления,  $C$  — размерность проводимости. При работе четырехполюсника в качестве промежуточного звена между источником и приемником энергии его внутренняя схема и значения ее сопротивлений не меняются. Поэтому коэффициенты  $A, B, C, D$  яв-

ляются постоянными, т. е. не зависят от сопротивления нагрузки  $r_n$  или напряжения  $U_1$  источника энергии.

При заданном режиме работы приемника (напряжении  $U_2$  и токе  $I_2$ ), пользуясь основными уравнениями, легко определить напряжения  $U_1$  и ток  $I_1$  на входе четырехполюсника. Все расчеты с сопротивлениями внутренней схемы четырехполюсника при этом исключаются. Таким образом, расчет сложной электрической цепи можно упростить, если в ней выделить четырехполюсник. Различают симметричные и несимметричные четырехполюсники. Четырехполюсник называется *симметричным*, если при перемене местами источника энергии и приемника значения входных и выходных напряжений и токов не меняются. В симметричном четырехполюснике  $A = D$  и  $A^2 - BC = 1$ .

**2. Экспериментальное определение коэффициентов четырехполюсника.** Коэффициенты  $A, B, C, D$  четырехполюсника находят из опытов холостого хода и короткого замыкания. В опыте холостого хода (рис. 6.14) вторичные зажимы разомкнуты и  $I_2 = 0$ . Обозначив входное напряжение  $U_{1xx}$ , входной ток  $I_{1xx}$ , выходное напряже-

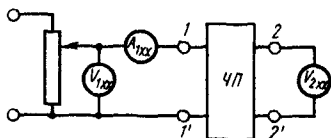


Рис. 6.14

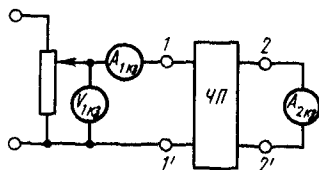


Рис. 6.15

ние  $U_{2xx}$ , переищем основные уравнения четырехполюсника для холостого хода:  $U_{1xx} = AU_{2xx}$  и  $I_{1xx} = CU_{2xx}$ . Отсюда  $A = U_{1xx}/U_{2xx}$ ,  $C = I_{1xx}/U_{2xx}$ . В опыте короткого замыкания (рис. 6.15) выходные зажимы 2—2' замкнуты через очень малое сопротивление амперметра, а к входным зажимам подведено пониженное напряжение  $U_{1кз}$  такое, чтобы выходной ток  $I_{2кз}$  не превышал номинального значения. Основные уравнения четырехполюсника в условиях короткого замыкания ( $U_2 = 0$ ) примут вид  $U_{1кз} = BI_{2кз}$  и  $I_{1кз} = DI_{2кз}$ . Отсюда  $B = U_{1кз}/I_{2кз}$ ,  $D = I_{1кз}/I_{2кз}$ .

**3. Режим четырехполюсника при нагрузке.** Пусть заданы напряжение  $U_2$  и ток  $I_2$  на нагрузке. При проведении опыта холостого хода четырехполюсника напряжение на выходных зажимах 2—2' можно выбрать равным заданному напряжению  $U_2$ , а при проведении опыта короткого замыкания в выходном контуре установить ток  $I_2$ . Заданные величины  $U_2$  и  $I_2$  устанавливаются регулировкой напряжения на входе четырехполюсника. Тогда напряжение и ток на входе четырехполюсника будут равны при холостом ходе  $U_{1xx} = AU_2$ ,  $I_{1xx} = CU_2$ ; при коротком замыкании  $U_{1кз} = BI_2$ ,  $I_{1кз} = DI_2$ ; при заданном режиме  $U_1 = AU_2 + BI_2 = U_{1xx} + U_{1кз}$ ,  $I_1 = CU_2 + DI_2 = I_{1xx} + I_{1кз}$ . Следовательно, при любом заданном режиме ( $U_2, I_2$ ) работы приемника напряжение  $U_1$  и ток  $I_1$  можно определить путем наложения соответствующих режимов холостого

хода и короткого замыкания. Для проведения опытов холостого хода и короткого замыкания требуется сравнительно небольшая мощность источника питания. Поэтому рабочий режим электротехнических устройств большой мощности целесообразно определять на основании соответствующих опытов холостого хода и короткого замыкания.

**Пример 6.6.** При опытах холостого хода и короткого замыкания четырехполюсника измерены:  $U_{1xx} = 300$  В,  $I_{1xx} = 4$  А,  $U_{2xx} = 200$  В;  $U_{1кз} = 20$  В,  $I_{1кз} = 13,6$  А;  $I_{2кз} = 20$  А. Определить коэффициенты  $A, B, C, D$  четырехполюсника.  
**Решение.** Коэффициенты четырехполюсника:  $A = U_{1xx}/U_{2xx} = 300/200 = 1,5$ ;  $B = U_{1кз}/I_{2кз} = 20/20 = 1$  Ом,  $C = I_{1xx}/U_{2xx} = 4/200 = 0,02$  См;  $D = I_{1кз}/I_{2кз} = 13,6/20 = 0,68$ . Правильность расчета коэффициентов проверим по формуле  $AD - BC = 1$ ;  $1,5 \cdot 0,68 - 1 \cdot 0,02 = 1$ .

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 6.4.

Контрольная карта 6.4

Номер задания	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номер консультации	При неправильном ответе повторите						
					части	параграф					
1	Известны коэффициенты $A, B, C, D$ четырехполюсника, выходные напряжение $U_2$ и ток $I_2$ . Определить напряжение $U_1$ на входе четырехполюсника	53 В 102 В 114 В 153 В		964 983 1002 1020	1	6.8					
							Значения	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
$A$	1	1	1,5	1,2							
$B, \text{ Ом}$	1	1	1	1							
$C, \text{ См}$	0,02	0,03	0,5	0,2							
$D$	1,02	1,03	1	1							
$U_2, \text{ В}$	100	110	100	40							
$I_2, \text{ А}$	2	4	3	5							
2	По данным задания 1 определить ток $I_1$ на входе четырехполюсника	4,04 А 7,42 А 13 А 53 А		1033 1067 1080 1088	1	6.8					
3	По данным задания 1 определить входное сопротивление четырехполюсника	2,9 Ом 4,1 Ом 15,4 Ом 25,2 Ом		361 478 892 909	1	6.8					
4	Определить напряжение $U_1$ и ток $I_1$ четырехполюс-	104 В, 85 А 105 В, 52 А		889 927							

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите		
					части	параграф	
	ника в рабочем режиме на основании опытов холостого хода и короткого замыкания. В опыте холостого хода измерено $U_{1xx}, I_{1xx}$ , в опыте короткого замыкания — $U_{1кз}, I_{1кз}$	115 В, 104 А 120 В, 63 А		946 1050	3	6.8	
	Значения	Варианты					
		1-й	2-й	3-й	4-й		
	$U_{1xx}, В$	100	110	100	110		
	$I_{1xx}, А$	2	3	5	4		
	$U_{1кз}, В$	5	10	4	5		
	$I_{1кз}, А$	50	60	80	100		
5	По данным задания 4 определить, во сколько раз мощность источника при испытании четырехполюсника в рабочем режиме больше мощности источника при опыте короткого замыкания	В 12,6 раза В 21,8 раза В 23,9 раза В 27,6 раза		928 947 1089 965	3	6.8	

### ЗАДАЧИ К ГЛАВЕ 6

**6.1.** В схеме рис. 6.16 заданы токи  $I_4 = I_6 = 1$  А, ЭДС  $E_2 = 20$  В,  $E_3 = 50$  В и сопротивления  $r_1 = r_2 = 5$  Ом,  $r_3 = 3$  Ом,  $r_4 = r_5 = 10$  Ом. Внутренние сопротивления источников не учитываются. Определить токи  $I_1, I_2, I_3, I_5$ , ЭДС  $E_1$  и сопротивление  $r_6$ .

**Решение.** При указанном на схеме выборе контуров  $I_{III} = I_6 = 1$  А, а  $I_I - I_{III} = I_4$ . Значит,  $I_I = I_4 + I_{III} = 1 + 1 = 2$  А. Для второго контура имеем  $I_{II}(r_2 + r_5 + r_3) - I_I r_2 - I_{III} r_5 = E_2 + E_3$  или  $18 I_{II} - 10 - 10 = 70$ , откуда второй контурный ток  $I_{II} = 90/18 = 5$  А. Токи в ветвях равны:  $I_3 = I_{II} = 5$  А,  $I_1 = I_I = 2$  А,  $I_2 = I_{II} - I_I = 5 - 2 = 3$  А,  $I_5 = I_{II} - I_{III} = 5 - 1 = 4$  А.

ЭДС  $E_1$  и сопротивление  $r_6$  найдем из уравнений, составленных по второму закону Кирхгофа.

Для первого и третьего контуров

$$E_1 - E_2 = I_1 r_1 + I_4 r_4 - I_2 r_2,$$

$$\text{или } E_1 - 20 = 10 + 10 - 15; E_1 = 20 + 5 = 25 \text{ В};$$

$$I_6 r_6 - I_5 r_5 - I_4 r_4 = 0,$$

$$\text{или } r_6 - 40 - 10 = 0, \text{ откуда } r_6 = 40 + 10 = 50 \text{ Ом.}$$

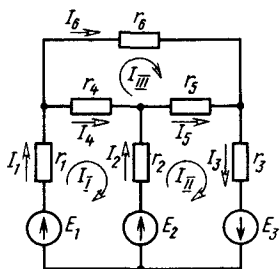


Рис. 6.16

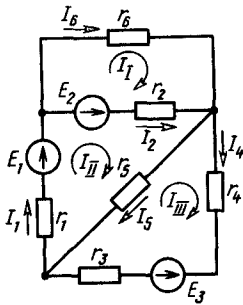


Рис. 6.17

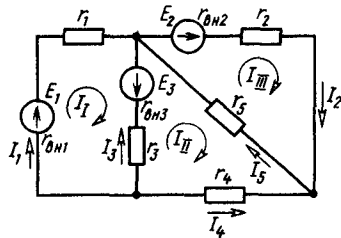


Рис. 6.18

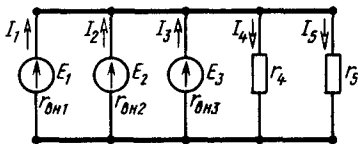


Рис. 6.19

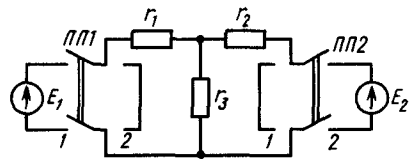


Рис. 6.20

6.2. В схеме (рис. 6.17) известны ЭДС  $E_1 = 20$  В,  $E_2 = 24$  В, сопротивления  $r_1 = r_3 = r_4 = 2$  Ом,  $r_2 = 8$  Ом,  $r_5 = 4$  Ом, токи  $I_4 = 0,15$  А,  $I_6 = 0,2$  А. Внутренние сопротивления источников не учитываются. Определить токи в остальных ветвях схемы, ЭДС  $E_3$  и сопротивление  $r_6$ .

Ответ:  $I_1 = 3,3$  А;  $I_2 = 3,1$  А;  $I_5 = 3,15$  А;  $E_3 = 12$  В;  $r_6 = 4$  Ом.

6.3. В схеме (рис. 6.18) ЭДС источников  $E_1 = 15$  В,  $E_2 = 70$  В,  $E_3 = 5$  В, их внутренние сопротивления  $r_{вн1} = r_{вн2} = 1$  Ом,  $r_{вн3} = 2$  Ом, сопротивления элементов в цепи  $r_1 = 5$  Ом,  $r_2 = 4$  Ом,  $r_3 = 8$  Ом,  $r_4 = 2,5$  Ом,  $r_5 = 15$  Ом. Найти токи во всех ветвях цепи методом контурных токов.

Ответ:  $I_1 = 5$  А,  $I_2 = 8$  А,  $I_3 = 1$  А,  $I_4 = -6$  А,  $I_5 = 2$  А.

6.4. Два источника включены параллельно (рис. 6.21), питают приемник сопротивлением  $r = 20$  Ом. ЭДС источников  $E_1 = 225$  В,  $E_2 = 226$  В, их внутренние сопротивления  $r_{вн1} = r_{вн2} = 1$  Ом. Определить токи источников и приемника энергии. При каком значении ЭДС  $E_2$  второго источника ток первого источника равен нулю?

Ответ:  $I_1 = 5$  А,  $I_2 = 6$  А,  $I_3 = 11$  А,  $I_1 = 0$  при  $E_2 = 236$  В.

6.5. На электрической станции три генератора работают параллельно (рис. 6.19). ЭДС и внутренние сопротивления генераторов соответственно равны:  $E_1 = 180$  В,  $E_2 = 170$  В,  $E_3 = 145$  В,  $r_{вн1} = 3$  Ом,  $r_{вн2} = 2$  Ом,  $r_{вн3} = 1$  Ом. К ши-

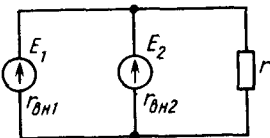


Рис. 6.21

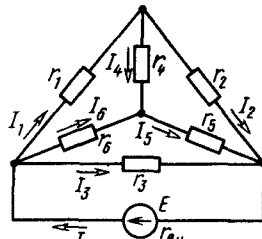


Рис. 6.22

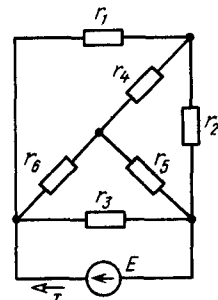


Рис. 6.23

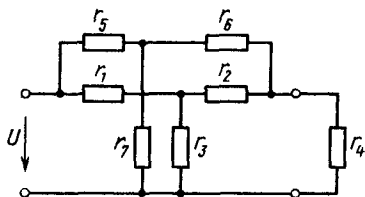


Рис 6 24

нам станции подключены два приемника  $r_4=4$  Ом и  $r_5=3$  Ом. Найти напряжение на шинах станции, токи генераторов и приемников.

Ответ  $U=120$  В,  $I_1=20$  А,  $I_2=I_3=25$  А,  $I_4=30$  А,  $I_5=40$  А.

6.6. Ток в третьей ветви (рис 6 20) в 1-м положении переключателей ПП1 и ПП2 равен 1 А, а во 2-м положении 2 А. Сопротивления  $r_1=60$  Ом,  $r_2=30$  Ом,  $r_3=15$  Ом, внутренние сопротивления источников принять равными нулю. Определить

токи во всех ветвях цепи, если переключатель ПП1 установлен в 1-е положение, а переключатель ПП2 — во 2-е.

Ответ  $I_1=1$  А,  $I_2=2$  А,  $I_3=3$  А.

6.7. Два источника с ЭДС  $E_1=130$  В,  $E_2=125$  В и внутренними сопротивлениями  $r_{вн1}=r_{вн2}=0,4$  Ом работают на нагрузку  $r=5$  Ом (рис 6 21). Насколько изменится ток нагрузки при увеличении ЭДС  $E_2$  на 2,5 В? Задачу решить методом наложения.

Ответ на 0,241 А.

6.8. В схеме (рис 6 22) ЭДС источника  $E=20$  В, внутреннее сопротивление  $r_{вн}=1$  Ом, внешние сопротивления  $r_1=r_5=6$  Ом,  $r_2=2$  Ом,  $r_3=18$  Ом,  $r_4=3$  Ом,  $r_6=9$  Ом. Определить токи во всех ветвях цепи.

Ответ  $I=4$  А,  $I_1=1,92$  А,  $I_3=0,89$  А,  $I_6=1,19$  А,  $I_2=2,22$  А,  $I_5=0,89$  А,  $I_4=-0,3$  А.

6.9. Сопротивления ветвей цепи (рис 6 23)  $r_1=r_2=r_3=60$  Ом,  $r_4=r_5=r_6=30$  Ом, внутреннее сопротивление источника не учитывается. Определить ЭДС источника  $E$ , если ток  $I=3$  А.

Ответ  $E=72$  В.

6.10. Определить мощность цепи (рис 6 24), если напряжение  $U=20$  В, сопротивления ветвей  $r_1=r_4=5$  Ом,  $r_2=r_3=2$  Ом,  $r_5=r_6=r_7=6$  Ом.

Ответ  $P=100$  Вт.

## Глава 7

### МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

#### § 7.1. Основные понятия

##### 1. Определение и основные свойства магнитного поля.

В проводнике с током и вокруг него возникает магнитное поле. При достаточно сильном токе его можно обнаружить с помощью

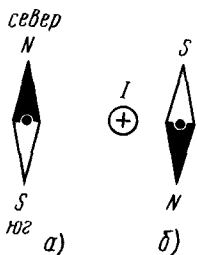


Рис 7 1

магнитной стрелки (рис 7.1, а). Если к проводнику с электрическим током (на рис. 7.1, б этот проводник обозначен кружком с крестиком, так как ток направлен за плоскость чертежа) поднести магнитную стрелку, то она изменит свое положение. После отключения тока магнитная стрелка возвратится в исходное положение. Магнитное поле возникает не только вокруг проводников с током, но и при движении любых электрически заряженных частиц и тел, а также при изменении электрического поля. В постоянных магнитах оно создается в результате движения электронов по орбитам

и вращений их вокруг своих осей. Магнитное поле имеет ряд физических свойств. Основным свойством является силовое воздействие его как на движущиеся в нем заряженные тела, так и на неподвижные проводники с электрическим током. Магнитное поле может также намагничивать ферромагнитные тела, возбуждать ЭДС в проводниках, которые перемещаются в магнитном поле. Эти свойства имеют большое практическое значение. Силовое действие магнитного поля используется в электродвигателях, многих электроизмерительных приборах, электротехнических аппаратах. На использовании индуцированных ЭДС основан принцип действия генераторов, трансформаторов, различных преобразователей и других устройств.

**2. Направление магнитного поля.** За направление магнитного поля в заданной точке принимается такое, которое укажет северный конец магнитной стрелки, помещенной в эту точку. Для того чтобы наглядно графически изобразить магнитное поле, введено понятие о магнитных линиях. Их проводят так, чтобы направление касательной в каждой ее точке совпало с направлением поля. Направление магнитных линий вокруг прямолинейного проводника с током определяется по правилу буравчика: *если поступательное движение буравчика совпадает с направлением тока в проводе, то вращение рукоятки буравчика укажет направление магнитных силовых линий.*

На рис. 7.2 ток  $I$  направлен за плоскость чертежа. Для того чтобы буравчик двигался в этом направлении, его следует вращать по ходу часовой стрелки. Значит, магнитные линии расположены по концентрическим окружностям и направлены по ходу часовой стрелки. Направление магнитного поля в каждой точке

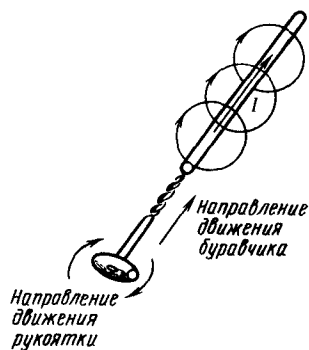


Рис. 7.2

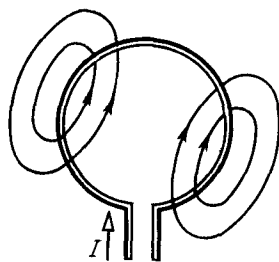


Рис. 7.3

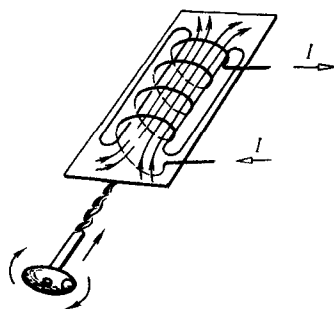


Рис. 7.4

совпадает с касательной, проведенной к магнитной линии. На рис. 7.3 показаны магнитные линии поля витка с током, а на рис. 7.4 — катушки с током. Для этого случая правило буравчика имеет другую формулировку: *если рукоятку буравчика вращать по направлению тока в витках, то его поступательное движение совпадает с направлением магнитных линий внутри катушки.*

Направление поля внутри катушки можно определить и по правилу правой руки: *если ладонь правой руки положить на витки катушки так, чтобы четыре сложенных вместе пальца показывали направление тока в витках, то отогнутый под прямым углом большой палец укажет направление поля внутри катушки.*

## § 7.2. Величины, характеризующие магнитное поле

**1. Магнитная индукция.** Интенсивность магнитного поля в каждой его точке определяется *магнитной индукцией*, обозначаемой  $B$ . Для того чтобы дать определение магнитной индукции и установить ее единицу в СИ, воспользуемся силовым воздействием магнитного поля на проводник с током. В однородном поле (рис. 7.5), магнитная индукция которого постоянна и равна  $B$ , помещен прямолинейный проводник длиной  $l$  с током  $I$ . Причем угол между проводником и магнитными линиями равен  $90^\circ$ . По закону Ампера, установленному опытным путем, известно, что на такой проводник действует электромагнитная сила

$$F = BIl. \quad (7.1)$$

Направление электромагнитной силы определяется по правилу левой руки: *если ладонь левой руки расположить так, чтобы магнитные линии входили в нее, а четыре выпрямленных пальца совпадали с направлением тока, то отогнутый под прямым углом большой палец укажет направление силы* (рис. 7.6).

Из формулы (7.1) магнитная индукция

$$B = F/(Il). \quad (7.2)$$

Если  $I=1$  А,  $l=1$  м, то  $B=F$ . Отсюда следует определение магнитной индук-

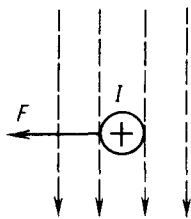


Рис. 7.5

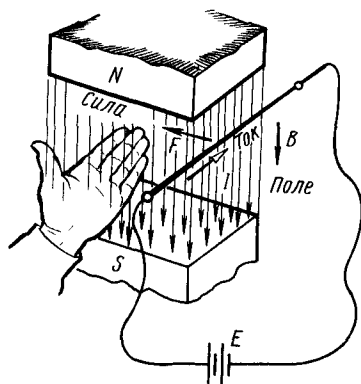


Рис. 7.6



ции: магнитная индукция есть величина, численно равная силе, которая действует на проводник длиной 1 м с током 1 А, помещенный в однородное магнитное поле перпендикулярно его направлению. Из (7.2) определим единицу магнитной индукции в СИ:

$$[B] = H/(A \cdot m) = \text{Дж}/(m \cdot A \cdot m) = B \cdot A \cdot c/(A \cdot m^2) = B \cdot c/m^2.$$

Для  $B \cdot c$  установлено наименование — вебер (Вб). Следовательно, единицей индукции служит  $\text{Вб}/\text{м}^2$ . Ее называют тесла [Тл]. Магнитную индукцию иногда выражают и в более мелких единицах — гауссах:  $1 \text{ Гс} = 10^{-4} \text{ Тл}$ . Магнитная индукция — величина векторная. Направление вектора индукции в каждой точке совпадает с направлением поля. Магнитное поле считается однородным, если векторы  $\mathbf{B}$  магнитных индукций во всех его точках одинаковы. В противном случае поле считается неоднородным. С помощью магнитных линий можно не только указать направление магнитного поля, но и выразить значение магнитной индукции. Неоднородное магнитное поле будет изображаться замкнутыми линиями, проведенными с неодинаковой плотностью.

**2. Магнитный поток.** На рис. 7.7 перпендикулярно вектору магнитной индукции  $\mathbf{B}$  однородного поля расположена площадка  $S$ . Произведение магнитной индукции  $B$  однородного поля и площадки  $S$ , перпендикулярной вектору этой индукции, называется магнитным потоком:

$$\Phi = BS. \quad (7.3)$$

Для определения магнитного потока в неоднородном поле поступают следующим образом. На заданной поверхности  $S$  выделяют элементарную площадь  $dS$  (рис. 7.8). Находят нормальную составляющую вектора магнитной индукции на элементарной площадке:  $B_n = B \cos \beta$ , где  $\beta$  — угол между нормалью к площадке  $dS$  и вектором магнитной индукции  $\mathbf{B}$ . Затем находят элементарный магнитный поток через элементарную площадь  $dS$ :  $d\Phi = B_n dS$ . Магнитный поток через всю поверхность  $\Phi = \int_S B_n dS$ . Выведем размерность магнитного потока в СИ:  $[\Phi] = [BS] = \frac{\text{Вб}}{\text{м}^2} \text{м}^2 = \text{Вб}$ . Более мелкой единицей является максвелл (Мкс):  $1 \text{ Вб} = 10^8 \text{ Мкс}$ .

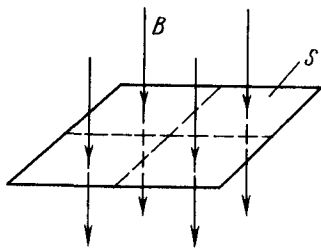


Рис. 7.7

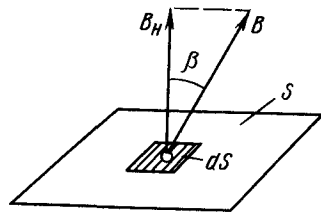


Рис. 7.8

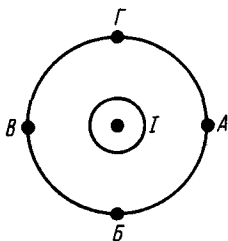


Рис. 7.9

**3. Абсолютная и относительная магнитная проницаемости. Напряженность магнитного поля.** Интенсивность магнитного поля зависит от среды (вещества), в которой она возникает. Это можно объяснить следующим образом. Движение электронов по орбитам внутри атома рассматривается как элементарный ток. При отсутствии внешнего магнитного поля элементарные токи внутри вещества ориентированы беспорядочно и магнитное поле этих токов не обнаруживается. Под действием внешнего поля,

в которое вносится вещество, появляется согласованная ориентация элементарных токов и они создают свое дополнительное магнитное поле, налагаемое на внешнее и изменяющее его. Таким образом, любое вещество, находящееся в магнитном поле внешних токов, приходит в состояние намагниченности, которое характеризуется возникновением в нем добавочного магнитного поля.

Интенсивность и характер намагниченности различных веществ в одинаковом магнитном поле внешних токов значительно отличаются. Поэтому все вещества можно разделить на три группы: диамагнитные (вода, водород, кварц, серебро, медь и т. д.), в которых магнитное поле элементарных токов направлено против поля внешних токов, т. е. результирующее поле ослабляется; парамагнитные (алюминий, кислород, воздух и т. д.); ферромагнитные (железо, никель, кобальт и некоторые сплавы).

Парамагнитные и ферромагнитные вещества характеризуются тем, что магнитное поле элементарных токов в них направлено одинаково с полем внешних токов. В результате магнитное поле усиливается. Однако намагниченность ферромагнитных веществ в отличие от парамагнитных во много раз сильнее при одинаковом магнитном поле внешних токов.

Магнитные свойства веществ характеризуются абсолютной магнитной проницаемостью  $\mu_a$ . Абсолютную магнитную проницаемость пустоты называют *магнитной постоянной*:  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  Гн/м. Генри — единица индуктивности (Гн = Ом · с). Отношение абсолютной магнитной проницаемости данного вещества  $\mu_a$  к магнитной постоянной  $\mu_0$  называется *относительной магнит-*

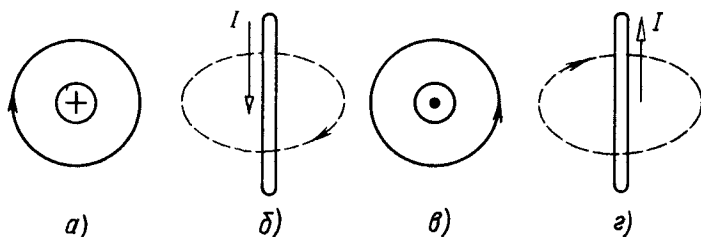


Рис. 7.10

ной проницаемостью, т. е.  $\mu_r = \mu_a / \mu_0$ . Ясно, что для пустоты  $\mu_r = 1$ . Относительная магнитная проницаемость парамагнитных веществ больше единицы, а диамагнитных — меньше единицы. Это различие большинства веществ незначительно. Например, у парамагнитного алюминия  $\mu_r = 1,000023$ , а у диамагнитной меди  $\mu_r = 0,99991$ . Поэтому при технических расчетах магнитная проницаемость диамагнитных и парамагнитных материалов и сред принимается равной единице.

В электротехнике особое значение имеют ферромагнитные материалы, относительная магнитная проницаемость которых достигает десятков тысяч и зависит от магнитных свойств материала, температуры, напряженности магнитного поля. Большая магнитная проницаемость ферромагнетиков используется для того, чтобы усиливать магнитные поля и придать им нужную конфигурацию в электрических машинах и аппаратах.

При расчетах магнитных цепей необходимо применять величину, которая, так же как и магнитная индукция, характеризует магнитное поле, но в то же время не зависит от свойств среды. Такой величиной является *напряженность магнитного поля*  $H$ . Напряженность магнитного поля и магнитная индукция связаны простым соотношением

$$H = B / \mu_a. \quad (7.4)$$

Напряженность магнитного поля — векторная величина. Направление вектора напряженности  $H$  в изотропных средах, т. е. в средах с одинаковыми во всех направлениях магнитными свойствами, совпадает с направлением поля в каждой его точке. Напряженность магнитного поля в СИ выражается в амперах на метр (А/м):

$$[H] = [B / \mu_a] = \text{Вб} \cdot \text{м} / (\text{м}^2 \cdot \text{Гн}) = \text{В} \cdot \text{с} \cdot \text{м} / (\text{м}^2 \cdot \text{Ом} \cdot \text{с}) = \text{А} / \text{м}.$$

Единицей напряженности является также эрстед (Э):  $1 \text{ Э} \approx 80 \text{ А/м} = 0,8 \text{ А/см}$ .

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 7.1.

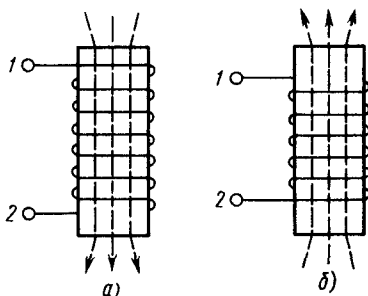


Рис. 7.11

Контрольная карта 71

Номер задания	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номер консультации	При неправильном ответе повторите													
					части	параграф												
1	<p>Укажите направление вектора магнитной индукции в заданной точке поля (рис. 7.9)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th colspan="4">Варианты</th> </tr> <tr> <th>1-й</th> <th>2-й</th> <th>3-й</th> <th>4-й</th> </tr> <tr> <th>А</th> <th>Б</th> <th>В</th> <th>Г</th> </tr> </thead> </table>	Варианты				1-й	2-й	3-й	4-й	А	Б	В	Г	<p>Вниз Вверх Влево Вправо</p>		<p>333 350 351 375</p>	2	7.1
		Варианты																
		1-й	2-й	3-й	4-й													
		А	Б	В	Г													
1	7.2																	
2	<p>На каком из рис. 7.10, а — г направление магнитных силовых линий не соответствует направлению тока?</p>	<p>На рис. 7.10, а На рис. 7.10, б На рис. 7.10, в На рис. 7.10, г</p>		<p>396 400 434 445</p>	2	7.1												
3	<p>На рис. 7.11, а, б указано направление магнитных силовых линий. В каком направлении должны проходить токи в каждой катушке?</p>	<p>а) 1 → 2; б) 1 → 2 а) 1 → 2; б) 2 → 1 а) 2 → 1; б) 1 → 2 а) 2 → 1; б) 2 → 1</p>		<p>454 467 484 509</p>	2	7.1												
4	<p>В однородное магнитное поле помещена прямоугольная рамка размерами <math>10 \times 5</math> см. Угол между нормалью к площади рамки и вектором магнитной индукции <math>\mathbf{B}</math> равен <math>\beta</math>. Определить магнитный поток, пронизывающий рамку</p>	<p><math>2,75 \cdot 10^{-3}</math> Вб <math>3\sqrt{2} \cdot 10^{-3}</math> Вб <math>2\sqrt{3} \cdot 10^{-3}</math> Вб <math>3 \cdot 10^{-3}</math> Вб</p>		<p>532 545 558 75</p>	2	7.1												
							Значения	Варианты										
								1-й	2-й	3-й	4-й							
В, Тл $\beta$ , град	0,8 30	1,1 60	1,2 45	1,2 60														

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
5	Укажите обозначение единиц в СИ: а) магнитной индукции; б) магнитного потока; в) абсолютной магнитной проницаемости; г) напряженности магнитного поля	а) Тл; б) Вб; в) Гн/м; г) А/см а) Гс; б) Мкс; в) Гн/м; г) А/м а) Тл; б) Вб; в) Гн/м; г) А/м а) Гс; б) Вб; в) Гн/м; г) А/м		560 547 534 511	2,3	7.2

### § 7.3. Закон полного тока

Магнитное поле и электрический ток неразрывно связаны друг с другом. Значит, напряженность, индукция и поток зависят от тока. Зависимость между напряженностью магнитного поля и током можно установить, применив закон полного тока. На рис. 7.12 показаны три проводника с электрическим током. Вокруг проводников проведен контур *АВВГДЕА*. В разных точках этого контура напряженность магнитного поля будет различной по значению и направлению. Предположим, что на бесконечно малом элементе длины контура  $\Delta l$  вектор напряженности поля образует с элементом длины  $\Delta l$  угол  $\alpha$ . В этом случае вектор  $\mathbf{H}$  можно разложить на две составляющие:  $H_1 = H \cos \alpha$  и  $H_2 = H \sin \alpha$ . Продольная составляющая напряженности магнитного поля  $H_1$  направлена по длине  $\Delta l$ , а поперечная  $H_2$  — под углом  $90^\circ$  к  $H_1$ . Произведение  $H_1 \Delta l$  называется *магнитным напряжением*  $\Delta U_m$  на участке  $\Delta l$ , которое будет положительным, если вектор  $\mathbf{H}_1$  совпадает с направлением обхода контура, например с движением часовой стрелки. Магнитное напряжение выражается в амперах  $[U_m] = [H_1 \Delta l] = \text{А}$ .

Сумму элементарных магнитных напряжений вдоль замкнутого контура  $\sum H_1 \Delta l$  называют *циркуляцией вектора напряженности магнитного поля по замкнутому*

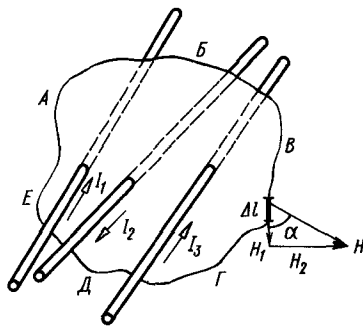


Рис. 7.12

контуру. Алгебраическая сумма токов, пронизывающих поверхность, ограниченную контуром, называется *полным током*  $\Sigma I$ .

Закон полного тока формулируется следующим образом: *циркуляция вектора напряженности магнитного поля по замкнутому контуру равна полному току, пронизывающему поверхность,*

*ограниченную этим контуром, т. е.  $\sum_0 H_1 \Delta l = \Sigma I$ .* Токи, пронизывающие поверхность, считаются положительными, если их магнитное поле совпадает с положительным направлением обхода контура. Так, на рис. 7.12 при обходе контура по часовой стрелке токи  $I_1$  и  $I_3$  положительные, а ток  $I_2$  отрицательный.

## § 7.4. Магнитное поле тока в прямолинейном проводе

**1. Магнитное поле за пределами провода.** Рассмотрим магнитное поле тока  $I$  в прямолинейном проводе большой длины (рис. 7.13). Напряженность и магнитную индукцию такого поля легко определить по закону полного тока. Выведем формулу напряженности магнитного поля в точке  $A$ , которая удалена от оси провода на расстояние  $x > R$  ( $R$  — радиус провода). Для этого в плоскости, перпендикулярной оси проводника, проведем окружность радиусом  $x$  с центром на оси провода. Так как все точки этой окружности удалены от оси провода на одинаковое расстояние, то напряженность поля в них одинакова.

Вектор напряженности в любой точке контура направлен по касательной к силовой линии. Поэтому продольная составляющая напряженности поля  $H_1 = H$ . Площадь, ограниченную выделенным контуром, в данном случае пронизывает только один ток

$I$ . Значит,  $\sum_0 H_1 \Delta l = \sum_0 H \Delta l = H \sum_0 \Delta l = H 2\pi x$ , а  $\sum I = I$ . На основании закона полного тока приравниваем правые части этих уравнений, т. е.  $H 2\pi x = I$ . Отсюда

$$H = I / (2\pi x), \quad (7.5)$$

а магнитная индукция

$$B = \mu_a \frac{I}{2\pi x}. \quad (7.6)$$

Значит, напряженность и индукция магнитного поля прямо пропорциональны току и обратно пропорциональны расстоянию от оси провода. Можно пользоваться (7.5) и (7.6) в том случае, если  $x > R$ , а длина провода значительно больше расстояния  $x$ .

**2. Магнитное поле внутри провода.** Определим напряженность поля внутри провода, т. е. в точках, удаленных от

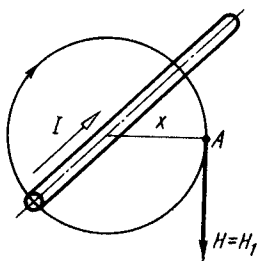


Рис. 7.13

оси провода на расстояние  $x < R$  (рис. 7.14). Для этого из центра провода проведем окружность радиусом  $x$ . Площадь, ограниченная этой окружностью, пронизывается током  $I_x = \delta S_x$ , здесь  $\delta = I/(\pi R^2)$  — плотность тока в проводе;  $S_x = \pi x^2$  — площадь, ограниченная выделенным контуром. Следовательно,  $I_x = I\pi x^2/(\pi R^2) = Ix^2/R^2$ . Так как напряженность поля  $H$  в силу симметрии во всех точках выделенного контура постоянна, то, по закону полного тока,

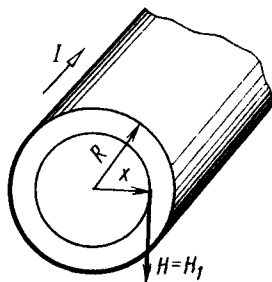


Рис. 7.14

$$I_x = \sum_0^x H \Delta l = H \sum_0^x \Delta l = H 2\pi x, \text{ или } Ix^2/R^2 = H 2\pi x.$$

Отсюда

$$H = \frac{Ix^2}{2\pi x R^2} = \frac{Ix}{2\pi R^2}, \quad (7.7)$$

а магнитная индукция

$$B = \mu_0 \frac{Ix}{2\pi R^2}. \quad (7.8)$$

Следовательно, напряженность и индукция в любой точке внутри провода прямо пропорциональны расстоянию  $x$  этой точки от оси провода. В частности, на оси провода, т. е. при  $x = 0$ , напряженность  $H = 0$  и  $B = 0$ . От оси провода к его поверхности напряженность и магнитная индукция линейно возрастают, достигая наибольшего значения на его поверхности.

**Пример 7.1.** По медному проводу радиусом  $R = 5$  мм проходит ток  $I = 628$  А. Определить напряженность магнитного поля на поверхности провода в точках, расположенных на расстоянии 10, 15, 20 и 25 мм от оси прямолинейного провода. По полученным данным построить график  $H(x)$ .

**Решение.** Напряженность магнитного поля во всех указанных точках определим по формуле  $H = I/(2\pi x)$ :

$$H_1 = \frac{628}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 20000 \text{ А/м}; \quad H_2 = \frac{628}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^{-3}} = 10000 \text{ А/м};$$

$$H_3 = \frac{628}{2\pi \cdot 15 \cdot 10^{-3}} = 6666 \text{ А/м}; \quad H_4 = \frac{628}{2\pi \cdot 20 \cdot 10^{-3}} = 5000 \text{ А/м};$$

$$H_5 = \frac{628}{2\pi \cdot 25 \cdot 10^{-3}} = 4000 \text{ А/м}.$$

График  $H(x)$  построен на рис. 7.15.

**3. Магнитное поле нескольких проводов с токами.** В некоторых случаях магнитное поле создается системой проводов с электрическими токами. Находят магнитную индукцию в какой-либо точке поля следующим образом: а) определяют значение и направление магнитной индукции  $\mathbf{B}_1$  в данной точке от тока

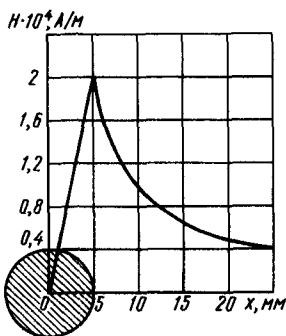


Рис. 7.15

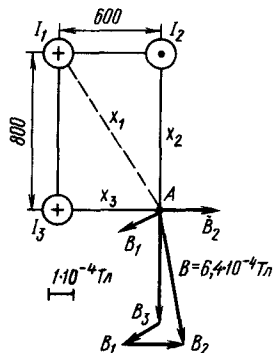


Рис. 7.16

первого проводника; б) определяют значение и направление магнитных индукций  $B_2$ ,  $B_3$  и т. д. в этой же точке от других токов; в) путем сложения векторов магнитных индукций  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  ... и т. д. находят искомый вектор магнитной индукции  $B$ .

**Пример 7.2.** Определить с помощью графика магнитную индукцию в точке  $A$  поля, созданного тремя проводами с током, если  $I_1 = I_2 = 1000$  А, а  $I_3 = 1500$  А. Расположение проводов, расстояние между ними и направление токов показаны на рис. 7.16. Магнитная проницаемость среды  $\mu_a = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м. Токи  $I_1$  и  $I_3$  направлены на плоскость чертежа, а ток  $I_2$  -- в противоположную сторону.

**Решение.** Проводник с током  $I_1$  в точке  $A$  создает магнитную индукцию

$$B_1 = \mu_a \frac{I_1}{2\pi x_1} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{1000}{2\pi \cdot 1} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}, \quad x_1 = \sqrt{600^2 + 800^2} = 1000 \text{ мм} = 1 \text{ м}.$$

Вектор магнитной индукции  $B_1$  перпендикулярен радиусу  $x_1$  и направлен по часовой стрелке относительно первого провода (рис. 7.16). Аналогично определим магнитные индукции  $B_2$  и  $B_3$ , которые создаются в точке  $A$  токами  $I_2$  и  $I_3$ :

$$B_2 = \mu_a \frac{I_2}{2\pi x_2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{1000}{2\pi \cdot 800 \cdot 10^{-3}} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ Тл},$$

$$B_3 = \mu_a \frac{I_3}{2\pi x_3} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1500}{2\pi \cdot 600 \cdot 10^{-3}} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}.$$

Результирующую магнитную индукцию в точке  $A$  (рис. 7.16) определяем с помощью графика. Для этого выберем масштаб и построим векторы  $B_1$ ,  $B_2$  и  $B_3$ . Сложив их, найдем вектор результирующей магнитной индукции  $B = 6,4 \cdot 10^{-4}$  Тл.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 7.2.

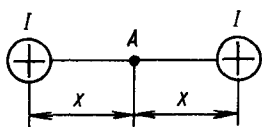


Рис. 7.17

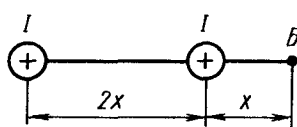


Рис. 7.18



Контрольная карта 7.2

Номер задания	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номер консультаций	При неправильном ответе повторите		
					части	параграф	
1	В каком случае циркуляция вектора напряженности магнитного поля по замкнутому контуру равна $H\Delta l$ ?	Если напряженность поля $H = H_1$ Если напряженность поля одинакова во всех точках контура. Если напряженность поля $H = H_1$ и одинакова во всех точках контура		455	—	7.3	
				446			
				431			
2	Вокруг прямолинейного проводника с током проведены две магнитные линии радиусом $x_1$ и $x_2 (x_2 > x_1)$ . Циркуляция вектора напряженности магнитного поля по первой окружности $F_1$ , по второй — $F_2$ . Укажите правильную запись	$F_1 > F_2$ $F_1 = F_2$ $F_1 < F_2$		414 395 374	1	7.4 7.3	
3	Напряженность магнитного поля на расстоянии 1 м от оси прямолинейного провода с током равна $H$ . Чему равна $H$ поля на поверхности этого проводника? Диаметр провода 10 мм	240 А/см 180 А/см 200 А/см 160 А/см		349	1,2	7.4	
				363			
				376 397			
	Значение	Варианты					
		1-й	2-й	3-й	4-й		
	$H, \text{А/см}$	1	0,8	1,2	0,9		
4	Точка А (рис. 7.17) одинаково удалена от проводников с токами $I$ . Чему равна напряженность поля в этой точке?	0 $2I/(2\pi x)$ $I/(2\pi x)$		362 348 334	3	7.4	
5	Укажите расчетную формулу напряженности магнитного поля в точке В (рис. 7.18)	$I/(6\pi x)$ $2I/(3\pi x)$ $I/(3\pi x)$		515 485 468	3	7.4	

## § 7.5. Магнитное поле кольцевой и прямой катушек

1. **Магнитное поле кольцевой катушки.** Воспользуемся законом полного тока для определения напряженности магнитного поля кольцевой катушки с током  $I$ , имеющей  $\omega$  равномерно распределенных витков (рис. 7.19, а). Для этого выделим замкнутый контур по средней магнитной линии радиуса  $R$ . Во всех точках этого контура вектор напряженности магнитного поля совпадает с касательной к контуру и имеет одинаковое значение. Поэтому циркуляция вектора напряженности магнитного поля по

замкнутому контуру  $\sum_0 H_1 \Delta l = H \sum_0 \Delta l = H 2\pi R$ , а полный ток, пронизывающий ограниченную контуром поверхность,  $\sum I = I\omega$ .

По закону полного тока,  $\sum_0 H_1 \Delta l = \sum I$ , т. е.  $H 2\pi R = I\omega$ . Следовательно, напряженность поля катушки по средней магнитной линии

$$H = I\omega / (2\pi R), \quad (7.9)$$

а магнитная индукция

$$B = \mu_a H = \mu_a \frac{I\omega}{2\pi R}. \quad (7.10)$$

**Пример 7.3.** Кольцевая катушка имеет 1000 витков. Внутренний радиус катушки  $R_1 = 10$  см, а внешний  $R_2 = 15$  см. Определить магнитную индукцию во всех точках окружности среднего радиуса. Магнитная проницаемость среды  $\mu_a = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м. Ток  $I = 5$  А.

**Решение.** Средний радиус катушки  $R = (R_1 + R_2)/2 = (10 + 15)/2 = 12,5$  см. Значение магнитной индукции на средней магнитной линии  $B = \mu_a \times \frac{I\omega}{2\pi R} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{5 \cdot 1000}{2\pi \cdot 12,5 \cdot 10^{-2}} = 8 \cdot 10^{-3}$  Тл.

Так же можно определить напряженность поля и магнитную индукцию во всех точках окружности: внутреннего радиуса  $H_1 = \frac{I\omega}{2\pi R_1}$ ;  $B_1 = \mu_a \frac{I\omega}{2\pi R_1}$ ; внешнего радиуса  $H_2 = \frac{I\omega}{2\pi R_2}$ ;  $B_2 = \mu_a \frac{I\omega}{2\pi R_2}$ . Поверхность, ограниченная контуром, радиус которой меньше  $R_1$  (например радиус  $R_3$ ), не пронизывается током. Поэтому в точках, расположенных на этой окружности,  $H=0$  и  $B=0$ . Поверхность, ограниченная контуром, радиус которой больше  $R_2$  (например, радиус  $R_4$ ), пронизывается током  $I$  в прямом и обратном направлениях  $\omega$  раз. Так как положительные и отрицательные токи компенсируют друг друга, то в этих точках напряженность

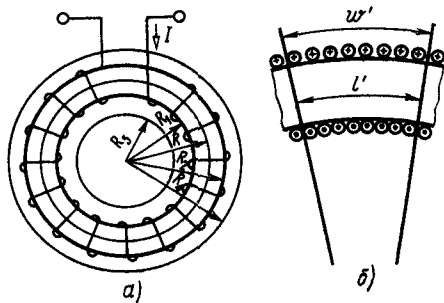


Рис. 7.19

и магнитная индукция равны нулю. Таким образом, магнитное поле кольцевой катушки не распространяется за ее пределы. В точках, расположенных на окружности внутреннего радиуса, магнитная индукция достигает наибольшего значения, а в точках на окружности внешнего радиуса — наименьшего. Среднее значение магнитной индукции определяется по формуле, выведенной для среднего радиуса катушки  $R$ .

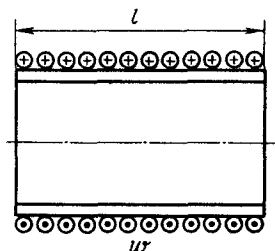


Рис. 7.20

**2. Магнитное поле прямой катушки.** Напряженность магнитного поля кольцевой катушки численно равна отношению намагничивающей силы  $Iw$  ко всей длине окружности  $2\pi R$ . Напряженность поля находят и другим способом: путем деления намагничивающей силы  $Iw'$  части дуги окружности на длину этой дуги  $l'$  (рис. 7.19, б), т. е.  $H = Iw'/l'$ . Прямую катушку (рис. 7.20) можно рассматривать как часть кольцевой с бесконечно большим радиусом. Поэтому напряженность магнитного поля по осевой линии прямой катушки при достаточно большой ее длине можно определить по следующей приближенной формуле:

$$H = Iw/l. \quad (7.11)$$

Ошибка при определении  $H$  будет тем меньше, чем больше отношение длины катушки к ее диаметру. Магнитная индукция прямой катушки

$$B = \mu_a \frac{Iw}{l}. \quad (7.12)$$

## § 7.6. Сила взаимодействия токов двух параллельных проводов

**1. Направление и значение силы взаимодействия.** Опытным путем установлено, что магнитное поле действует на провод с током, помещенный в поле, с некоторой силой  $F$ , называемой *электромагнитной*. На практике часто встречается параллельное расположение проводов с токами, например в линиях электропередачи. Рассмотрим действие электромагнитных сил в системе двух параллельных прямолинейных проводов  $1$  и  $2$  длиной  $l$ , расположенных на расстоянии  $a$  друг от друга. Токи  $I_1$  и  $I_2$  указанных проводов направлены в одну сторону (рис. 7.21) или в противоположные (рис. 7.22). Проходящий по проводу  $2$  ток  $I_2$  создает поле, магнитная индукция которого на оси провода  $1$  выражается формулой (7.6):

$$B_2 = \mu_a \frac{I_2}{2\pi a}.$$

Направление вектора индукции  $B_2$  определяется по правилу буравчика. Так как в магнитном поле провода  $2$  находится провод  $1$  с током  $I_1$ , то на него действует электромагнитная сила

$$F_1 = B_2 I_1 l = \mu_a \frac{I_1 I_2}{2\pi a} l.$$

Провод 2 с током  $I_2$  находится в магнитном поле провода 1 с током  $I_1$ . Магнитная индукция

$$B_1 = \mu_a \frac{I_1}{2\pi a},$$

а электромагнитная сила

$$F_2 = B_1 I_2 l = \mu_a \frac{I_1 I_2}{2\pi a} l.$$

Направление сил  $F_1$  и  $F_2$  определяется по правилу левой руки. Из сказанного следует, что провода с токами одного направления притягиваются друг к другу, а с токами противоположного отталкиваются друг от друга с силой  $F = \mu_a \frac{I_1 I_2}{2\pi a} l$ .

## 2. Принцип действия ваттметра электродинамической системы.

На принципе механического взаимодействия проводов с электрическими токами действуют приборы электродинамической системы. На рис. 7.25 показаны устройство и включение ваттметра электродинамической системы. Неподвижная катушка ваттметра (НК) имеет незначительное сопротивление и включается с приемниками энергии последовательно. Подвижная катушка (ПК)

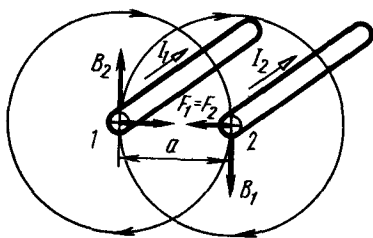


Рис. 7.21

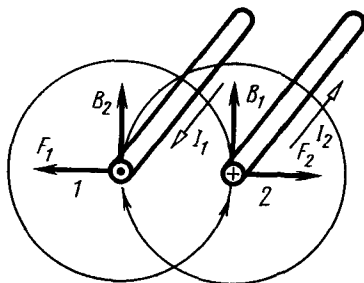


Рис. 7.22

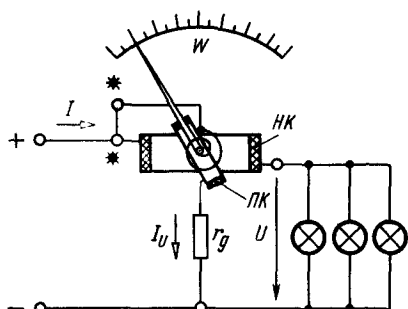


Рис. 7.23

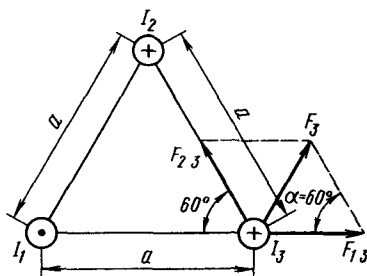


Рис. 7.24

вместе с добавочным сопротивлением  $r_d$  имеет очень большое сопротивление и подключается к приемникам энергии параллельно. Благодаря взаимодействию тока неподвижной катушки  $I$  с током подвижной катушки  $I_U$  подвижная система прибора вместе с указательной стрелкой повернется на некоторый угол  $\alpha$ , зависящий от силы упругости противодействующей пружины. Этот угол пропорционален произведению токов в катушках, т. е.  $\alpha = K_1 I I_U = K_1 I \times \frac{U}{r_{пк} + r_d}$ . Коэффициент  $K_1$ , сопротивления  $r_{пк}$  и  $r_d$  являются постоянными величинами, поэтому их можно заменить одним постоянным коэффициентом  $K = K_1 / (r_{пк} + r_d)$ . Тогда  $\alpha = K I U = K P$ , где  $P$  — мощность приемника энергии. Таким образом, угол поворота подвижной системы ваттметра пропорционален мощности приемника энергии.

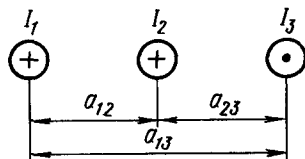


Рис. 7.25

**Пример 7.4.** Три параллельных провода, расположенных в вершинах правильного треугольника, как показано на рис. 7.23, имеют длину  $l = 25$  м. Расстояние между осями проводов  $a = 40$  см, а токи в проводах  $I_1 = I_2 = 2000$  А и  $I_3 = 1000$  А. Определить значение и направление результирующей силы, действующей на третий провод, если магнитная проницаемость среды  $\mu_a = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  Гн/м. Направление токов показано на рис. 7.23.

Решение. Проводники с токами  $I_1$  и  $I_3$  отталкиваются с силой  $F_{13} = \mu_a \frac{I_1 I_3}{2\pi a} l = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{2000 \cdot 1000}{2\pi \cdot 40 \cdot 10^{-2}} 25 = 25$  Н. Проводники с токами  $I_2$  и  $I_3$  притягиваются с силой  $F_{23} = \mu_a \frac{I_2 I_3}{2\pi a} l = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{2000 \cdot 1000}{2\pi \cdot 40 \cdot 10^{-2}} 25 = 25$  Н. Результирующую силу  $F_3$ , действующую на третий провод, определим по формуле  $F_3 = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2 - 2F_{13}F_{23}\cos\alpha} = \sqrt{25^2 + 25^2 - 2 \cdot 25 \cdot 25 \cos 60^\circ} = 25$  Н.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 7.3.

Контрольная карта 7.3

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
1	Кольцевая катушка с числом витков $w$ имеет сопротивление $r$ . Определить напряженность поля по окружности среднего радиуса $R = 5$ см, если напряжение на зажимах катушки $U = 24$ В	300 А/м 200 А/м 150 А/м 400 А/м		416 432 447 456	1	7.5

Продолжение контрольной карты 7.3

Номера заданий	Содержание заданий				Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
								части	параграф
	Значения	Варианты							
		1-й	2-й	3-й	4-й				
	ш, вит г, Ом	314 120	157 80	314 60	157 40				
2	По данным задания 1 определить индукцию на окружности среднего радиуса, если абсолютная проницаемость среды $\mu_a = 4\pi \times 10^{-7}$ Гн/м				$1,88 \cdot 10^{-4}$ Тл $5,02 \cdot 10^{-4}$ Тл $3,76 \cdot 10^{-4}$ Тл $2,51 \cdot 10^{-4}$ Тл		469 486 514 535	1	7.5
3	Определить силу взаимодействия двух параллельных проводников, если известны токи $I_1, I_2$ и расстояние $a$ . Длина их $l = 50$ м. Магнитная проницаемость $\mu_a = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м				$2,6 \cdot 10^{-3}$ Н $3,5 \cdot 10^{-3}$ Н $3 \cdot 10^{-3}$ Н $3,2 \cdot 10^{-3}$ Н		433 448 457 488	1	7.6
	Значения	Варианты							
		1-й	2-й	3-й	4-й				
	$I_1, A$ $I_2, A$ $a, см$	10 12 40	10 13 50	14 10 40	16 10 50				
4	Ток $I_1 = I_2 = I_3$ (рис. 7.24) и расстояние $a_{12} = a_{23}$ . Напишите формулу силы, действующей на первый проводник				$F_1 = \mu_a \frac{I_1 I_2}{2\pi a_{12}} l$ $F_1 = \mu_a \left( \frac{I_1 I_2}{2\pi a_{12}} - \frac{I_1 I_3}{2\pi a_{13}} \right) l$ $F_1 = \mu_a \left( \frac{I_1 I_2}{2\pi a_{12}} + \frac{I_1 I_3}{2\pi a_{13}} \right) l$		487  516  536	1,2	7.6

Продолжение контрольной карты 7.3

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					часть	параграф
5	По данным задания 4 напишите формулу силы, действующей на третий проводник (рис. 7.24)	$F_3 = \mu_0 \left( \frac{I_3 I_1}{2\pi a_{31}} + \frac{I_3 I_2}{2\pi a_{32}} \right) l$ $F_3 = \mu_0 \frac{I_3 I_2}{2\pi a_{32}} l$ $F_3 = \mu_0 \left( \frac{I_3 I_1}{2\pi a_{31}} - \frac{I_3 I_2}{2\pi a_{32}} \right) l$		548	1,2	7.6
				562		
				552		

### ЗАДАЧИ К ГЛАВЕ 7

7.1. Вокруг длинного прямолинейного провода с током  $I$  проведен замкнутый контур в форме квадрата со стороной  $2x$  (рис. 7.26). Определить продольную составляющую напряженности магнитного поля в точке  $A$ .

Ответ:  $H_{1A} = \frac{3I}{8\pi x}$ .

7.2. На расстоянии 8 мм от оси длинного прямолинейного медного провода диаметром 4 мм магнитная индукция  $B = 1 \cdot 10^{-3}$  Тл. Определить ток в проводе и магнитную индукцию на поверхности провода.

Ответ:  $I = 40$  А,  $B = 4 \cdot 10^{-3}$  Тл.

7.3. Три провода воздушной линии электропередачи с токами одного направления расположены в вершинах равностороннего треугольника со сторонами 400 мм. Определить магнитную индукцию в центре указанного треугольника и посередине каждой его стороны при токе в каждом проводе 925 А.

Ответ: 0;  $5,3 \cdot 10^{-4}$  Тл.

7.4. Кольцевая катушка (рис. 7.19) с внутренним радиусом  $R_1 = 10$  см и внешним  $R_2 = 15$  см имеет круглое поперечное сечение. Число витков катушки  $\omega = 500$ , ток  $I = 2$  А. Определить магнитный поток катушки.

Ответ:  $\Phi = 314 \cdot 10^{-6}$  Вб.

7.5. Определить магнитную индукцию в точках 1, 2, 3, расположенных так, как показано на рис. 7.27. Ток в проводах линии  $I = 1000$  А, расстояние  $a = 200$  мм, магнитная проницаемость  $\mu_r = 1$ .

Ответ:  $B_1 = 2 \cdot 10^{-3}$  Тл,  $B_2 = 1 \cdot 10^{-3}$  Тл,  $B_3 = \frac{2}{3} \cdot 10^{-3}$  Тл.

7.6. Проводник с током  $I$  в точке  $A$  изогнут под прямым углом (рис. 7.28). Прямая  $AB$  находится в одной плоскости с проводником и равноудалена от обеих ее участков. Определить магнитную индукцию в точке  $I$ , удаленной от точки  $A$  на расстояние  $a$ , если магнитная проницаемость  $\mu_r = 1$ .

Ответ:  $5,67 \cdot 10^{-7} \frac{I}{a}$  Тл.

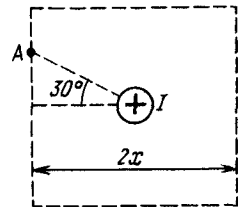


Рис. 7.26

7.7. Три параллельных провода с токами одного значения расположены так, как показано на рис. 7.29. Расстояние между проводами  $a = 30$  мм, длина проводов  $l = 10$  м. Магнитная проницаемость среды  $\mu_r = 1$ . В результате взаимодействия токов сила, действующая на первый провод,  $F_1 = 100$  Н. Определить токи в проводах.

Ответ:  $I = 1000$  А.

7.8. По обмотке прямой катушки (рис. 7.20), имеющей длину  $l = 20$  см, среднюю площадь поперечного сечения  $S = 4$  см<sup>2</sup> и число витков  $w = 250$ , проходит ток  $I = 4$  А. Определить магнитный поток в среднем сечении катушки. Магнитная проницаемость среды  $\mu_r = 1$ .

Решение. Напряженность магнитного поля по осевой линии катушки

$$H = Iw/l = 4 \cdot 250 / (20 \cdot 10^{-2}) = 5000 \text{ А/м.}$$

Магнитная индукция

$$B = \mu_r \mu_0 H = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 10^3 = 62,8 \cdot 10^{-4} \text{ Тл.}$$

Допуская приближенно, что магнитная индукция во всех точках поперечного сечения равна магнитной индукции на оси прямой катушки, получим  $\Phi = BS = 62,8 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 251,2 \cdot 10^{-8}$  Вб.

7.9. В магнитном поле прямолинейного провода с током  $I = 100$  А в плоскости, проходящей через ось провода, помещена прямоугольная рамка размерами  $b = 120$  мм,  $l = 200$  мм (рис. 7.30). Сторона  $l$  параллельна оси провода и отстоит от нее на расстоянии  $a = 10$  мм. Магнитная проницаемость среды  $\mu_r = 1$ . Определить магнитный поток, пронизывающий рамку.

Решение. Магнитное поле прямолинейного провода с током неоднородно, поэтому выделим внутри рамки площадку  $dS = l dx$  и определим пронизывающий ее магнитный поток:

$$d\Phi = BdS = \mu_0 \frac{I}{2\pi x} l dx.$$

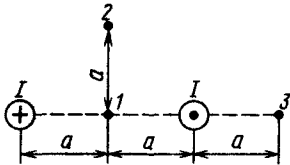


Рис. 7.27

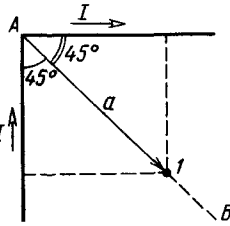


Рис. 7.28

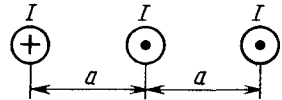


Рис. 7.29

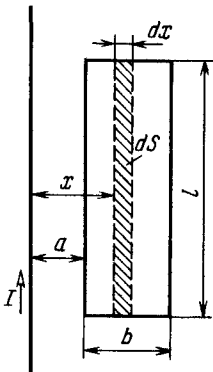


Рис. 7.30

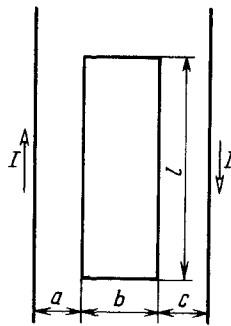


Рис. 7.31



Магнитный поток, пронизывающий всю рамку,

$$\Phi = \int_a^{a+b} \mu_0 \frac{I}{2\pi x} dx = \mu_0 \frac{Il}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{100 \cdot 0,2}{2\pi} \ln 3 \approx 44 \cdot 10^{-7} \text{ Вб.}$$

7.17 Двухпроводная линия и прямоугольная рамка лежат в одной плоскости (рис. 7.31). Определить поток, пронизывающий рамку, если  $a = b = c = 100$  мм,  $l = 1$  м,  $I = 100$  А. Магнитная проницаемость среды  $\mu_r = 1$ .

Ответ:  $2,77 \cdot 10^{-5}$  Вб

## Глава 8

### ФЕРРОМАГНЕТИЗМ. МАГНИТНАЯ ЦЕПЬ

#### § 8.1. Намагничивание и перемагничивание ферромагнитных материалов

1. **Кривая первоначального намагничивания и петля гистерезиса.** Ферромагнитные материалы, помещенные в магнитное поле, намагничиваются, т. е. сами становятся источниками магнитного поля. Причина намагничивания заключается в том, что во всех веществах существуют мельчайшие электрические токи, замыкающиеся в пределах каждого атома (молекулярные токи). Они вызваны вращением электронов по орбитам и вокруг собственных осей. Магнитные свойства элементарного кругового тока можно характеризовать магнитным моментом  $m$ , который равен произведению элементарного тока  $i$  и элементарной площадки  $S$ , ограниченной контуром элементарного тока. Направление вектора  $m$  определяется по правилу буравчика. Магнитные моменты, обусловленные движением электронов по орбитам, называют *орбитальными моментами*, а обусловленные вращением электронов вокруг своей оси — *спиновыми моментами*.

В ферромагнитных материалах имеются области, называемые *магнитными доменами*, спиновые моменты которых ориентированы одинаково. Эти области оказываются самопроизвольно намагниченными. Ферромагнитное тело состоит из множества доменов, отличающихся значением и направлением своих магнитных моментов  $M$ . В остальном ненамагниченном стержне магнитные домены расположены беспорядочно. Вследствие этого их магнитные моменты взаимно уравниваются (рис. 8.1, а) и результирующая магнитная индукция стержня равна нулю. Если стержень поместить в магнитное поле внешнего тока, то магнитные моменты доменов повернутся в направ-

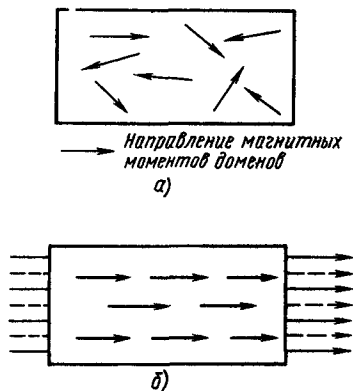


Рис. 8.1

лени поля (рис. 8.1, б) и их магнитные поля усилят внешнее магнитное поле. На рис. 8.1, б внешнее поле изображено сплошными магнитными линиями, а поля магнитных доменов — пунктирными линиями.

Поместим стержень из ферромагнитного материала в катушку с током (рис. 8.2), а затем, изменяя напряженность поля катушки  $H = I\omega/l$ , проследим за изменением магнитной индукции  $B$ . С увеличением напряженности магнитная индукция сначала быстро возрастает почти пропорционально напряженности поля  $H$  (отрезок  $AB$  на рис. 8.3). На участке  $BB'$  рост магнитной индукции замедляется, так как сокращается количество согласованно ориентированных доменов, усиливающих магнитное поле катушки. На участке  $B'G$ , когда по направлению поля повернуты все домены, наступает магнитное насыщение стержня, т. е. такое состояние ферромагнитного вещества, при котором рост напряженности поля не влечет за собой увеличения магнитной индукции.

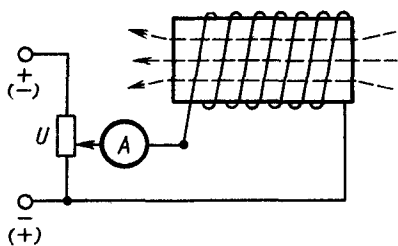


Рис. 8.2

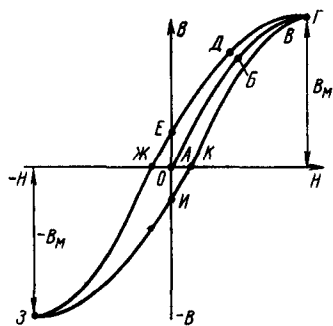


Рис. 8.3

Таким образом, магнитный материал можно намагничивать только до определенного состояния. Кривая  $AB'B'G$  называется *кривой первоначального намагничивания*, которой пользуются при расчете магнитных цепей электрических аппаратов. При уменьшении напряженности поля стержень размагничивается и его индукция уменьшается по кривой  $ГДЕ$ .

Все ферромагнитные материалы стремятся сохранить возбужденное магнитное состояние, поэтому кривая их размагничивания лежит выше кривой первоначального намагничивания. Размагничивание стержня (сердечника) как бы запаздывает по сравнению с уменьшением напряженности поля. Это явление называется *магнитным гистерезисом*. После отключения тока катушки (когда  $H = 0$ ) магнитная индукция равна величине, называемой *остаточной индукцией* (изображена отрезком  $AE$  на рис. 8.3). Если изменить направление тока в катушке и увеличивать напряженность поля, то стержень сначала будет размагничиваться по кривой  $ЕЖ$ .

Значение напряженности поля обратного направления (отрезок  $AЖ$  на рис. 8.3), при котором магнитная индукция равна нулю, называют *коэрцитивной* (задерживающей) *силой*. При дальнейшем увеличении напряженности стержень перемагничивается до насыщения (точка  $З$ ). Кривая размагничивается  $ЗИ$  не совпадает с кривой  $ЖЗ$  из-за гистерезиса. Отрезок  $AE = -AI$  служит мерой остаточного магнетизма в испытуемом стержне. При вторичном изменении направления тока магнитная индукция стержня изменяется по кривой  $ИКГ$ . Таким образом, при изменении направления тока магнитная индукция стержня изменяется по кривой  $ГДЕЖЗИКГ$ .

Рассмотренный цикл перемагничивания ферромагнетика называется *гистерезисным циклом* (петлей гистерезиса). Так как при намагничивании ферромагнитный стержень был доведен до

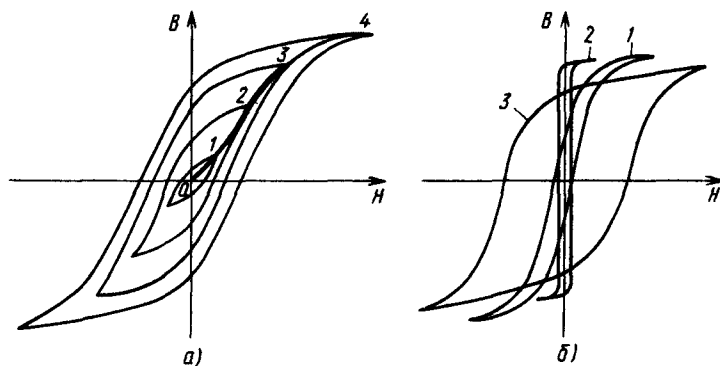


Рис. 8.4

насыщения, то полученная петля называется *предельной петлей гистерезиса*. При меньших пределах изменения напряженности внешнего магнитного поля можно получить семейство петель гистерезиса, заключенных внутри предельной петли (рис. 8.4, а). Кривая  $0-1-2-3-4$ , проведенная через вершины всех петель гистерезиса, называется *основной кривой намагничивания*. Она практически совпадает с кривой первоначального намагничивания. Перемагничивание ферромагнитных материалов сопровождается их нагревом, а следовательно, потерей некоторой энергии. Известно, что количество энергии, теряемой в ферромагнитном теле за полный цикл перемагничивания, пропорционально площади петли гистерезиса.

**2. Классификация ферромагнитных материалов.** Все ферромагнитные материалы разделяются на магнитомягкие и магнитотвердые. Магнитомягкие материалы (электротехническая сталь, чугун, пермаллой, ферриты и т. д.) обладают малой остаточной индукцией и коэрцитивной силой и имеют круто поднимающуюся основную кривую намагничивания (кривые 1, 2 на рис. 8.4, б). Поэтому они легко перемагничиваются и имеют незначительные

потери энергии от гистерезиса, что удобно для использования их в машинах и приборах переменного тока. Для изготовления постоянных магнитов применяются магнитотвердые материалы (закаленная сталь, сплавы: альнико, альниси, магнико и т. д.), обладающие большой остаточной индукцией, коэрцитивной силой и полого поднимающейся основной кривой намагничивания (кривая 3 на рис. 8.4, б). Таким образом, зависимость магнитной индукции от напряженности поля достаточно сложная и не может быть выражена простой расчетной формулой. Поэтому при расчете магнитных цепей, содержащих ферромагнетики, применяют экспериментально снятые кривые намагничивания  $B(H)$  для заданных магнитных материалов.

## § 8.2. Законы магнитной цепи

**1. Закон Ома для магнитной цепи.** Устройство, содержащее сердечники из ферромагнитных материалов, через которые замыкается магнитный поток, называется *магнитной цепью*.

Различают неразветвленные и разветвленные магнитные цепи. Неразветвленная магнитная цепь называется однородной, если все ее участки выполнены из одного материала и имеют по всей длине одинаковое поперечное сечение. Разветвленные магнитные цепи могут быть симметричными и несимметричными.

На рис. 8.5 показана неразветвленная, неоднородная магнитная цепь, состоящая из трех участков. Под действием магнитодвижущей силы  $Iw$  обмотки в цепи возникает магнитный поток  $\Phi$ , который можно принять одинаковым для всех участков. Выберем контур по средней линии магнитной индукции и обозначим длины однородных участков  $l_1, l_2, l_3$ , а поперечные сечения участков  $S_1, S_2, S_3$ . По закону полного тока составим уравнение  $Iw = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_3 l_3$ . Напряженности магнитного поля участков:

$H_1 = B_1/\mu_{a1}$ ;  $H_2 = B_2/\mu_{a2}$ ;  $H_3 = B_3/\mu_{a3}$ , а магнитные индукции:  $B_1 = \Phi/S_1$ ,  $B_2 = \Phi/S_2$ ,  $B_3 = \Phi/S_3$ . Теперь напряженности и магнитные индукции подставим в уравнение закона полного тока

$$Iw = \frac{B_1}{\mu_{a1}} l_1 + \frac{B_2}{\mu_{a2}} l_2 + \frac{B_3}{\mu_{a3}} l_3 = \frac{\Phi l_1}{\mu_{a1} S_1} + \frac{\Phi l_2}{\mu_{a2} S_2} + \frac{\Phi l_3}{\mu_{a3} S_3} = \\ = \Phi \left( \frac{l_1}{\mu_{a1} S_1} + \frac{l_2}{\mu_{a2} S_2} + \frac{l_3}{\mu_{a3} S_3} \right).$$

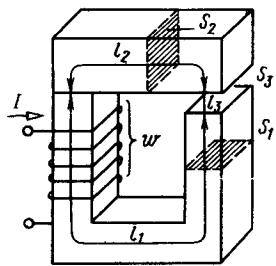


Рис 8.5

По аналогии с электрической цепью  $l/(\mu_a S)$  называют *магнитным сопротивлением* участка магнитной цепи и обозначают  $R_m$ . В СИ единица магнитного сопротивления  $[R_m] = \left[ \frac{l}{\mu_a S} \right] = \frac{м}{(\Gamma_H/м) м^2} = \frac{1}{\Gamma_H}$ . Таким образом,  $Iw = \Phi(R_{m1} + R_{m2} + R_{m3})$ , отсюда магнитный поток  $\Phi = \frac{Iw}{R_{m1} + R_{m2} + R_{m3}}$  или  $\Phi = Iw/\Sigma R_m$ . (8.1)

Последняя формула выражает закон Ома для неразветвленной магнитной цепи: магнитный поток прямо пропорционален магнитодвижущей силе ( $Iw$ ) и обратно пропорционален полному сопротивлению магнитной цепи ( $\Sigma R_m$ ). Из (8.1) следует, что для получения большого магнитного потока при заданной МДС магнитопровод должен быть выполнен из магнитомягкого материала с высокой магнитной проницаемостью.

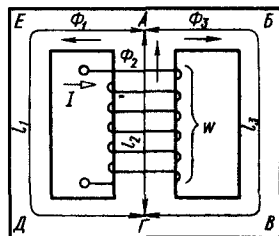


Рис. 8.6

## 2. Законы Кирхгофа для магнитных цепей.

На рис. 8.6 показана разветвленная симметричная магнитная цепь, состоящая из двух одинаковых контуров. Средний стержень вместе с катушкой — источником намагничивающей силы — одинаково входит в оба контура. В узле  $A$  магнитный поток среднего стержня  $\Phi_2$  делится на два равных потока  $\Phi_1$  и  $\Phi_3$ , если магнитное сопротивление обоих контуров одинаково. Разветвленная магнитная цепь называется симметричной, если  $\Phi_1 = \Phi_3$ . Таким образом,

$$\Phi_2 - \Phi_1 - \Phi_3 = 0 \text{ или } \Sigma \Phi = 0 \quad (8.2)$$

алгебраическая сумма магнитных потоков в узле магнитной цепи равна нулю. Соотношение (8.2) аналогично уравнению для узла электрической цепи, написанному согласно первому закону Кирхгофа:  $\Sigma I = 0$ . Для любого контура разветвленной магнитной цепи можно также составить уравнения по закону полного тока:

$$\Sigma Iw = \Sigma Hl \text{ или } \Sigma Iw = \Sigma \Phi R_m, \quad (8.3)$$

т. е. в контуре магнитной цепи алгебраическая сумма магнитодвижущих сил равна алгебраической сумме магнитных напряжений на отдельных участках.

Уравнение (8.3) аналогично уравнению для контура электрической цепи  $\Sigma E = \Sigma Ir$ , составленному на основании второго закона Кирхгофа при постоянном токе. Например, для контура  $ABBGA$  (рис. 8.6)  $Iw = \Phi_2 R_{m2} + \Phi_3 R_{m3}$ . Расчет магнитных цепей, если можно пренебречь потоками рассеяния, аналогичен расчету нелинейных электрических цепей, причем МДС  $Iw$  соответствует ЭДС  $E$ , потоку  $\Phi$  — ток  $I$  и магнитному сопротивлению  $R_m$  — электрическое сопротивление  $r$ . Необходимо иметь в виду, что приведенная аналогия магнитных и электрических цепей формальна, т. е. аналогия формул не соответствует аналогии процессов.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 8.1.

## Контрольная карта 8.1

Номер задания	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите						
					части	параграф					
1	В неразветвленной магнитной цепи замыкается поток $\Phi$ . Определить магнитное сопротивление, если по катушке из $w$ витков проходит ток $I$ (см. рис. 8.5)	$2 \cdot 10^5$ 1/Гн $1,5 \cdot 10^5$ 1/Гн $10^5$ 1/Гн $1,8 \cdot 10^5$ 1/Гн		365 398 401 417	1	8.2					
							Значения	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
$\Phi, \text{ Вб}$ $w, \text{ вит}$ $I, \text{ А}$	$1,60 \times 10^{-3}$ 320 0,5	$1,00 \times 10^{-3}$ 300 0,6	$1,50 \times 10^{-3}$ 300 1	$1,20 \times 10^{-3}$ 300 0,6							
2	В магнитной цепи (см. рис. 8.5) можно: а) увеличить магнитодвижущую силу $Iw$ ; б) увеличить сечение участков $S_1$ и $S_2$ , в) увеличить длины участков $l_1$ и $l_2$ , г) уменьшить воздушный зазор; д) применить материал с большой магнитной проницаемостью; е) увеличить воздушный зазор. Укажите приведенные выше номера действий, которые способствуют увеличению магнитного потока цепи $\Phi$	а, б, в, г, д а, б, г, д а, б, г, е а, в, г, д		450 470 489 497	1	8.2					
3	По условию задания 2 укажите номера действий, которые уменьшают магнитный поток цепи (см. рис. 8.5)	б, в, е в, е, д в, е		335 336 352	1	8.2					
4	Напишите уравнение по первому закону Кирхгофа для узловой точки $\Gamma$ (см. рис. 8.6)	$\Phi_1 + \Phi_2 = \Phi_3$ $\Phi_1 + \Phi_3 = \Phi_2$ $\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 0$		517 537 549	2	8.2					
5	Укажите уравнение, составленное по второму закону Кирхгофа для контура АГДЕА (см. рис. 8.6)	$-Iw = \Phi_2 R_{M2} + \Phi_1 R_{M1}$ $Iw = -\Phi_2 R_{M2} - \Phi_1 R_{M1}$ $Iw = \Phi_2 R_{M2} + \Phi_1 R_{M1}$		563 541 325	2	8.2					

### § 8.3. Расчет магнитных цепей

1. *Расчет неразветвленных магнитных цепей.* Расчет неразветвленной магнитной цепи (см. рис. 8.5) в большинстве случаев сводится к определению намагничивающей силы  $I\omega$ , которая требуется для получения заданного магнитного потока  $\Phi$  или магнитной индукции  $B$ . При этом указываются размеры и материал всех участков магнитной цепи. Такой расчет производят следующим образом. а) Проводят среднюю магнитную линию и по ней цепь разбирают на однородные участки (т. е. одинакового поперечного сечения и магнитной проницаемости  $\mu_a$ ). Длины участков  $l_1, l_2, l_3$  (в СИ) выражают в метрах (м), а их поперечные сечения  $S_1, S_2, S_3$  — в квадратных метрах (м<sup>2</sup>). б) По формуле  $B = \Phi/S$  находят магнитные индукции участков. в) Определяют необходимую напряженность поля  $H$ , а затем магнитное напряжение  $Hl$  каждого участка. Для участков, выполненных из ферромагнитного материала, напряженность поля определяют по кривым намагничивания (рис. 8.7), а для воздушных зазоров — по формуле  $H = B/\mu_0$ , где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м. Если индукцию выразить в Тл, в напряженность — в А/м, то  $H = 0,8 \cdot 10^6 B$ . г) Складывая магнитные напряжения  $Hl$  всех участков, по закону полного тока определяют намагничивающую силу, необходимую для создания в данной магнитной цепи потока  $\Phi$ :  $I\omega = H_1l_1 + H_2l_2 + H_3l_3 + \dots + H_nl_n$ .

**Пример 8.1.** Определить число витков обмотки, расположенной на сердечнике (рис. 8.8), если при  $I = 3$  А необходимо создать магнитный поток  $\Phi = 36 \cdot 10^{-4}$  Вб. Верхняя и нижняя части сердечника выполнены из литой стали, а вертикальные стержни — из электротехнической стали.

**Решение.** Как видно, данную магнитную цепь следует разбить на три однородных участка; первый имеет длину  $l_1 = l'_1 + l''_1 = 2(200 - 40 + 2 \cdot 25) = 420$  мм = 0,42 м и сечение  $S_1 = 50 \cdot 60 = 3000$  мм<sup>2</sup> =  $3 \cdot 10^{-3}$  м<sup>2</sup>. Аналогично находят длину и сечение двух других участков:  $l_2 = l'_2 + l''_2 = 240 + 235 = 475$  мм = 0,475 м;  $l_3 = 5$  мм =  $5 \cdot 10^{-3}$  м;  $S_2 = S_3 = 40 \cdot 60 = 2400$  мм<sup>2</sup> =  $2,4 \cdot 10^{-3}$  м<sup>2</sup>. Определяем магнитную индукцию участков:

$$B_1 = \Phi/S_1 = 36 \cdot 10^{-4} / (3 \cdot 10^{-3}) = 1,2 \text{ Тл}, \quad B_2 = \Phi/S_2 = 36 \cdot 10^{-4} / (2,4 \cdot 10^{-3}) = 1,5 \text{ Тл}, \\ B_3 = \Phi/S_3 = 36 \cdot 10^{-4} / (2,4 \cdot 10^{-3}) = 1,5 \text{ Тл}.$$

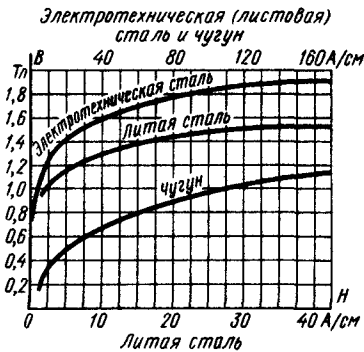


Рис. 8.7

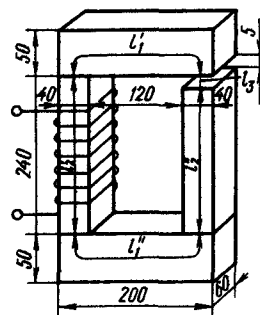


Рис. 8.8

По кривой намагничивания литой стали (см. рис. 8.7) индукции  $B_1 = 1,2$  Тл соответствует напряженность поля  $H_1 = 6,5$  А/см  $= 650$  А/м. Для электротехнической стали магнитной индукции  $B_2 = 1,5$  Тл соответствует напряженность поля  $H_2 = 30$  А/см  $= 3000$  А/м. Для воздушного зазора  $H_3 = 0,8 \cdot 10^6$ ;  $B_3 = 0,8 \cdot 10^6 \cdot 1,5 = 1,2 \cdot 10^6$  А/м.

По закону полного тока, намагничивающая сила  $I\omega = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_3 l_3 = 650 \cdot 0,42 + 3000 \cdot 0,475 + 1,2 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 7698$  А. При токе  $I = 3$  А число витков  $\omega = 7698/3 = 2566$ . Результаты вычислений сведем в табл. 8.1.

Таблица 8.1

№ участ-ков	Материал	$l$ , м	$S$ , м <sup>2</sup>	$B$ , Тл	$H$ , А/м	$Hl$ , А
1	Литая сталь	0,42	$3 \cdot 10^{-4}$	1,2	650	273
2	Электротехническая сталь	0,475	$2,4 \cdot 10^{-3}$	1,5	3000	1425
3	Воздух (зазор)	$5 \cdot 10^{-3}$	$2,4 \cdot 10^{-3}$	1,5	$1,2 \cdot 10^6$	6000

**2. Расчет разветвленных магнитных цепей.** Порядок расчета разветвленных магнитных цепей рассмотрим на следующем примере. В крайних стержнях сердечника (рис. 8.9), выполненного из электротехнической стали, требуется получить магнитную индукцию  $B_2 = 1,2$  Тл. Для вычисления намагничивающей силы  $I\omega$  контур  $АВВГА$  разобьем на два участка и определим длину и сечение каждого из них:  $l_1 = 100$  мм  $= 0,1$  м;  $S_1 = 50 \cdot 60 = 3000$  мм<sup>2</sup>  $= 3 \cdot 10^{-3}$  м<sup>2</sup>;  $l_2 = 440$  мм  $= 0,44$  м;  $S_2 = 40 \cdot 50 = 2000$  мм<sup>2</sup>  $= 2 \cdot 10^{-3}$  м<sup>2</sup>. Магнитный поток правого стержня  $\Phi_2 = B_2 S_2 = 1,2 \cdot 10^{-3} = 2,4 \cdot 10^{-3}$  Вб. Так как магнитная цепь симметрична, то магнитный поток среднего стержня  $\Phi_1 = 2\Phi_2 = 2 \cdot 2,4 \cdot 10^{-3} = 4,8 \cdot 10^{-3}$  Вб, а магнитная индукция  $B_1 = \Phi_1 / S_1 = 4,8 \cdot 10^{-3} / (3 \cdot 10^{-3}) = 1,6$  Тл. По кривой намагничивания электротехнической стали находим напряженность магнитного поля:  $H_1 = 44$  А/см  $= 4400$  А/м и  $H_2 = 10$  А/см  $= 1000$  А/м (см. рис. 8.7). Значит,  $I\omega = H_1 l_1 + H_2 l_2 = 4400 \cdot 0,1 + 1000 \cdot 0,44 = 880$  А.

## § 8.4. Электромагниты и реле

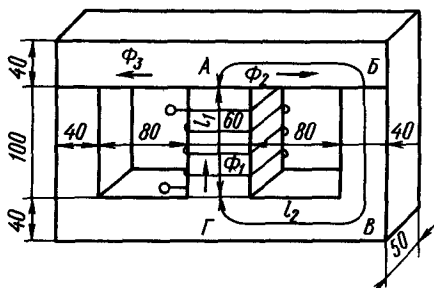


Рис. 8.9

### 1. Подъемная сила электромагнита.

Простейший электромагнит (рис. 8.10) состоит из стального сердечника  $C$ , на котором размещается катушка. Магнитный поток, создаваемый током катушки, замыкается по сердечнику и стальному якорю  $Я$ . В результате сердечник и якорь намагничиваются.



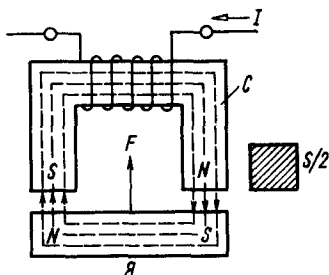


Рис. 8.10

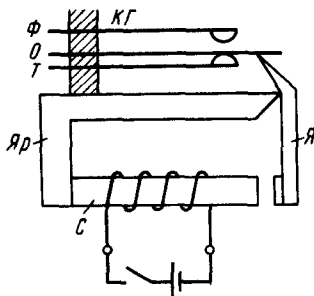


Рис. 8.11

При этом против северного полюса сердечника расположен южный полюс якоря, а против южного полюса сердечника — северный полюс якоря. Поэтому якорь будет притягиваться к неподвижному сердечнику. Сила, необходимая для отрыва якоря от сердечника, называется отрывной. Значение отрывной силы ( $H$ )

$$F = \frac{10^7}{2 \cdot 4\pi} B^2 S \approx 4 \cdot 10^5 B^2 S. \quad (8.4)$$

Если сила выражена в килограммах, магнитная индукция — в теслах, площадь — в квадратных сантиметрах, то  $F = 4 B^2 S$ . Сердечник и якорь электромагнита изготавливают из мягкой стали, поэтому при размыкании цепи они размагничиваются и сила становится равной нулю. Электромагниты широко применяют в устройствах автоматики, телемеханики, связи, измерительной техники и т. д.

**2. Устройство и применение электромагнитных реле.** На использовании электромагнита основано устройство электромагнитного реле. Простейшее реле автоблокировки, схематически изображенное на рис. 8.11, состоит из сердечника  $C$  с обмоткой, якоря  $Я$ , ярма  $Яр$  и контактной группы  $КГ$ , имеющей осевой  $О$ , фронтальной  $Ф$  и тыловой  $Т$  контакты. При отсутствии тока в обмотке реле якорь под действием противовеса (на рис. 8.11 не показан) отпадает, осевой контакт контактной группы касается тылового контакта. При наличии тока в обмотке реле якорь притянут к сердечнику, осевой контакт касается фронтального.

Реле широко применяют в различных автоматических устройствах, например в железнодорожной автоблокировке. Рассмотрим ее простейшую схему. Рельсовая колея делится на участки, отделяемые друг от друга изолирующими стыками (рис. 8.12). По рельсам каждого участка проходит

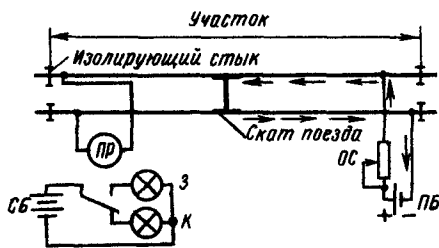


Рис. 8.12

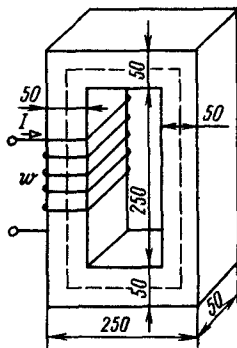


Рис. 8.13

ток, источником которого является путевая батарея *ПБ*, а приемником — путевое реле *ПР*. Когда участок свободен от подвижного состава, ток путевой батареи проходит по цепи: *+ПБ* — ограничительное сопротивление *ОС* — первая рельсовая нить на всю длину участка — обмотка путевого реле *ПР* — вторая рельсовая нить участка — *ПБ*. Получая ток, путевое реле удерживает, притянутый якорь. При этом замыкается цепь лампы зеленого огня светофора: *+СБ* (сигнальной батареи) — осевой и фронтной контакты реле — лампа зеленого огня — *СБ*.

При вступлении поезда на участок рельсовые нити замкнутся между собой через колесные пары, которые имеют незначительное сопротивление. Ток путевого реле уменьшится, и якорь реле отпадет. При этом осевой контакт соединится с тыловым. В результате в цепь сигнальной батареи вместо зеленой лампы включится красная, указывающая на занятость участка. Рельсовые нити и скаты поезда имеют небольшое сопротивление. Поэтому в рельсовую цепь включают ограничительное сопротивление *ОС*, уменьшающее ток путевой батареи при занятом участке.

Путевое реле, показанное на рис. 8.11 и 8.12, называют *нейтральным*, так как его якорь притягивается к сердечнику независимо от направления тока. Кроме нейтральных применяют и поляризованные реле. Их якорь отклоняется от нейтрального положения в одну или другую сторону в зависимости от направления тока в его обмотке.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 8.2.

Контрольная карта 8.2

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
1	Определить длину средней магнитной линии сердечника (рис. 8.13). Все размеры на рисунке указаны в мм	120 См 100 см 80 см		337 353 366	1	8.3
2	Определить магнитную индукцию в сердечнике, указанном в задании 1, если известен его поток $\Phi$	1,5 Тл 1,4 Тл 1,2 Тл 1,0 Тл		399 402 418 449	1	8.3

Продолжение контрольной карты 8.2

Номер задания	Содержание заданий				Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите		
	Значение	Варианты						части	параграф	
		1-й	2-й	3-й						4-й
	Ф, Вб	$30 \times 10^{-4}$	$37,5 \times 10^{-4}$	$30 \times 10^{-4}$	$37,5 \times 10^{-4}$					
3	Сердечник (рис. 8.13) выполнен из электрической стали. По вычисленной индукции определить напряженность магнитного поля в этом сердечнике				20 А/см 30 А/см 40 А/см 10 А/см		471 490 498 518	1	8.3	
4	По напряженности и длине магнитной цепи (см. рис. 8.13) вычислить намагничивающую силу $I\omega$				3000 А 1200 А 1000 А 2700 А		538 550 564 522	1	8.3	
5	Какой огонь зажжется на светофоре (см. рис. 8.12), если лопнет рельс?				Зеленый Красный Красный, если участок занят поездом		387 403 419	2	8.4	

**ЗАДАЧИ К ГЛАВЕ 8**

8.1. Сердечник кольцевой катушки (рис. 8.14) выполнен из электротехнической стали, имеет средний радиус  $R=11$  см и поперечное сечение  $S=5$  см<sup>2</sup>. На сердечнике размещена обмотка, имеющая  $\omega=690$  витков. Определить ток в обмотке и магнитное сопротивление сердечника, если его магнитный поток  $\Phi = 7 \cdot 10^{-4}$  Вб.

**Решение.** Среднее значение магнитной индукции в сердечнике

$$B = \Phi/S = 7 \cdot 10^{-4}/(5 \cdot 10^{-4}) = 1,4 \text{ Тл.}$$

Пользуясь кривой намагничивания электротехнической стали (см. рис. 8.7), определим соответствующее значение напряженности:

$$H = 20 \text{ А/см} = 2000 \text{ А/м.}$$

На основании второго закона Кирхгофа для магнитной цепи имеем

$$I\omega = Hl_{cp} = 20 \cdot 2\pi \cdot 11 = 1382 \text{ А.}$$

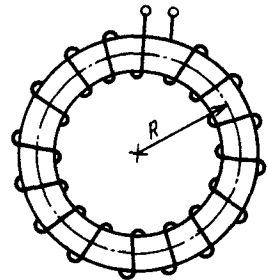


Рис. 8.14

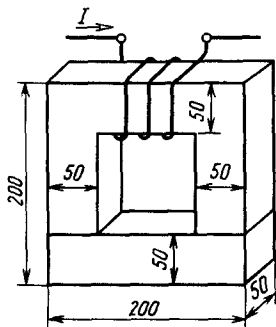


Рис. 8.15

Ток в обмотке

$$I = I\omega/\omega = 1382/690 \approx 2 \text{ A.}$$

Абсолютная магнитная проницаемость

$$\mu_a = B/H = 1,4/2000 = 0,7 \cdot 10^{-3} \text{ Гн/м.}$$

Магнитное сопротивление сердечника

$$R_m = \frac{l_{\text{ср}}}{\mu_a S} = \frac{2\pi \cdot 11 \cdot 10^{-2}}{0,7 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = 19,8 \cdot 10^5 \text{ 1/Гн.}$$

8.2. В магнитную цепь задачи 8.1 введен воздушный зазор  $l_a = 0,1$  мм. Определить ток в обмотке катушки и сопротивление магнитной цепи при прежнем значении магнитного потока и числа витков.

*Ответ:*  $I = 2,8 \text{ A}; R_m = 27,8 \cdot 10^5 \text{ 1/Гн.}$

8.3. В сердечнике из электротехнической стали (рис. 8.15) требуется создать магнитный поток  $\Phi = 4,2 \cdot 10^{-3}$  Вб. Определить число витков обмотки, если ток обмотки  $I = 5$  А, а размеры сердечника заданы в миллиметрах.

*Ответ:*  $w = 240$  витков.

8.4. Сколько витков необходимо намотать дополнительно на сердечник задачи 8.3, если учесть немагнитные прокладки по 0,1 мм в месте прилегания нижнего ярма?

*Ответ:* 45 витков.

8.5. На кривой намагничивания для электротехнической стали взяты две точки, координаты которых: а)  $B_1 = 1$  Тл и  $H_1 = 250$  А/м; б)  $B_2 = 1,4$  Тл и  $H_2 = 2000$  А/м. Найти коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  уравнения, приближенно выражающие эту кривую намагничивания:

$$H = \alpha B + \beta B^3.$$

*Ответ:*  $\alpha = -981, \beta = 1231.$

8.6. В разветвленной магнитной цепи (см. рис. 8.6), выполненной из электротехнической стали, известны длины участков  $l_1 = 25$  см,  $l_3 = 12,5$  см, поперечные сечения  $S_1 = S_3 = 5$  см<sup>2</sup>,  $S_2 = 10$  см<sup>2</sup> и магнитная индукция третьего стержня  $B_3 = 1,4$  Тл. Определить магнитный поток и индукцию среднего стержня.

*Ответ:*  $\Phi_2 = 15 \cdot 10^{-4}$  Вб;  $B_2 = 1,5$  Тл.

## Глава 9

### ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

#### § 9.1. Явление электромагнитной индукции.

##### Значение индуцированной электродвижущей силы

1. **Электродвижущая сила в проводе и контуре.** В проводе, который при движении в магнитном поле пересекает магнитные линии, возбуждается электродвижущая сила (ЭДС) электромагнитной индукции. Это явление было открыто английским ученым М. Фарадеем в 1831 г. и названо *электромагнитной индукцией*. Английский физик Д. Максвелл, анализируя результаты опытов М. Фарадея, установил, что ЭДС электромагнитной индукции, наводимой в контуре, равна скорости изменения сцепленного с ним магнитного потока.

На рис. 9.1 показана рамка из проводникового материала в однородном магнитном поле. Если эту рамку перемещать вверх или вниз по направлению магнитных линий, влево или вправо под прямым углом к ним, то пронизывающий ее магнитный поток изменяться не будет. ЭДС и ток в рамке при этих условиях не возникают. В рассматриваемом примере отдельные части рамки пересекают линии магнитной индукции и в них имеются ЭДС. Однако полная ЭДС рамки, равная сумме ЭДС, возникающих в отдельных ее частях, равна нулю. Предположим теперь, что рамка будет вращаться вокруг оси  $OO_1$ . В положении, показанном на рис. 9.1, рамку пронизывает максимальный магнитный поток, который при повороте на  $90^\circ$  будет равен нулю. Следовательно, магнитный поток рамки изменяется и в ней появится ЭДС.

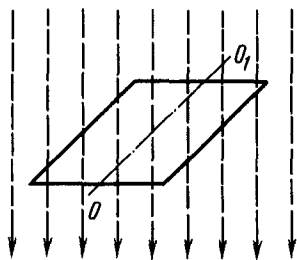


Рис. 9.1

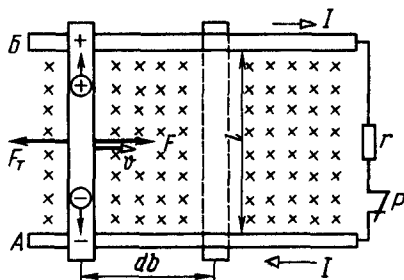


Рис. 9.2

**2. Действие электромагнитных сил.** Рассмотрим появление ЭДС индукции в прямолинейном проводнике (рис. 9.2), который перемещается в однородном магнитном поле по медным шинам  $A$  и  $B$  в направлении силы  $F$  со скоростью  $v$ . Вместе с проводником перемещаются его элементарные электрически заряженные частицы — свободные электроны и положительные ионы. Следовательно, на каждую заряженную частицу будет действовать электромагнитная сила. Пользуясь правилом левой руки, можно установить, что электромагнитные силы, действующие на положительные ионы, направлены к шине  $B$ , а действующие на свободные электроны — к шине  $A$ . Таким образом, электромагнитные силы стремятся разделить электрически заряженные частицы, сосредоточив их на противоположных концах проводника. В результате в нем возникает электрическое поле. Силы этого поля и электромагнитные силы направлены в разные стороны. Поэтому разделение электрических зарядов в проводнике происходит до тех пор, пока электромагнитные силы не уравновесятся силами электрического поля. При этом между шинами  $A$  и  $B$  возникает определенная разность потенциалов, которая при разомкнутом рубильнике  $P$  равна ЭДС индукции. При замыкании рубильника  $P$  в замкнутом контуре появится ток  $I$ , его сила будет определяться индуцированной ЭДС и сопротивлением цепи. Этот ток, взаимодействуя с магнитным полем, создает тормозную силу

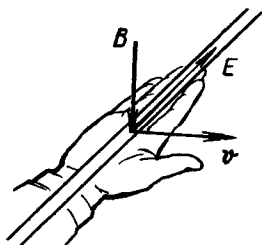


Рис. 9.3

$F_T$ . Следовательно, для перемещения проводника к нему должна быть приложена сила  $F$ , равная и направленная противоположно тормозной силе  $F_T$ . Чем меньше сопротивление приемника  $r$ , тем больше ток контура  $I$ , силы  $F_T$  и  $F$ .

**3. Направление ЭДС индукции.** Направление ЭДС индукции в прямолинейном проводнике определяется по правилу правой руки: *если ладонь правой руки нужно расположить так, чтобы магнитные линии входили в нее, а отогнутый под прямым углом большой*

*палец указывал направление движения проводника, то выпрямленные четыре пальца руки укажут направление индуцированной ЭДС* (рис. 9.3). Русский академик Э. Х. Ленц сформулировал общее правило, устанавливающее направление наведенной ЭДС: при изменении магнитного потока, пронизывающего контур, в последнем возникает ЭДС такого направления, что обусловленный ею ток противодействует изменению магнитного потока. Рассмотрим пример на применение правила Ленца. На рис. 9.2 замкнутый контур образуется движущимся проводником, шинами  $A$  и  $B$  и нагрузкой  $r$ . При движении проводника в направлении силы  $F$  магнитный поток, пронизывающий этот контур, уменьшается. Для противодействия этому индуцируемый ток создает магнитное поле одинакового направления с внешним магнитным полем. Если изменить направление движения проводника, то магнитный поток, пронизывающий замкнутый контур, будет увеличиваться. В этом случае магнитное поле индуцируемого тока направлено навстречу внешнему магнитному полю. Таким образом, чтобы определить направление индуцированной ЭДС, по правилу Ленца сначала определяют направление магнитного поля, создаваемого индуцируемым током. Затем по правилу буравчика определяют направление индуцируемого тока и ЭДС.

**4. ЭДС индукции.** Допустим, что прямолинейный проводник длиной  $l$  движется в однородном магнитном поле со скоростью  $v$  перпендикулярно магнитным линиям (см. рис. 9.2). За время  $dt$  проводник пройдет путь  $db$ . При этом на перемещение проводника затрачивается работа  $dA = Fdb$ . При равномерном движении внешняя сила равна тормозной:  $F = F_T = BIl$ . Так как скорость движения проводника  $v = db/dt$ , то  $db = vdt$ . Подставив в формулу элементарной работы значения  $F$  и  $db$ , получим  $dA = BIlvdt$ . Затраченная на эту работу энергия целиком переходит в электрическую:  $dW = eIdt$ , где  $e$  — значение ЭДС в проводнике на отрезке пути  $db$ . Приравняв правые части последних уравнений, получим  $BIlvdt = eIdt$ . Отсюда ЭДС индукции

$$e = Blv. \quad (9.1)$$

Если проводник движется в плоскости, расположенной под углом к направлению магнитного поля, то индуцируемая ЭДС

$$e = Blv \sin \alpha. \quad (9.2)$$

Формулу (9.1) можно преобразовать следующим образом:

$$e = Blv = Bl \frac{db}{dt}.$$

Произведение  $ldb$  выражает площадку  $dS$ , которую пересекает проводник при своем движении за время  $dt$ . Произведение  $BdS$  выражает магнитный поток  $d\Phi$ , который пронизывает площадку  $dS$ . Следовательно, наведенная в проводнике ЭДС

$$e = Bl \frac{db}{dt} = B \frac{dS}{dt} = \frac{d\Phi}{dt}.$$

Согласно этой формуле, ЭДС индукции равна скорости изменения магнитного потока, пронизывающего контур. Для того чтобы учесть направление ЭДС индукции, перед правой частью равенства ставят отрицательный знак, т. е.  $e = -d\Phi/dt$ . При вычислении по этой формуле ЭДС индукции имеет положительный знак, если магнитное поле индуцируемого тока направлено в сторону внешнего поля. Согласно этому определению, в проводнике (см. рис. 9.2) возникает ЭДС с положительным знаком. Действительно, магнитный поток контура в данном случае уменьшается и скорость его изменения будет отрицательной:  $-d\Phi/dt$ , а ЭДС — положительной:  $e = -(-d\Phi/dt) = d\Phi/dt$ . Если проводник (см. рис. 9.2) перемещать в противоположную сторону, то магнитный поток контура будет увеличиваться, скорость его изменения будет положительной  $d\Phi/dt$ , а ЭДС — отрицательной:  $e = -d\Phi/dt$ .

Если в магнитном поле движется рамка, имеющая  $w$  витков, то ЭДС индукции  $e = -w \frac{d\Phi}{dt}$ . Произведение  $w d\Phi$  называется *элементарным потокосцеплением*  $d\Psi$  и поэтому

$$e = -\frac{d\Psi}{dt}. \quad (9.3)$$

Таким образом, ЭДС индукции в контуре равна скорости изменения потокосцепления этого контура. Формула (9.3) является исходной для расчета ЭДС индукции во многих электрических устройствах.

**5. Преобразование механической энергии в электрическую.** Электромеханическое действие магнитного поля и электромагнитная индукция используются для преобразования механической энергии в электрическую и обратно. Устройства, с помощью которых эти преобразования осуществляются, называются *электрическими машинами*. Машина для преобразования механической энергии в электрическую называются *генератором*, а для обратного преобразования — *двигателем*. На рис. 9.4 представлен простейший генератор переменного тока. Между полюсами электромагнита  $N$  и  $S$  вращается стальной якорь, на поверхности которого расположен виток изолированного провода  $abcd$ . Концы

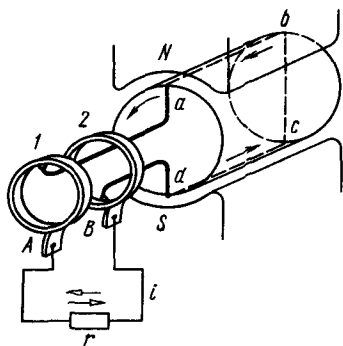


Рис. 9.4

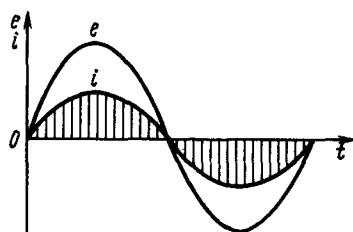


Рис. 9.5

витка присоединены к кольцам 1 и 2, насаженным на вал якоря и изолированным друг от друга. На кольца наложены щетки А и В, к которым присоединены приемники энергии. Якорь генератора приводится во вращение каким-либо первичным двигателем, например паровой турбиной. Во время вращения в активных сторонах витка  $ab$  и  $cd$  возникают ЭДС. На рис. 9.4 ЭДС в проводнике  $ab$  направлена от точки  $b$  к точке  $a$ , а в проводнике  $cd$  — от точки  $d$  к точке  $c$ . Следовательно, по внешнему участку цепи ток проходит от кольца 1 через щетку А к щетке В и кольцу 2. Щетка А, от которой ток отводится во внешнюю цепь, имеет положительный потенциал, а щетка В, через которую ток поступает обратно в машину, — отрицательный потенциал. При повороте якоря на  $180^\circ$  изменяются направление индуцированной ЭДС и потенциалы щеток А и В. Можно доказать, что ЭДС рассматриваемого генератора и его ток изменяются во времени синусоидально (рис. 9.5).

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 9.1.

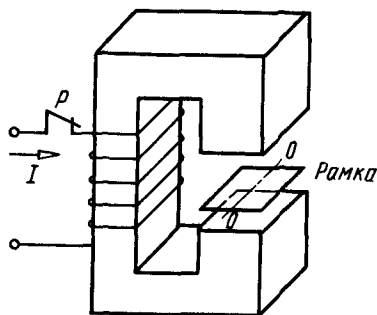


Рис. 9.6

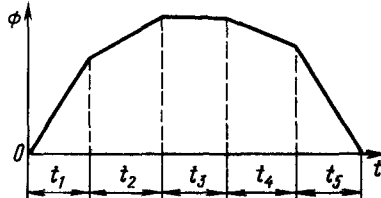


Рис. 9.7



Контрольная карта 9.1

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите																				
					часть	параграф																			
1	<p>Укажите номера опытов (рис. 9.6), при которых в рамке появится ЭДС.</p> <p>Опыт 1. При постоянном токе / рамка неподвижна</p> <p>Опыт 2. При постоянном токе / рамка перемещается вниз</p> <p>Опыт 3. При постоянном токе / рамка вращается вокруг оси <math>OO</math></p> <p>Опыт 4. При переменном токе / рамка неподвижна</p>	<p>Опыт 3</p> <p>Опыты 3 и 4</p> <p>Опыты 2 и 3</p> <p>Опыты 2, 3 и 4</p>		<p>326</p> <p>338</p> <p>354</p> <p>381</p>	1	9.1																			
3	<p>При обмотке катушки (рис. 9.6) проходит постоянный ток <math>I</math>. Укажите направление ЭДС в неподвижной рамке в момент выключения тока в обмотке катушки.</p>	<p>По часовой стрелке</p> <p>Против часовой стрелки</p> <p>Определить нельзя</p>		<p>389</p> <p>404</p> <p>420</p>	1	9.1																			
3	<p>Определите скорость изменения магнитного потока <math>d\Phi/dt</math>, пронизывающего катушку с числом витков <math>\omega</math>, если в ней наводится ЭДС <math>E</math></p>	<p>3 Вб/с</p> <p>4 Вб/с</p> <p>2 Вб/с</p> <p>3,5 Вб/с</p>		<p>451</p> <p>472</p> <p>491</p> <p>499</p>	4	9.1																			
	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Значения</th> <th colspan="4">Варианты</th> </tr> <tr> <th>1-й</th> <th>2-й</th> <th>3-й</th> <th>4-й</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>\omega</math>, вит</td> <td>25</td> <td>20</td> <td>30</td> <td>35</td> </tr> <tr> <td><math>E</math>, В</td> <td>100</td> <td>70</td> <td>90</td> <td>70</td> </tr> </tbody> </table>	Значения	Варианты				1-й	2-й	3-й	4-й	$\omega$ , вит	25	20	30	35	$E$ , В	100	70	90	70					
Значения	Варианты																								
	1-й	2-й	3-й	4-й																					
$\omega$ , вит	25	20	30	35																					
$E$ , В	100	70	90	70																					
4	<p>Магнитный поток, пронизывающий катушку, изменяется согласно графику (рис. 9.7). В какие промежутки времени ЭДС катушки будет максимальной?</p>	<p><math>t_1</math> и <math>t_5</math></p> <p><math>t_2</math> и <math>t_4</math></p> <p><math>t_3</math></p>		<p>519</p> <p>524</p> <p>539</p>	4	9.1																			
5	<p>Можно ли получить ЭДС в неподвижной обмотке якоря, показанной на рис. 9.4?</p>	<p>Нельзя</p> <p>Можно (вращая полюсы электромагнита)</p> <p>Можно (отключив нагрузку)</p>		<p>327</p> <p>339</p> <p>355</p>	5	9.1																			

## § 9.2. Преобразование электрической энергии в механическую

1. Действие магнитного поля на проводник с током. В однородное магнитное поле перпендикулярно его направлению поместим прямолинейный проводник (рис. 9.8) и подведем к нему постоянное напряжение  $U$ . Так как в проводнике возникает ток  $I$ , то на него действует электромагнитная сила  $F = BIl$ . Направление этой силы определяется по правилу левой руки. Под действием силы  $F$  проводник будет скользить по медным шинам  $A$  и  $B$ , пересекая силовые линии магнитного поля. В результате в проводнике возникает ЭДС индукции  $E = Blv$ , где  $v$  — скорость движения проводника. Пользуясь правилом правой руки, можно установить, что индуцируемая ЭДС направлена навстречу току, а следовательно, и приложенному напряжению  $U$ . Поэтому ток в цепи

$$I = (U - E) / r, \quad (9.4)$$

где  $r$  — сопротивление движущегося проводника. Из (9.4) следует  $Ir = U - E$  или  $U = E + Ir$ . Умножив обе части последнего уравнения на ток  $I$ , получим

$$UI = EI + I^2 r, \quad (9.5)$$

где  $UI$  — мощность источника питания;  $EI$  — механическая мощность, развиваемая проводником;  $I^2 r$  — мощность, теряемая на нагревание проводника. Таким образом, при движении проводника с током в магнитном поле под действием его сил происходит преобразование электрической энергии в тепловую и механическую. На этом явлении основана работа электрических двигателей.

2. Устройство и принцип действия простейшего двигателя постоянного тока. На рис. 9.9, а показано устройство простейшего двигателя постоянного тока. На якоре двигателя укладывается обмотка якоря  $OЯ$ , которая в данном случае состоит из проводников 1—6. Ток в обмотку якоря поступает через щетки  $Ш_1, Ш_2$  и коллектор. Для создания магнитного поля на полюсных наконечниках  $ПН_1$  и  $ПН_2$  размещается обмотка возбуждения  $OB$ . Она соединяется последовательно, параллельно или смешанно с обмоткой якоря. На рис. 9.9, б

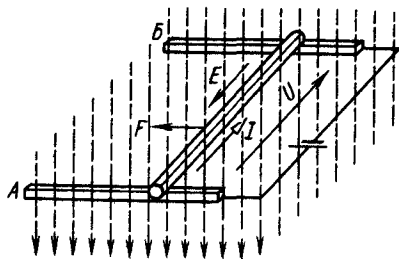


Рис. 9.8

показана схема включения электродвигателя параллельного возбуждения. После включения рубильника ток в обмотке якоря взаимодействует с магнитным полем, которое создается током обмотки возбуждения. В результате возникают силы  $F$  и якорь приходит во вращение. В момент пуска встречная ЭДС в обмотке якоря  $E = 0$  и ток  $I_n = U/r_n$  значительно

больше номинального. Для уменьшения тока последовательно с обмоткой якоря включают пусковой реостат ПР. После того как якорь придет в движение и в обмотке возникнет встречная ЭДС, пусковой реостат выводят. Электродвигатели преобразуют электрическую энергию в механическую и приводят в движение различные машины, станки и т. д.

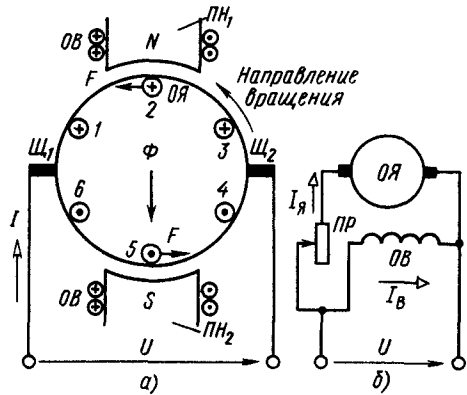


Рис. 9.9

### § 9.3. Явление самоиндукции. Индуктивность

**1. Значение и направление ЭДС самоиндукции.** Вокруг контура с током всегда существует магнитный поток самоиндукции  $\Phi_L$ , пронизывающий контур. При постоянной магнитной проницаемости среды магнитный поток самоиндукции пропорционален силе тока. Алгебраическая сумма потоков самоиндукции всех витков катушки называется *потокосцеплением самоиндукции*  $\Psi_L$ . Изменение силы тока вызывает изменение возбуждаемого этим током потокосцепления самоиндукции. Согласно закону электромагнитной индукции, при изменении потокосцепления в цепи индуцируется ЭДС.

Явление возникновения ЭДС в контуре при изменении проходящего по этому контуру тока называется *самоиндукцией*. ЭДС самоиндукции  $e_L$  возникает в любой электрической замкнутой цепи, если в ней изменяется ток. Изменяющийся ток обозначается  $i$ . Согласно (9.3), ЭДС самоиндукции  $e_L = -d\Psi_L/dt$ . Знак минус в выражении ЭДС самоиндукции соответствует правилу Ленца: ЭДС, индуцируемая изменяющимся током, противодействует изменению тока. Отношение потокосцепления самоиндукции  $\Psi_L$  к току  $i$  контура называется *индуктивностью контура* и обозначается буквой  $L$ . Таким образом,

$$L = \Psi_L / i. \quad (9.6)$$

Если в контуре отсутствуют ферромагнитные материалы, то с увеличением тока  $i$  пропорционально току растет и потокосцепление  $\Psi_L$ . Следовательно, индуктивность в этом случае — величина постоянная и не зависит от тока. Если контур имеет ферромагнитные материалы (катушка со стальным сердечником, линия из стальных проводов), то пропорциональность между потокосцеплением самоиндукции и током нарушается и индуктивность контура зависит от тока. Если в формуле  $L = \Psi_L / i$  принять  $i = 1$  А, то  $L = \Psi_L$ . Следовательно, индуктивность характеризует свойст-

во электрической цепи образовывать потокосцепление при прохождении тока. Это один из основных параметров электротехнических устройств. Так как ток всегда возбуждает магнитное поле, то, следовательно, любой элемент цепи тока должен обладать индуктивностью. Иногда индуктивность может быть настолько мала, что ее влиянием можно пренебречь. Наличие ферромагнитных материалов в катушках увеличивает их индуктивность. Единицей индуктивности в СИ является генри (Гн). Более мелкими единицами индуктивности являются миллигенри (1 мГн = =  $10^{-3}$  Гн) и микрогенри (1 мкГн =  $10^{-6}$  Гн). Элементарное потокосцепление при постоянной индуктивности  $d\Psi_L = L di$ . Подставив полученное выражение в формулу  $e_L = -d\Psi/dt$ , получим

$$e_L = -L \frac{di}{dt}. \quad (9.7)$$

ЭДС самоиндукции пропорциональна индуктивности  $L$  и скорости изменения тока в контуре  $di/dt$ .

**Пример 9.1.** Определить ЭДС, самоиндукции, наводимую в обмотке телеграфного аппарата, если индуктивность обмотки  $L = 16$  мГн, а ток в обмотке нарастает со скоростью  $0,8$  А/с.

**Решение.** ЭДС самоиндукции  $e_L = -L \frac{di}{dt} = -16 \cdot 10^{-3} \cdot 0,8 = -12,8 \times \times 10^{-3}$  В =  $-12,8$  мВ.

Направление ЭДС самоиндукции определяется по правилу Ленца. При увеличении тока она направлена навстречу току, препятствуя увеличению магнитного потока контура. При уменьшении тока ЭДС самоиндукции действует по току, задерживая уменьшение магнитного потока контура. Это учитывается введением в (9.7) отрицательного знака. Действительно, при увеличении тока скорость его изменения положительна:  $di/dt$ , а ЭДС отрицательна:  $e_L = -L \frac{di}{dt}$ , т. е. направлена навстречу току. При уменьшении тока скорость его изменения отрицательна  $-di/dt$ , а ЭДС положительна:  $e_L = -L \left( -\frac{di}{dt} \right) = L \frac{di}{dt}$ , т. е. действует по току.

**2. Индуктивность кольцевой и цилиндрической катушек.** Выведем формулу индуктивности кольцевой катушки (рис. 9.10), имеющей  $\omega$  витков и средний радиус  $R$ . Потокосцепление катушки  $\Psi_L = \omega \Phi_L = \omega BS$ , где  $B$  — магнитная индукция поля в любой точке окружности с радиусом  $R$ ;  $S$  — поперечное сечение сердечника катушки. Согласно (7.11), магнитная индукция кольцевой катушки  $B = = \mu_a \frac{i\omega}{2\pi R}$ . Значение потокосцепления и магнитной индукции подставим в общую формулу индуктивности:

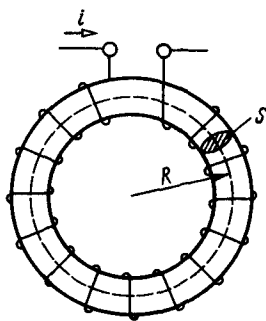


Рис. 9.10

$$L = \frac{\Psi_L}{i} = \frac{\omega \mu_a i \omega S}{2\pi R i} = \mu_a \frac{\omega^2 S}{2\pi R}. \quad (9.8)$$

Индуктивность цилиндрической катушки при  $l/d \gg 1$

$$L = \mu_a \frac{\omega^2 S}{l}, \quad (9.9)$$

где  $S$  — поперечное сечение сердечника катушки;  $l$  и  $d$  — ее длина и диаметр.

**Пример 9.2.** Кольцевая катушка имеет следующие данные: число витков  $\omega = 1000$ , средний радиус  $R = 10$  см, поперечное сечение сердечника  $S = 20$  см<sup>2</sup>. Определить индуктивность катушки и ЭДС самоиндукции, если ток в катушке уменьшается со скоростью  $di/dt = 500$  А/с, а магнитная проницаемость среды  $\mu_a = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м.

**Решение.** Индуктивность катушки

$$L = \mu_a \frac{\omega^2 S}{2\pi R} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{10^6 \cdot 20 \cdot 10^{-4}}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^{-2}} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ Гн} = 4 \text{ мГн}$$

$$\text{ЭДС самоиндукции } e_L = -L di/dt = -4 \cdot 10^{-3} \cdot 500 = 2 \text{ В.}$$

Цепями с большой индуктивностью являются обмотки генераторов, электродвигателей, трансформаторов и катушек со стальными сердечниками. Меньшую индуктивность имеют прямолинейные проводники. Короткие прямолинейные проводники, лампы накаливания и электронагревательные приборы индуктивностью практически не обладают, и появление ЭДС самоиндукции в них почти не наблюдается. На практике встречаются случаи, когда нужно изготовить катушку, не обладающую индуктивностью (например, добавочные сопротивления к электроизмерительным приборам и т. п.). В этом случае применяют бифилярную намотку катушки (рис. 9.11), перегибая провода пополам и сближая обе половины, насколько это позволяет толщина изоляции. Так как токи в сторонах петли направлены противоположно, то магнитные поля соседних проводников взаимно уничтожаются, следовательно, поток самоиндукции и индуктивность катушки будут незначительны (практически равны нулю).

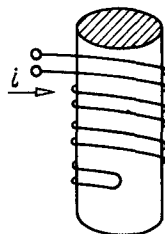


Рис. 9.11

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 9.2.

Контрольная карта 9.2

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
1	Известны напряжение $U$ и ток $I$ источника (см. рис. 9.8). Определить механическую мощность движущей силы.	624 Вт 525 Вт 896 Вт 791 Вт		382 390 405 421	1	9.2

Продолжение контрольной карты 9.2

Номера заданий	Содержание заданий				Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите																											
								части	параграф																										
	<p>щегося проводника сопротивлением <math>r = 1</math> Ом, сопротивлением шин пренебречь</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Значения</th> <th colspan="4">Варианты</th> </tr> <tr> <th>1-й</th> <th>2-й</th> <th>3-й</th> <th>4-й</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>U, В</math></td> <td>110</td> <td>120</td> <td>110</td> <td>120</td> </tr> <tr> <td><math>I, А</math></td> <td>5</td> <td>7</td> <td>6</td> <td>8</td> </tr> </tbody> </table>				Значения	Варианты				1-й	2-й	3-й	4-й	$U, В$	110	120	110	120	$I, А$	5	7	6	8												
Значения	Варианты																																		
	1-й	2-й	3-й	4-й																															
$U, В$	110	120	110	120																															
$I, А$	5	7	6	8																															
2	<p>Как изменить направление вращения двигателя постоянного тока?</p>				<p>Изменить направление тока в обмотке якоря и возбуждения. Изменить направление тока в обмотке возбуждения. Увеличить напряжение</p>	500	520	525	2	9.2																									
3	<p>Магнитный поток катушки изменяется по графику рис. 9.7. В какие промежутки времени ЭДС самоиндукции в катушке равна нулю?</p>				<p><math>t_3</math> <math>t_2</math> и <math>t_4</math> <math>t_1, t_3, t_5</math> <math>t_1, t_5</math></p>	422	435	473	492	1	9.3																								
4	<p>Какое количество витков имеет цилиндрическая катушка индуктивностью <math>L</math>, если ее длина <math>l</math>, а поперечное сечение <math>S</math>? Магнитная проницаемость среды <math>\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}</math> Гн/м</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Значения</th> <th colspan="4">Варианты</th> </tr> <tr> <th>1-й</th> <th>2-й</th> <th>3-й</th> <th>4-й</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>L, мГн</math></td> <td>1</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td><math>l, см</math></td> <td>12,56</td> <td>25,12</td> <td>12,56</td> <td>25,12</td> </tr> <tr> <td><math>S, см^2</math></td> <td>25</td> <td>25</td> <td>16</td> <td>16</td> </tr> </tbody> </table>				Значения	Варианты				1-й	2-й	3-й	4-й	$L, мГн$	1	2	1	2	$l, см$	12,56	25,12	12,56	25,12	$S, см^2$	25	25	16	16	<p>250 витков 200 витков 500 витков 400 витков</p>	551	329	340	367	2	9.3
Значения	Варианты																																		
	1-й	2-й	3-й	4-й																															
$L, мГн$	1	2	1	2																															
$l, см$	12,56	25,12	12,56	25,12																															
$S, см^2$	25	25	16	16																															
5	<p>На цилиндрический каркас наносят однослойную обмотку. Какой из параметров катушки возрастает быстрее с увеличением числа витков?</p>				<p>Сопротивление <math>r</math> Индуктивность <math>L</math> Одинаково <math>r</math> и <math>L</math></p>	383	391	406	2	9.3																									

## § 9.4. Явление взаимной индукции.

### Взаимная индуктивность

1. **Значение и направление индуцированной ЭДС.** На рис. 9.12 показаны две катушки, расположенные близко друг от друга. Если по первой катушке проходит ток  $i_1$ , то некоторая часть магнитных линий первой катушки пронизывает вторую катушку, образуя магнитный поток  $\Phi_{12}$ . При изменении тока  $i_1$  будет изменяться  $\Phi_{12}$ , а следовательно, во второй катушке возникает ЭДС. Явление, при котором ЭДС в одном контуре индуцируется при изменении силы тока в другом, называется *взаимной индукцией*.

Часть магнитного потока первой катушки  $\Phi_{12}$  сцепляется со всеми витками второй и образует с ней потокосцепление  $\Psi_{12} = \omega_2 \Phi_{12}$ . Отношение потокосцепления  $\Psi_{12}$  к току  $i_1$  называется *взаимной индуктивностью* двух катушек или контуров. Таким образом, взаимная индуктивность  $M = \Psi_{12}/i_1$ , но ее можно определить и другим способом, пропуская ток  $i_2$  по второй катушке, найдя поток  $\Phi_{21}$ , пронизывающий первую катушку, затем вычислить отношение  $\omega_1 \Phi_{21}/i_2 = \Psi_{21}/i_2 = M$ . Взаимная индуктивность выражается в тех же единицах, что и индуктивность, т. е. в генри (Гн). Электродвижущую силу, наведенную во второй катушке в результате изменения тока в первой, определяют по формуле  $e_{M2} = -d\Psi_{12}/dt$ . По формуле взаимной индуктивности, элементарное потокосцепление  $d\Psi_{12} = M di_1$ . Следовательно, ЭДС взаимоиндукции

$$e_{M2} = -M \frac{di_1}{dt}. \quad (9.10)$$

Направление ЭДС взаимоиндукции определяют по правилу Ленца. При увеличении тока  $i_1$  магнитный поток  $\Phi_2$ , создаваемый индуцируемым током  $i_2$ , направлен противоположно магнитному потоку  $\Phi_1$ . Наоборот, при уменьшении тока  $i_1$  магнитный поток  $\Phi_2$  направлен в сторону убывающего потока  $\Phi_1$  и поддерживает его.

Взаимная индуктивность двух катушек (рис. 9.12) связана с индуктивностями катушек  $L_1$  и  $L_2$  следующим выражением:

$$M = k\sqrt{L_1 L_2},$$

где  $k = \sqrt{\Phi_{12}\Phi_{21}/\Phi_1\Phi_2}$  — коэффициент связи, характеризующий степень магнитной (индуктивной) связи двух катушек. Так как  $\Phi_{12} < \Phi_1$ ,  $\Phi_{21} < \Phi_2$ , то коэффициент связи всегда меньше единицы, но в некоторых случаях он приближается к единице, например у трансформато-

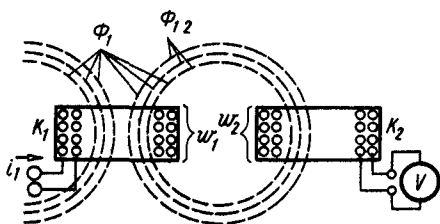


Рис. 9.12

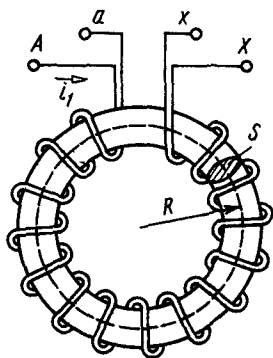


Рис. 9.13

ров с замкнутым ферромагнитным сердечником.

**2. Взаимная индуктивность двух кольцевых катушек.** Выведем формулу взаимной индуктивности двух кольцевых катушек, намотанных на общий каркас (рис. 9.13). В рассматриваемом случае потокосцепление второй катушки  $\Psi_{12} = \omega_2 \Phi_{12} = \omega_2 \Phi_1 = \omega_2 B_1 S$ . Согласно (7.11), магнитная индукция первой катушки  $B_1 = \mu_a \frac{i_1 \omega_1}{2\pi R}$ . Следовательно,  $\Psi_{12} = \frac{\omega_2 \mu_a i_1 \omega_1 S}{2\pi R}$ , а взаимная индуктивность

$$M = \frac{\Psi_{12}}{i_1} = \mu_a \frac{\omega_1 \omega_2 S}{2\pi R}. \quad (9.11)$$

**Пример 9.3.** Две кольцевые катушки с общим каркасом (рис. 9.13) имеют следующие данные:  $\omega_1 = 500$  витков;  $\omega_2 = 1000$  витков;  $R = 10$  см;  $S = 20$  см<sup>2</sup>. Определить ЭДС во второй катушке, если ток в первой уменьшается со скоростью  $di_1/dt = 500$  А/с, а магнитная проницаемость среды  $\mu_a = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м.

**Решение.** Взаимная индуктивность катушек

$$M = \mu_a \frac{\omega_1 \omega_2 S}{2\pi R} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{500 \cdot 1000 \cdot 20 \cdot 10^{-4}}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^{-2}} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Гн} = 2 \text{ мГн}.$$

ЭДС во второй катушке  $e_{M2} = -M \frac{di_1}{dt} = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 500 = 1$  В.

**3. Цепи, связанные взаимной индукцией. Вариометры.** Рассмотрим цепь с последовательным соединением магнитосвязанных катушек. В зависимости от направлений потоков  $\Phi_1$  и  $\Phi_{21}$ , а также  $\Phi_2$  и  $\Phi_{12}$  различают согласное и встречное соединения. В первом случае названные потоки действуют согласно, во втором — встречно. При последовательном согласном соединении катушек (рис. 9.14) напряжение на зажимах цепи по второму закону Кирхгофа равно

$$\begin{aligned} u &= ir_1 + L_1 \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt} + ir_2 + L_2 \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt} = \\ &= i(r_1 + r_2) + \frac{di}{dt} (L_1 + L_2 + 2M) = ir + L \frac{di}{dt}, \end{aligned}$$

где  $r_1, L_1$  — сопротивление и индуктивность первой катушки;  $r_2, L_2$  — сопротивление и индуктивность второй катушки;  $M$  — взаимная индуктивность катушек;  $r = r_1 + r_2$  — общее сопротивление цепи;  $L = L_1 + L_2 + 2M$  — общая индуктивность цепи.

При последовательном встречном соединении напряжение на зажимах цепи

$$\begin{aligned} u &= ir_1 + L_1 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt} + ir_2 + \\ &+ L_2 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt} = ir + L \frac{di}{dt}, \end{aligned}$$

где  $r = r_1 + r_2$  и  $L = L_1 + L_2 - 2M$ .

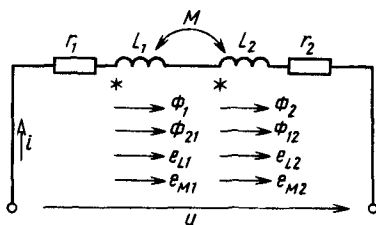


Рис. 9.14



Для обозначения согласно или встречного включения начала катушек обозначают одинаковыми значками, например звездочками. При согласном включении токи катушек ориентированы относительно начал катушек одинаково.

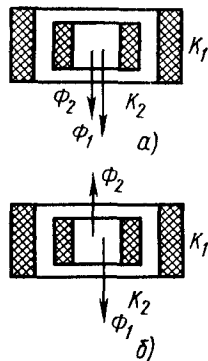


Рис. 9.15

На рис. 9.15 показано устройство вариометра, состоящего из двух последовательно соединенных катушек: неподвижной  $K_1$  и подвижной  $K_2$ . При повороте подвижной катушки меняется направление ее магнитного потока  $\Phi_2$ . Если магнитные потоки катушек  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  имеют одинаковое направление (рис. 9.15, а), то индуктивность всей цепи вариометра достигнет максимального значения:  $L_{\max} = L_1 + L_2 + 2M$ . Если магнитные потоки катушек направлены в противоположные стороны (рис. 9.15, б), индуктивность вариометра становится минимальной:  $L_{\min} = L_1 + L_2 - 2M$ . При повороте подвижной катушки плавно изменяется индуктивность вариометра от  $L_{\max}$  до  $L_{\min}$ . Явление взаимной индукции используется в автоматических устройствах, трансформаторах и т. д. В ряде случаев взаимная индукция — явление нежелательное. Так, например, в линиях связи она создает помехи со стороны параллельно идущих цепей.

## § 9.5. Энергия магнитного поля

Присоединим катушку с сопротивлением  $r$  и индуктивностью  $L$  (рис. 9.16) к источнику постоянной ЭДС  $E$ . При замыкании рубильника  $P_1$  в катушке возникает ЭДС самоиндукции, препятствующая увеличению тока. Поэтому ток в цепи нарастает плавно и достигает значения  $I = E / (r_{\text{вн}} + r_{\text{огр}} + r)$ , где  $r_{\text{огр}}$  — ограничительное сопротивление;  $E$  и  $r_{\text{вн}}$  — ЭДС и внутреннее сопротивление источника энергии. Увеличение тока в цепи сопровождается возникновением в окружающей среде магнитного поля, в котором запасается определенное количество энергии, полученной от источника питания. Если после этого катушку (рубильником  $P_2$ ) замкнуть накоротко, то в результате действия ЭДС самоиндукции ток в катушке исчезнет плавно, как показано на рис. 9.17. При этом энергия, запасенная в магнитном поле, переходит в электрическую, а затем в тепловую, преобразуясь в теплоту в сопротивлении  $r$ . Для рассматриваемой цепи (рубильник  $P_1$  замкнут,  $P_2$  разомкнут) можно написать

$$E - L \frac{di}{dt} = i \sum r \quad \text{или} \quad E = i \sum r + L \frac{di}{dt}.$$

Умножим обе части этого уравнения на произведение  $idt$ :  $Eidt = i^2 \sum r dt + Lidi$ . Левая часть этого равенства  $Eidt$  выражает энергию источника питания за время  $dt$ . Первое слагаемое пра-

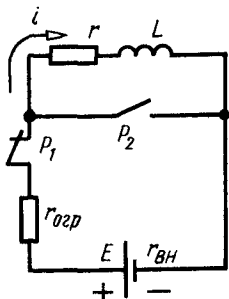


Рис. 9.16

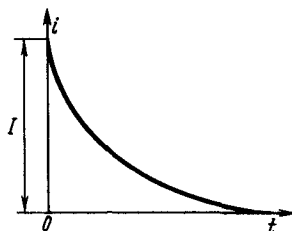


Рис. 9.17

вой части представляет собой энергию, преобразованную за время  $dt$  в теплоту в сопротивлениях  $\sum r = r_{\text{вн}} + r_{\text{огр}} + r$ . Второе слагаемое правой части уравнения  $Li di$  выражает приращение энергии магнитного поля, вызванное увеличением силы тока на  $di$ . Суммируя приращения энергии при увеличении силы тока от нуля до значения  $I$ , получим энергию, запасенную в магнитном поле цепи:

$$W_L = \int_0^I L i di = \left. \frac{Li^2}{2} \right|_0^I = \frac{LI^2}{2}. \quad (9.12)$$

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 9.3.

Контрольная карта 9.3

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					часть	параграф
1	Ток в первом контуре равномерно увеличивается от нуля до 5 А. В результате во втором контуре возникает ЭДС взаимной индукции 10 В. Чему равна взаимная индуктивность между катушками?	Задачу решить нельзя, так как неизвестно расстояние между катушками Задачу решить нельзя, так как неизвестна скорость изменения тока 0 2 Гн		501	1	9.4
				521		
				526 540		
2	Сердечник кольцевой катушки из ферромагнитного материала имеет сечение $S = 4 \cdot 4$ см и средний диаметр $D$ . На сердечнике имеются две обмотки с числом	1,6 мГн 2,4 мГн 3,2 мГн 4,8 мГн		328	2	9.4
				364		
				388		
				407		

Продолжение контрольной карты 9.3

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите																									
					части	параграф																								
	<p>витков <math>w_1</math> и <math>w_2</math>. Определить взаимную индуктивность катушек</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Значения</th> <th colspan="4">Варианты</th> </tr> <tr> <th>1-й</th> <th>2-й</th> <th>3-й</th> <th>4-й</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>D</math>, см</td> <td>40</td> <td>20</td> <td>40</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td><math>w_1</math>, вит</td> <td>1000</td> <td>500</td> <td>1000</td> <td>750</td> </tr> <tr> <td><math>w_2</math>, вит</td> <td>2000</td> <td>1000</td> <td>3000</td> <td>1000</td> </tr> </tbody> </table>	Значения	Варианты				1-й	2-й	3-й	4-й	$D$ , см	40	20	40	20	$w_1$ , вит	1000	500	1000	750	$w_2$ , вит	2000	1000	3000	1000					
Значения	Варианты																													
	1-й	2-й	3-й	4-й																										
$D$ , см	40	20	40	20																										
$w_1$ , вит	1000	500	1000	750																										
$w_2$ , вит	2000	1000	3000	1000																										
3	<p>По максимальной <math>L_{\max}</math> и минимальной <math>L_{\min}</math> индуктивностям вариометра определить максимальную взаимную индуктивность между его катушками <math>M</math>.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Значения</th> <th colspan="4">Варианты</th> </tr> <tr> <th>1-й</th> <th>2-й</th> <th>3-й</th> <th>4-й</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>L_{\max}</math>, мГн</td> <td>10</td> <td>12</td> <td>13</td> <td>16</td> </tr> <tr> <td><math>L_{\min}</math>, мГн</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table>	Значения	Варианты				1-й	2-й	3-й	4-й	$L_{\max}$ , мГн	10	12	13	16	$L_{\min}$ , мГн	2	2	1	2	<p>3,5 мГн 2,5 мГн 2 мГн 3 мГн</p>		<p>436 474 493 502</p>	<p>3</p>	<p>9.4</p>					
Значения	Варианты																													
	1-й	2-й	3-й	4-й																										
$L_{\max}$ , мГн	10	12	13	16																										
$L_{\min}$ , мГн	2	2	1	2																										
4	<p>К катушке индуктивностью <math>L</math> и сопротивлением <math>r</math> подведено напряжение <math>U</math>. Определить энергию магнитного поля катушки</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Значения</th> <th colspan="4">Варианты</th> </tr> <tr> <th>1-й</th> <th>2-й</th> <th>3-й</th> <th>4-й</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>r</math>, Ом</td> <td>60</td> <td>55</td> <td>80</td> <td>110</td> </tr> <tr> <td><math>L</math>, Гн</td> <td>0,1</td> <td>0,15</td> <td>0,2</td> <td>0,2</td> </tr> <tr> <td><math>U</math>, В</td> <td>120</td> <td>110</td> <td>120</td> <td>110</td> </tr> </tbody> </table>	Значения	Варианты				1-й	2-й	3-й	4-й	$r$ , Ом	60	55	80	110	$L$ , Гн	0,1	0,15	0,2	0,2	$U$ , В	120	110	120	110	<p>0,3 Дж 0,225 Дж 0,2 Дж 0,1 Дж</p>		<p>384 437 475 494</p>		<p>9.5</p>
Значения	Варианты																													
	1-й	2-й	3-й	4-й																										
$r$ , Ом	60	55	80	110																										
$L$ , Гн	0,1	0,15	0,2	0,2																										
$U$ , В	120	110	120	110																										
5	<p>Катушка с индуктивностью <math>L</math> включается на постоянное напряжение <math>U</math>. Определить энергию магнитного поля катушки при установившемся токе, если известно, что ток катушки достигает значения 5 А, когда</p>	<p>2,52 Дж 7,65 Дж 1,5 Дж 12,5 Дж</p>		<p>392 408 423 438</p>		<p>9.5</p>																								

Номера заданий	Содержание заданий				Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите																				
								часть	параграф																			
	скорость его нарастания составляет 1000 А/с <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Значения</th> <th colspan="4">Варианты</th> </tr> <tr> <th>1-й</th> <th>2-й</th> <th>3-й</th> <th>4-й</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>L, \text{ мГн}</math></td> <td>30</td> <td>40</td> <td>35</td> <td>50</td> </tr> <tr> <td><math>U, \text{ В}</math></td> <td>60</td> <td>50</td> <td>60</td> <td>70</td> </tr> </tbody> </table>				Значения	Варианты				1-й	2-й	3-й	4-й	$L, \text{ мГн}$	30	40	35	50	$U, \text{ В}$	60	50	60	70					
Значения	Варианты																											
	1-й	2-й	3-й	4-й																								
$L, \text{ мГн}$	30	40	35	50																								
$U, \text{ В}$	60	50	60	70																								

### ЗАДАЧИ К ГЛАВЕ 9

9.1. На кольцевой сердечник заданных размеров (рис. 9.18) из ферромагнитного материала  $\mu_r = 1000$  нанесены равномерно две однослойные обмотки  $\omega_1 = 20$  и  $\omega_2 = 200$ . Определить собственную индуктивность каждой обмотки, взаимную индуктивность между обмотками и коэффициент связи. Магнитным потокам рассеяния пренебречь.

Ответ:  $L_1 = 0,116 \text{ мГн}$ ,  $L_2 = 11,6 \text{ мГн}$ ,  $M = 1,16 \text{ мГн}$ ,  $k = 1$ .

9.2. Магнитная индукция в воздушном зазоре магнитоэлектрического прибора  $B = 0,1 \text{ Тл}$  (рис. 9.19). Определить вращающий момент, действующий на подвижную рамку прибора шириной  $a = 20 \text{ мм}$  и длиной  $l = 30 \text{ мм}$ . Расположенная на рамке обмотка имеет  $w = 50$  витков с током  $I = 7,5 \text{ мА}$ .

Ответ:  $22,5 \cdot 10^{-6} \text{ Н} \cdot \text{м}$ .

9.3. В однородном магнитном поле  $B = 1,2 \text{ Тл}$  перпендикулярно магнитным линиям (рис. 9.2) движется прямолинейный проводник длиной  $l = 1 \text{ м}$  с равномерной скоростью  $v = 20 \text{ м/с}$ . Движущийся проводник скользит по шинам  $A$  и  $B$ , замкнутым на сопротивление  $r = 0,24 \text{ Ом}$ . Сопротивлением движущего проводника и шин пренебрегаем. Определить ток в контуре и механическую мощность, которую нужно затратить на преодоление силы реакции магнитного поля.

Решение. В движущемся проводнике индуцируется ЭДС

$$e = Blv = 1,2 \cdot 1 \cdot 20 = 24 \text{ В.}$$

Под действием ЭДС в контуре возникает ток

$$I = e/r = 24/0,24 = 100 \text{ А.}$$

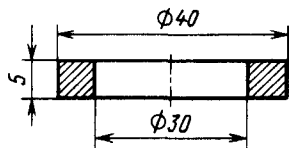


Рис. 9.18

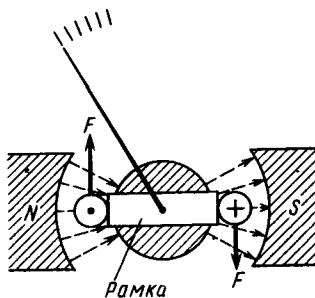


Рис. 9.19

На проводник с током, движущийся перпендикулярно магнитному полю, действует сила

$$F_r = BIl = 1,2 \cdot 100 \cdot 1 = 120 \text{ Н}$$

Внешняя сила должна преодолеть силу реакции магнитного поля, т.е.  $F = F_r = 120 \text{ Н}$ . Механическая мощность внешнего источника

$$P_m = Fv = 120 \cdot 20 = 2400 \text{ Вт}$$

9.4. Прямолинейный проводник длиной  $l = 0,5 \text{ м}$ , сопротивлением  $r = 0,1 \text{ Ом}$  и источник с напряжением  $U = 5 \text{ В}$  соединены шинами А и Б, сопротивлением которых можно пренебречь (см рис 9 8). Под действием силы взаимодействия тока и однородного магнитного поля с индукцией  $B = 1,4 \text{ Тл}$  проводник движется перпендикулярно направлению индукции с равномерной скоростью  $v = 5 \text{ м/с}$ . Найти ток в проводнике и развиваемую проводником механическую мощность.

Ответ  $I = 15 \text{ А}$ ,  $P_m = 52,5 \text{ Вт}$

9.5. Магнитный поток внутри плоской катушки с числом витков  $w = 100$  изменяется согласно графику на рис 9 20, а. Построить график индуцированной в катушке ЭДС, если с каждым витком сцеплен один и тот же магнитный поток.

Ответ см график на рис 9 20, б

9.6. Определить индуктивность катушки с кольцевым сердечником, имеющим длину средней линии  $l = 24 \text{ см}$  и поперечное сечение  $S = 5 \text{ см}^2$ , если по обмотке катушки с числом витков  $w = 400$  проходит ток  $I = 1,2 \text{ А}$ . Сердечник изготовлен из электротехнической стали.

Ответ  $L = 0,23 \text{ Гн}$

9.7. На кольцевом сердечнике задачи 9 6 имеется вторая равномерно распределенная обмотка с числом витков  $w_2 = 250$ . Определить взаимную индуктивность этих обмоток при токе в первой  $I_1 = 1,2 \text{ А}$ , потоком рассеяния пренебречь.

Ответ  $0,146 \text{ Гн}$

9.8. Взаимная индуктивность обмоток трансформатора без ферромагнитного сердечника  $M = 10 \text{ мГн}$ . Определить амплитуду ЭДС вторичной обмотки, если по первичной обмотке трансформатора проходит ток  $i_1 = 50 \sin 314t$ .

Ответ  $157 \text{ В}$

9.9. Прямолинейный провод и прямоугольная рамка из  $w = 50$  витков расположены согласно рис 9 21, все размеры заданы в миллиметрах. Определить их взаимную индуктивность.

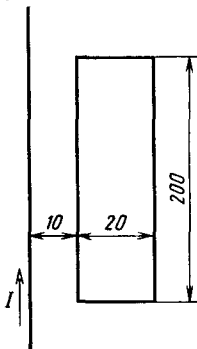


Рис 9 21

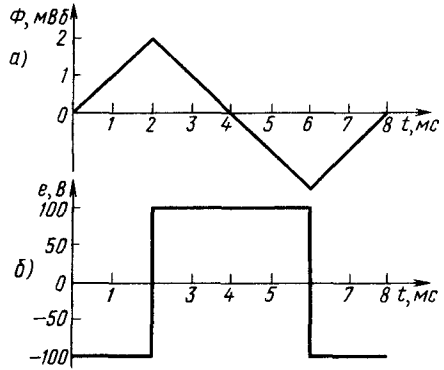


Рис 9 20

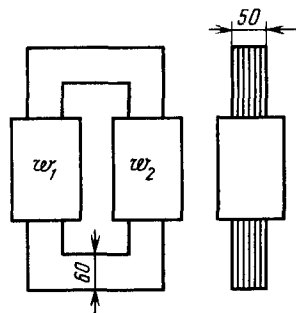


Рис 9 22

Решение. Магнитный поток рамки, создаваемый током, будет равен (см. задачу 7.9)

$$\Phi = \mu_0 \frac{Il}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a}.$$

Взаимная индуктивность

$$M = \frac{\omega\Phi}{I} = \mu_0 \frac{l\omega}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a} = \\ = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{0,2 \cdot 50 l}{2\pi} \ln 3 = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ Гн} = 2,2 \cdot 10^{-3} \text{ мГн}.$$

9.10. На сердечнике трансформатора поперечным сечением  $60 \times 50$  мм находится первичная обмотка из  $\omega_1 = 600$  витков и вторичная из  $\omega_2 = 120$  витков (рис. 9.22). Магнитная индукция в сердечнике уменьшается равномерно от 1,5 Тл до нуля за время  $t = 0,15$  с. Определить ЭДС обмоток.

Ответ: 18 В и 3,6 В.

## Глава 10

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ, ОТНОСЯЩИЕСЯ К ПЕРЕМЕННЫМ ТОКАМ

#### § 10.1. Период и частота переменного тока

При передаче и распределении электрической энергии возникает необходимость в применении различных напряжений: высокого — для передачи энергии на большие расстояния и низкого — для питания приемников энергии. Такое преобразование напряжений легко осуществляется лишь при переменном токе. Для этого используют электромагнитные аппараты — трансформаторы, имеющие простое устройство и высокий КПД. Современная энергетика построена на использовании переменного тока, который получают на электрических станциях с помощью синхронных генераторов. Генераторы и двигатели переменного тока имеют высокие технико-экономические показатели, надежны в работе и удобны в эксплуатации. Электрическая энергия переменного тока широко используется в различных областях промышленности, сельского хозяйства, транспорта, связи и быта. В ряде отраслей техники используется энергия постоянного тока, для этого применяются выпрямители переменного тока, специальные генераторы постоянного тока, а при небольшой мощности — первичные элементы и аккумуляторы. Наиболее распространен синусоидальный ток  $i = I_m \sin \omega t$ , график которого дан на рис. 10.1. По оси абсцисс отложено время  $t$ , а по оси ординат — ток  $i$ . Значения тока, напряжения, ЭДС в любой данный момент времени называют *мгновенными значениями* и обозначают строчными буквами  $i$ ,  $u$ ,  $e$ , а наибольшие мгновенные значения периодически изменяющихся величин — *амплитудными значениями* и обозначают прописными буквами с индексом  $m$ :  $I_m$ ,  $U_m$ ,  $E_m$ .

Синусоидальный ток изменяется по значению и направлению. Одно его направление условно считают положительным, дру-

гое — отрицательным. Токи положительного направления откладываются выше оси абсцисс, а отрицательного — ниже. В начальный момент времени  $t_0$  ток  $i=0$  (рис. 10.1). Затем он увеличивается, достигает максимального значения  $I_m$  при  $t_1$ , уменьшается и при  $t_2$  снова становится равным нулю. После этого ток меняет направление, достигает отрицательного максимума, а затем вновь увеличивается до нуля. На этом заканчивается полный цикл изменений синусоидального переменного тока длительностью  $T$ .

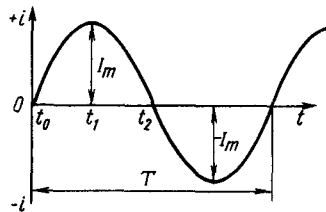


Рис 10.1

Время  $T$ , в течение которого переменный ток совершает полный цикл своих изменений, называется периодом переменного тока, а число периодов в секунду — его *частотой*:

$$f = 1/T. \quad (10.1)$$

Единицей частоты в СИ служит герц (Гц). Частота равна 1 Гц, если полный цикл изменения тока совершается за 1 с. Более крупные единицы частоты — килогерц (кГц) и мегагерц (МГц): 1 кГц =  $10^3$  Гц, 1 МГц =  $10^6$  Гц. В СССР и Европе промышленной частотой является 50 Гц, в Америке, Канаде и Японии — 60 Гц. Выбор промышленной частоты обусловлен технико-экономическими соображениями. При меньших частотах заметно мигание света осветительных приборов, а при больших — затрудняется передача энергии на дальние расстояния. В различных отраслях техники кроме переменных токов промышленной частоты используют переменные токи других частот. Диапазон частот этих токов начинается с долей герц, достигает нескольких миллиардов герц. В радиотехнике, телевидении переменные токи высокой частоты используют для передачи электрических сигналов без проводов посредством электромагнитных волн.

## § 10.2. Получение синусоидальной ЭДС

### 1. Устройство простейшего генератора переменного тока.

Принцип устройства генератора синусоидального тока поясняет рис. 10.2, а. На поверхности цилиндрического якоря 1 укреплен виток изолированного провода 2. Концы витка через щетки 3 и контактные кольца 4 соединены с приемником энергии  $r_1$ . Магнитная индукция поля, создаваемого неподвижной частью машины, распределяется по окружности якоря генератора по синусоидальному закону. Это достигается особой формой полюсных наконечников. У середины полюсов благодаря минимальному воздушному зазору магнитная индукция имеет максимальное значение  $B_m$  (рис. 10.2, б). От середины полюса к его краям воздушный зазор постепенно увеличивается, а магнитная индукция уменьшается.

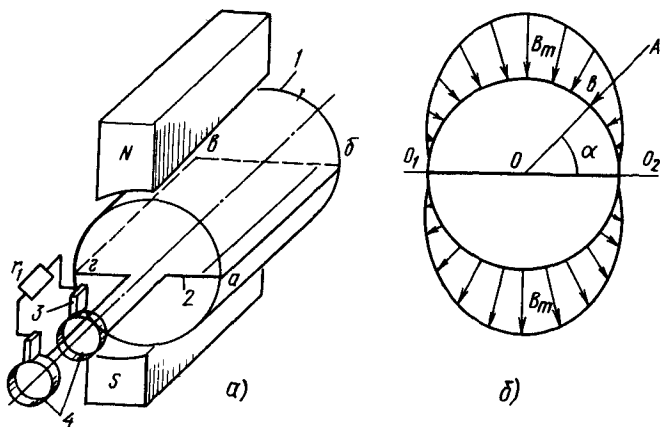


Рис. 10.2

При этом векторы магнитной индукции в любой точке перпендикулярны поверхности якоря. В некоторых точках на поверхности якоря магнитная индукция равна нулю. Плоскость  $O_1O_2$  (рис. 10.2, б) называется *нейтральной*. Обозначим  $\alpha$  угол между нейтральной плоскостью  $O_1O_2$  и подвижным радиусом  $OA$ . Тогда магнитная индукция в воздушном зазоре

$$B = B_m \sin \alpha. \quad (10.2)$$

**2. Уравнения ЭДС, тока и напряжения.** При вращении ротора (рис. 10.2, а) с постоянной скоростью  $v$  в проводниках витка  $ab$  и  $bc$  длиной  $l$  наводятся равные ЭДС  $e_1 = Blv$ . Так как проводники соединены последовательно и их ЭДС в контуре направлены одинаково, то общая ЭДС витка  $e = 2e_1 = 2Blv$ . Магнитная индукция  $B$  в воздушном зазоре изменяется синусоидально. Поэтому  $e = 2B_mlv \sin \alpha$ . В полученной формуле произведение  $2B_mlv$  выражает максимальное значение ЭДС  $E_m$  в обмотке ротора при  $\alpha = 90^\circ$ . Поэтому

$$e = E_m \sin \alpha. \quad (10.3)$$

Таким образом, ЭДС генератора, как и его магнитная индукция, изменяется по синусоидальному закону. Ток в замкнутой цепи

$i = e/r = \frac{E_m}{r} \cdot \sin \alpha$ , где  $r$  — эквивалентное сопротивление цепи. Отношение  $E_m/r$  выражает максимальный ток  $I_m$ . Поэтому мгновенное значение синусоидального тока

$$i = I_m \sin \alpha. \quad (10.4)$$

Зная мгновенное значение тока  $i$  и сопротивление приемника энергии  $r_1$ , можно определить мгновенное значение напряжения на зажимах генератора:  $u = ir_1 = I_m r_1 \sin \alpha$ . Так как  $I_m r_1 = U_m$  — максимальное значение напряжения, то  $u = U_m \sin \alpha$ .



**3. Угловая скорость вращения ротора.** Преобразуем формулу электродвижущей силы генератора переменного тока. За один оборот ротора при изменении угла  $\alpha$  на  $2\pi$  радиан происходит полный цикл изменений ЭДС продолжительностью  $T$  (рис 10.3). Поэтому угловая скорость вращения ротора  $\omega = \alpha/t = 2\pi/T = 2\pi f$ , а ЭДС двухполюсного генератора

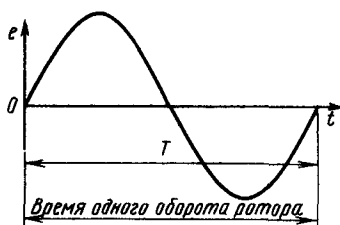


Рис. 10.3

$$e = E_m \sin \alpha = E_m \sin \omega t. \quad (10.5)$$

Аналогично записывают уравнения синусоидального тока и напряжения:

$$i = I_m \sin \alpha = I_m \sin \omega t = I_m \sin 2\pi f t; \quad (10.6)$$

$$u = U_m \sin \alpha = U_m \sin \omega t = U_m \sin 2\pi f t. \quad (10.7)$$

**4. Угловая частота.** У генератора с одной парой полюсов ( $p = 1$ ) одному обороту ротора соответствует один период  $T$  электродвижущей силы. Если генератор имеет две пары полюсов ( $p = 2$ ), то одному обороту ротора соответствуют два периода ЭДС (рис. 10.4). Таким образом, количество периодов синусоидальной ЭДС, возникающей в витке за один оборот ротора, равно числу пар полюсов генератора ( $p$ ). Произведение  $p\alpha$  называется *электрическим углом*, а отношение электрического угла ко времени — *электрической угловой скоростью* или *угловой частотой*

$$\omega = \frac{p\alpha}{t} = \frac{p2\pi}{pT} = 2\pi f. \quad (10.8)$$

Угловая частота выражается в радианах в секунду (рад/с). При частоте  $f = 50$  Гц  $\omega = 314$  рад/с. Частота ЭДС (или тока) у двухполюсного генератора ( $p = 1$ ) равна числу оборотов ротора в секунду:  $f = n/60$ , где  $n$  — число оборотов ротора в минуту. У многополюсного генератора, имеющего  $p$  пар полюсов, частота

$$f = pn/60. \quad (10.9)$$

Для получения промышленной частоты  $f = 50$  Гц ротор двухполюсного генератора должен иметь частоту вращения 3000 об/мин, ротор четырехполюсного генератора — 1500 об/мин, шестиполюсного — 1000 об/мин. Переменные токи частотой до 50 кГц полу-

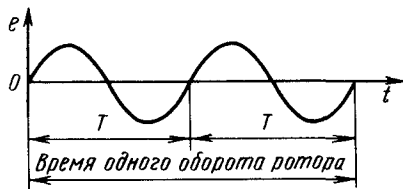


Рис. 10.4

чают с помощью электромашинных генераторов, а с более высокой частотой — с помощью специальных генераторов на электронных лампах или полупроводниковых приборах.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 10.1.

Контрольная карта 10.1

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите						
					части	параграф					
1	Магнитная индукция на поверхности ротора при угле $\alpha$ равна $B$ . Определить максимальную индукцию генератора	1 Тл 0,9 Тл 1,1 Тл 1,2 Тл		553 582 591 611	1	10.2					
							Значения	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
$\alpha$ , град $B$ , Тл	30 0,6	150 0,45	60 0,95	45 0,707							
2	При каком условии в контуре возникает ЭДС?	Если его пронизывает магнитный поток. Если он перемещается в магнитное поле. Если меняется магнитный поток, пронизывающий контур. Если стороны контура пересекают магнитные линии		629	2	10.2					
				634							
				650							
				663							
3	ЭДС генератора (рис. 10.2, а) изменяется по уравнению $e = 100 \sin \alpha$ . По известным эквивалентному сопротивлению цепи $r$ и углу $\alpha$ (рис. 10.2, б) определить ток генератора $i$	2,5 А 5 А 4 А 2 А		682	2	10.2					
				713							
				732 734							
Значения	Варианты										
	1-й	2-й	3-й	4-й							
$r$ , Ом $\alpha$ , град	25 30	28,2 45	17,3 60	25 90							

Продолжение контрольной карты 10.1

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите					
					части	параграф				
4	Ток генератора изменяется по уравнению $i = 10 \sin \omega t$ . Определить мгновенное значение тока $i$ для момента времени $t = 0,0025$ с, если частота $f = 50$ Гц	10 А $5 \text{ A}$ $5\sqrt{2} \text{ A}$		768 770 795	3,4	10.2				
5	Генератор вращается с частотой $n$ об/мин, частота его ЭДС $f = 50$ Гц. Определить число полюсов генератора	8 полюсов 4 полюса 16 полюсов 12 полюсов		824 838 854 554	4	10.2				
	Значение						Варианты			
							1-й	2-й	3-й	4-й
	$n$ , об/мин	750	500	1500	375					

### § 10.3. Действующее и среднее значения переменного тока

**1. Действующее значение переменного тока.** При расчетах и электрических измерениях широко применяется действующее значение переменного тока  $I$ . Для его определения можно исходить из теплового действия переменного тока в электрической цепи. Действующее значение переменного тока равно значению такого эквивалентного постоянного тока, который, проходя через то же сопротивление, что и переменный ток, выделяет в нем за период то же количество теплоты. На рис. 10.5 даны графики синусоидального тока  $i = I_m \sin \omega t$  и постоянного тока  $I$  (пунктирная прямая), которые выделяют одинаковое количество теплоты в некотором сопротивлении  $r$  за период  $T$ . Количество теплоты, выделенное синусоидальным током  $i$  за элементарное время  $dt$ ,  $dQ = i^2 r dt$ , а за время, равное периоду  $T$ ,

$$Q = \int_0^T dQ = \int_0^T i^2 r dt = r \int_0^T i^2 dt. \quad (10.10)$$

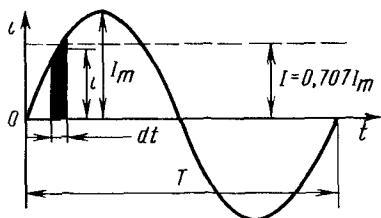


Рис 105

Такое же количество теплоты в сопротивлении  $r$  за время  $T$  выделит постоянный ток  $I$ , равный действующему значению данного переменного тока:

$$Q = I^2 r T. \quad (10.11)$$

Приравняв правые части (10.10) и (10.11) и решив полученное равенство относительно тока  $I$ , получим

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t dt} = I_m \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t dt}.$$

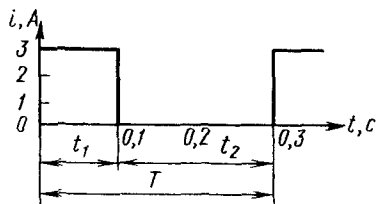
Так как

$$\begin{aligned} \int_0^T \sin^2 \omega t dt &= \int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt = \frac{1}{2} \int_0^T dt - \frac{1}{2} \int_0^T \cos 2\omega t dt = \\ &= T/2 - 0 = T/2, \text{ то } I = I_m \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \frac{T}{2}} = I_m / \sqrt{2} = 0,707 I_m. \end{aligned} \quad (10.12)$$

Таким образом, действующее значение переменного синусоидального тока меньше его амплитудного значения в  $\sqrt{2}$  раз. Такое же соотношение справедливо для действующих значений синусоидального напряжения и ЭДС:  $U = U_m / \sqrt{2} = 0,707 U_m$  и  $E = E_m / \sqrt{2} = 0,707 E_m$ . Действующие значения обозначаются буквами без подстрочных индексов и указываются на шкалах электроизмерительных приборов (амперметров и вольтметров электромагнитной, электродинамической систем). Следовательно, если амперметр переменного тока показывает 10 А, а вольтметр — 220 В, то максимальное значение тока в цепи  $I_m = \sqrt{2} \cdot 10 = 14,1$  А, а максимальное значение напряжения  $U_m = \sqrt{2} \cdot 220 = 310$  В.

**Пример 10.1.** Определить действующее значение тока, график которого показан на рис. 106

Решение. Количество теплоты, выделенное током  $i$  в сопротивлении  $r$  за время  $t_1$ ,  $Q = i^2 r t_1$ . Такое же количество теплоты выделит постоянный ток  $I$ , равный действующему значению переменного тока, т. е.  $Q = I^2 r T$ . Приравнявая выражения  $Q$ , получим  $i^2 r t_1 = I^2 r T$  или  $i^2 t_1 = I^2 T$ , откуда действующее значение тока



$$\begin{aligned} I &= \sqrt{i^2 t_1 / T} = i \sqrt{t_1 / T} = 3 \sqrt{0,1 / 0,3} = \\ &= 3 / \sqrt{3} = 1,73 \text{ А} \end{aligned}$$

Рис. 10.6

**2. Среднее значение переменного тока.** При анализе работы различных выпрямителей, электрических машин и т. д. пользуются средними значениями изменяющихся величин: тока  $I_{\text{ср}}$ , напряжения  $U_{\text{ср}}$ , ЭДС  $E_{\text{ср}}$ . Среднее арифметическое значение из всех мгновенных значений положительной полуволны называется *средним значением синусоидального тока за полупериод*. Оно равно отношению количества электричества, которое перемещается через поперечное сечение проводника за положительный полупериод, к продолжительности этого полупериода. Таким образом,

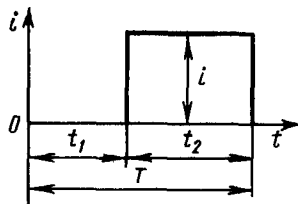


Рис. 10.7

$$I_{\text{ср}} = \frac{\int_0^{T/2} i dt}{T/2} = (2/T) \int_0^{T/2} I_m \sin \omega t dt = [2/(\omega T)] \int_0^{T/2} I_m \times \\ \times \sin \omega t d(\omega t) = [-2I_m/(\omega T)] \Big|_{\cos \omega t}^{\omega t} = 2I_m/\pi \approx 0,637I_m.$$

Среднее за полупериод значение синусоидального напряжения  $U_{\text{ср}} = 0,637U_m$  и ЭДС  $E_{\text{ср}} = 0,637E_m$ . За один период синусоидальный ток дважды меняет направление. В течение первой половины периода определенное количество электричества перемещается по проводнику в одном направлении, а в течение второй это же количество электричества перемещается в обратном направлении. Следовательно, количество электричества, прошедшее через поперечное сечение проводника, и среднее значение синусоидального тока за период равны нулю.

**3. Коэффициенты формы и амплитуды.** Отношение действующего значения переменного тока (напряжения или ЭДС) к среднему значению называется *коэффициентом формы*  $k_{\text{ф}} = I/I_{\text{ср}}$ , а отношение амплитудного значения к действующему — *коэффициентом амплитуды*  $k_a = I_m/I$ . Для синусоидального тока  $k_{\text{ф}} = I/I_{\text{ср}} = 0,707I_m/(0,637I_m) = 1,11$ , а  $k_a = I_m/I = I_m/(0,707I_m) = 1,41$ . Для кривых, имеющих более острую форму, чем синусоида, и  $k_{\text{ф}} > 1,11$  и  $k_a > 1,41$ .

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 10.2.

Контрольная карта 10.2

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите																									
					части	параграф																								
1	<p>Определить действующее значение переменного тока, график которого показан на рис. 10.7. Время <math>t_1</math>, <math>t_2</math> и ток <math>i</math> указаны в таблице вариантов</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Значения</th> <th colspan="4">Варианты</th> </tr> <tr> <th>1-й</th> <th>2-й</th> <th>3-й</th> <th>4-й</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>t_1</math>, с</td> <td>0,4</td> <td>0,1</td> <td>0,2</td> <td>0,3</td> </tr> <tr> <td><math>t_2</math>, с</td> <td>0,2</td> <td>0,3</td> <td>0,2</td> <td>0,1</td> </tr> <tr> <td><math>i</math>, А</td> <td>3</td> <td>3</td> <td>1,41</td> <td>3</td> </tr> </tbody> </table>	Значения	Варианты				1-й	2-й	3-й	4-й	$t_1$ , с	0,4	0,1	0,2	0,3	$t_2$ , с	0,2	0,3	0,2	0,1	$i$ , А	3	3	1,41	3	<p>1 А 1,73 А 2,6 А 1,5 А</p>		<p>583 602 610 628</p>	<p>1</p>	<p>10.3</p>
			Значения	Варианты																										
		1-й		2-й	3-й	4-й																								
$t_1$ , с	0,4	0,1	0,2	0,3																										
$t_2$ , с	0,2	0,3	0,2	0,1																										
$i$ , А	3	3	1,41	3																										
2	<p>Магнитный поток внутри катушки с числом витков <math>w = 500</math> меняется синусоидально. Амплитуда магнитного потока <math>\Phi_m = 0,002</math> Вб, частота <math>f = 50</math> Гц. Определить действующее значение индуцированной в катушке ЭДС</p>	<p>314 В 10 В 222 В</p> <p>Определить нельзя, так как неизвестна скорость изменения потока</p>	<p>635 649 664 681</p>	<p>4 1</p>	<p>9.1 10.3</p>																									
3	<p>Определить среднее значение переменного тока за один период (рис. 10.7). Время <math>t_1</math>, <math>t_2</math> и ток <math>i</math> указаны в задании 1</p>	<p>0,75 А 2,25 А 1 А 0,707 А</p>		<p>714 731 751 752</p>	<p>2</p>	<p>10.3</p>																								
4	<p>Можно ли по показанию амперметра переменного тока определить среднее значение синусоидального тока за половину периода?</p>	<p>Можно, если известен коэффициент формы Нельзя Можно, если известно максимальное значение тока</p>		<p>771  794 825</p>	<p>1,2</p>	<p>10.3</p>																								
5	<p>Полуволна переменного напряжения представляет собой равнобедренный треугольник. Высота треугольника, выражающая амплитуду напряжения, равна основанию треугольника. Для заданной кривой определить произведение коэффициентов <math>k_a</math> <math>k_\phi</math></p>	<p><math>\sqrt{2}</math> Определить нельзя, так как отсутствуют числовые данные</p> <p>2</p>		<p>839 855  555</p>	<p>3</p>	<p>10.3</p>																								

## § 10.4. Фаза. Разность фаз

1. **Построение синусоидальной кривой.** В § 10.2 было выведено уравнение синусоидального тока:  $i = I_m \sin \alpha = I_m \sin \omega t$ , где  $I_m$  — амплитудное значение тока;  $\omega$  — угловая частота. В этом уравнении переменная величина  $\omega t$  обозначает некоторый угол в радианах или градусах, который непрерывно возрастает пропорционально времени  $t$ . При увеличении угла  $\omega t$  меняется мгновенное значение тока  $I_m$ . Пусть амплитудное значение синусоидального тока  $I_m = 10$  А. Определим мгновенные значения этого тока при следующих значениях угла  $\omega t$ : 0, 30, 60, 90° и т. д. При  $\omega t = 0$   $i = 10 \sin 0^\circ$ , при  $\omega t = 30^\circ$   $i = 10 \sin 30^\circ = 5$  А.

Аналогично определяют мгновенные значения тока при других значениях угла  $\omega t$ . По результатам расчетов, сведенных в табл. 10.1, построен график данного синусоидального тока (рис. 10.8). Обратите внимание на то, что ток  $i$  достигает значения  $0,5I_m$  при угле 30°;  $0,86I_m$  — при угле 60°;  $I_m$  — при угле 90°.

2. **Начальная фаза синусоидальной величины.** На рис. 10.8 начало координат совпадает с началом периода (синусоиды). Момент времени, в который синусоидальная величина (ток, напряжения, ЭДС) равна нулю и переходит от отрицательных значений к положительным, называется *началом периода*. Если в момент начала отсчета времени синусоидальный ток не равен нулю, то его уравнение принимает вид  $i = I_m \sin(\omega t + \psi)$ . Аргумент синуса  $\omega t + \psi$ , выражаемый в радианах или градусах, называется *фазным углом* или *фазой*. Угол  $\psi$  определяет смещение синусоиды относительно начала координат и называется *начальной фазой*. Если  $t = 0$ , то  $i = I_m \sin \psi$ . Следовательно, начальная фаза — это электрический угол, определяющий синусоидальный ток (напряжение или ЭДС) в начальный момент времени (при  $t = 0$ ). Начальная фаза  $\psi$  отсчитывается по оси  $\omega t$  от начала синусоиды до начала координат. Поэтому при  $\psi > 0$  начало синусоиды сдвинуто влево, а при  $\psi < 0$  — вправо относительно начала координат. Общие выражения синусоидального напряжения и ЭДС имеют вид

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_1), \quad e = E_m \sin(\omega t + \psi_2).$$

3. **Угол и время сдвига фаз синусоидальных величин.** На рис. 10.9 представлены графики синусоидального напряжения и тока с различными начальными фазами  $\psi_1$  и  $\psi_2$ :  $u = U_m \sin(\omega t + \psi_1)$ ,  $i = I_m \sin(\omega t + \psi_2)$ . Разность начальных фаз двух синусоидальных величин одной частоты называется углом сдвига фаз. В данном случае угол сдвига фаз напряжения  $u$  и тока  $i$   $\varphi = \psi_1 - \psi_2$ . Разделив угол сдвига

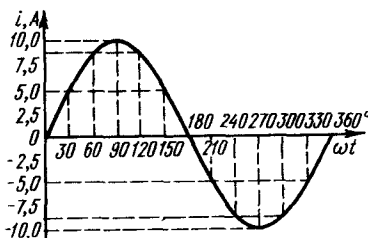


Рис. 10.8

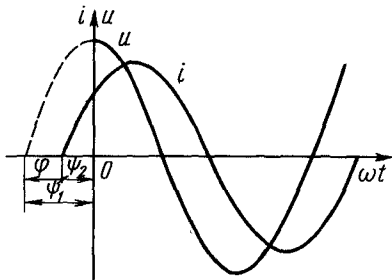


Рис. 10.9

фаз на угловую частоту, получим *время сдвига*, на которое одна синусоидальная величина опережает другую:  $t = \varphi / \omega = \varphi / (2\pi f)$ . При наличии угла сдвига фаз одна из синусоидальных величин, у которой начало периода или положительная амплитуда достигается раньше, называется опережающей по фазе, а другая, у которой те же значения достигаются позже, — отстающей по фазе. На рис. 10.9 напряжение  $u$  опережает по фазе ток  $i$  на угол  $\varphi$ . Синусоидальные величины одной частоты совпадают по фазе, если они имеют одинаковые начальные фазы. В этом случае угол сдвига фаз  $\varphi = 0$  и обе синусоиды достигают нулевых и положительных амплитудных значений одновременно. При угле сдвига фаз  $\varphi = \pm\pi$  синусоидальные величины одной частоты изменяются в противофазе.

Таблица 10.1

$\omega t$ , град	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360
$i$ , А	0	5	8,6	10	8,6	5	0	-5	-8,6	-10	-8,6	-5	0

**Пример 10.2.** Синусоидальные напряжения и ток изменяются по уравнениям  $u = U_m \sin(\omega t + 20^\circ)$ ,  $i = I_m \sin(\omega t - 10^\circ)$ . Частота  $f = 50$  Гц. Определить время сдвига напряжения  $u$  и тока  $i$ .

**Решение.** Угол сдвига фаз напряжения и тока,  $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 20^\circ - -(-10^\circ) = 30^\circ = \pi/6$ , а время сдвига  $t = \varphi / \omega = \pi / (6 \cdot 2\pi \cdot 50) = 1/600$  с.

## § 10.5. Векторная диаграмма

Расчет цепей переменного тока облегчается, если изображать синусоидально изменяющиеся токи, напряжения, ЭДС вращающимися векторами. Пусть требуется изобразить вращающимся вектором синусоидальный ток  $i = I_m \sin(\omega t + \psi)$ . Для этого возьмем прямоугольную систему координат  $xOy$  (рис. 10.10). Из начала координат  $O$  под углом  $\psi$  проведем вектор  $I_m$ , длина которого в выбранном масштабе равна амплитудному значению тока  $I_m$ . Если вектор  $I_m$  вращать против движения часовой стрелки с угловой скоростью  $\omega = 2\pi f$ , то его проекция на ось ординат будет изменяться по синусоидальному закону. Предположим, что за время  $t$

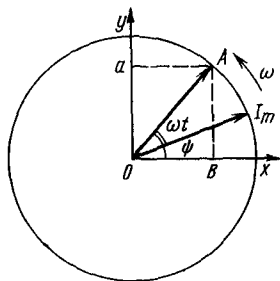


Рис. 10.10



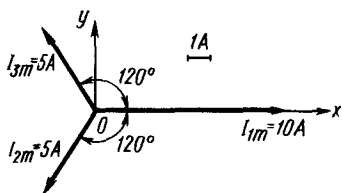


Рис. 10.11

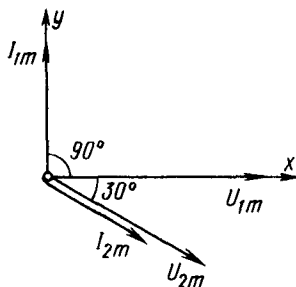


Рис. 10.12

вектор повернется на угол  $\omega t$ . Тогда проекция вектора на ось ординат  $Oa = AB = I_m \sin(\omega t + \psi)$ . Значит, отрезок  $Oa$  соответствует мгновенному значению переменного тока, причем одному обороту вектора  $I_m$  будет соответствовать полный цикл изменений синусоидального тока.

Совокупность векторов, изображающих на одном чертеже несколько синусоидальных величин одной частоты, называется *векторной диаграммой*. Векторы, изображенные на такой диаграмме, имеют одинаковую угловую частоту  $\omega$ . Поэтому их взаимное расположение на чертеже не меняется. Следовательно, при построении векторных диаграмм один вектор можно направить произвольно, а остальные расположить по отношению к первому под углами, равными соответствующим углам сдвига фаз, и оси координат не чертить. В большинстве случаев векторные диаграммы цепей переменного тока служат для определения соотношений между действующими значениями напряжений и токов. Поэтому диаграммы обычно строят не для амплитудных значений, а для действующих, что обуславливает лишь уменьшение длины векторов в  $\sqrt{2}$  раз.

**Пример 10.3.** Построить векторную диаграмму синусоидальных токов:  $i_1 = 10 \sin \omega t$ ;  $i_2 = 5 \sin(\omega t - 120^\circ)$ ;  $i_3 = 5 \sin(\omega t + 120^\circ)$ .

**Решение.** Начальная фаза тока  $i_1 = 10 \sin \omega t$  равна нулю. На векторной диаграмме этот ток изображается вектором  $I_{1m}$ , совпадающим с положительным направлением оси абсцисс (рис. 10.11). Ток  $i_2 = 5 \sin(\omega t - 120^\circ)$ . Поэтому вектор  $I_{2m}$  повернут относительно вектора  $I_{1m}$  по ходу часовой стрелки на  $120^\circ$ . Ток  $i_3 = 5 \sin(\omega t + 120^\circ)$  опережает по фазе ток  $i_1$  на  $120^\circ$ , его начальная фаза равна  $120^\circ$ . Длины векторов  $I_{1m}$ ,  $I_{2m}$ ,  $I_{3m}$  в выбранном масштабе выражают максимальные значения токов.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 10.3.

Контрольная карта 10.3

Номер задания	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите						
					части	параграф					
1	Построить график синусоидального тока $i = 10 \sin \times (\omega t + \psi)$ . Угол $\psi$ дан в таблице вариантов. Определить мгновенное значение тока $i$ для момента времени $t = 0,001$ с. Частота $f = 50$ Гц	- 6,69 А 5 А 3,09 А 9,78 А		584 593 613 619	1,2	10.4					
							Значение	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
ψ, град	0	60	- 60	12							
2	Известны уравнения синусоидальных тока и напряжения: $u = 310 \sin (\omega t - 20^\circ)$ , $i = 10 \cdot \sin (\omega t + 30^\circ)$ . Какое из приведенных справа утверждений правильно?	Напряжение опережает ток на угол $50^\circ$ Ток отстает от напряжения на угол $50^\circ$ Ток опережает напряжение на угол $50^\circ$		637  651  683	3	10.4					
3	На рис. 10.12 дана векторная диаграмма нескольких синусоидальных величин для момента времени $t = 0$ . Укажите правильное выражение тока $i_1$ и напряжения $u_1$	$i_1 = I_{1m} \sin (\omega t - 90^\circ)$ $u_1 = U_{1m} \sin \omega t$ $i_1 = I_{1m} \sin \omega t$ $u_1 = U_{1m} \sin \omega t$ $i_1 = I_{1m} \sin (\omega t + 90^\circ)$ $u_1 = U_{1m} \sin \omega t$		753  772  796		10.5					
4	По данным задания 2 определить время сдвига напряжения $u_n$ относительно тока $i$	1/1800 с 1/360 с 1/900 с 1/600 с		695 715 733 736	3	10.4					
5	Укажите правильное выражение синусоидального напряжения $u_2$ и тока $i_2$ . Векторная диаграмма этих величин представлена на рис. 10.12	$u_2 = U_{2m} \sin (\omega t - 30^\circ)$ $i_2 = I_{2m} \sin (\omega t - 30^\circ)$ $u_2 = U_{2m} \sin (\omega t - 30^\circ)$ $i_2 = I_{2m} \sin \omega t$ $u_2 = U_{2m} \sin (\omega t + 30^\circ)$ $i_2 = I_{2m} \sin (\omega t + 30^\circ)$		826  840  856		10.5					

## § 10.6. Сложение и вычитание синусоидальных величин

1. Сложение и вычитание синусоидальных величин на временной диаграмме. При расчете электрических цепей переменного тока приходится складывать и вычитать синусоидальные токи, напряжения или ЭДС. Рассмотрим следующий числовой пример. Пусть два приемника энергии соединены параллельно. Ток первого  $i_1 = 10 \sin \omega t$ , а второго  $i_2 = 10 \sin(\omega t + 90^\circ)$ . Действующие значения этих токов:  $I_1 = I_{1m}/\sqrt{2} = 7,07$  А и  $I_2 = I_{2m}/\sqrt{2} = 7,07$  А. Требуется написать уравнение тока  $i$  в неразветвленной части цепи и вычислить его действующее значение. По первому закону Кирхгофа,  $i = i_1 + i_2$ . Мгновенные значения токов  $i_1$ ,  $i_2$  и  $i$  зависят от электрического угла  $\omega t$ . При  $\omega t = 0$   $i_1 = 10 \sin 0^\circ = 0$ ,  $i_2 = 10 \sin 90^\circ = 10$  А,  $i = i_1 + i_2 = 0 + 10 = 10$  А.

При  $\omega t = 30^\circ$   $i_1 = 10 \sin 30^\circ = 5$  А,  $i_2 = 10 \sin 120^\circ = 8,6$  А,  $i = 5 + 8,6 = 13,6$  А. Аналогично определяют токи  $i_1$ ,  $i_2$  и  $i$  при других значениях угла  $\omega t$ . По мгновенным значениям (табл. 10.2) построены графики токов  $i_1$ ,  $i_2$  и  $i$  (рис. 10.13). Из графиков видно, что ток  $i$ , как и токи  $i_1$  и  $i_2$ , изменяется по синусоидальному закону с той же частотой.

Таблица 10.2

$\omega t$ , град	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360
$i_1$ , А	0	5	8,6	10	8,6	5	0	-5	-8,6	-10	-8,6	-5	0
$i_2$ , А	10	8,6	5	0	-5	-8,6	-10	-8,6	-5	0	5	8,6	10
$i$ , А	10	13,6	13,6	10	3,6	-3,6	-10	-13,6	-13,6	-10	-3,6	3,6	10

Его амплитудное значение  $I_m = 14,1$  А, а начальная фаза  $\psi = 45^\circ$ . Поэтому мгновенное значение тока  $i = 14,1 \sin(\omega t + 45^\circ)$ , а его действующее значение  $I = I_m/\sqrt{2} = 14,1/\sqrt{2} = 10$  А. Таким образом, на временной диаграмме складываются (или вычитаются) мгновенные значения синусоидальных величин (токов, напряжений или ЭДС). При этом получается синусоидальная величина той же частоты, что и ее составляющие.

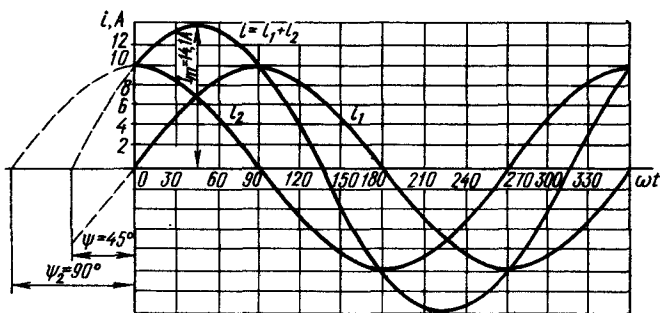


Рис. 10.13

**Пример 10.4.** Два генератора соединены последовательно и их ЭДС  $e_1 = 310 \sin \omega t$ ,  $e_2 = 155 \sin \omega t$ . Написать уравнение суммарной ЭДС  $e = e_1 + e_2$  и определить показание вольтметра на зажимах каждого генератора и всей цепи.

**Решение.** ЭДС  $e_1$  и  $e_2$  совпадают по фазе, т. е. одновременно достигают нулевых и амплитудных значений (рис. 10.14). В этом случае амплитуда результирующей ЭДС  $E_m = E_{1m} + E_{2m} = 310 + 155 = 465$  В, а начальная фаза  $\psi = \psi_1 = \psi_2 = 0$ . Поэтому суммарная ЭДС  $e = 465 \sin \omega t$ . Действующие значения ЭДС:  $E_1 = E_{1m}/\sqrt{2} = 310/\sqrt{2} = 220$  В,  $E_2 = E_{2m}/\sqrt{2} = 155/\sqrt{2} = 110$  В,  $E = E_m/\sqrt{2} = 465/\sqrt{2} = 330$  В. Эти значения ЭДС измеряются вольтметром переменного тока.

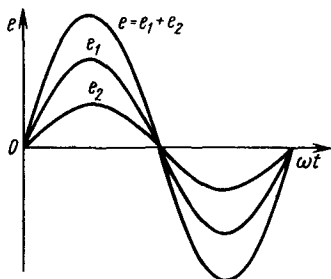


Рис. 10.14

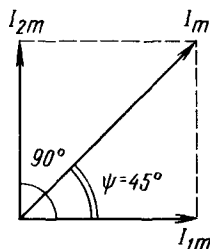


Рис. 10.15

**2. Сложение и вычитание синусоидальных величин на векторной диаграмме.** Рассмотрим, как осуществляется сложение тех же синусоидальных токов  $i_1$  и  $i_2$  на векторной диаграмме (рис. 10.15). Ток  $i_2$  опережает по фазе ток  $i_1$  на  $90^\circ$ . Поэтому вектор  $I_{2m}$  повернут относительно вектора  $I_{1m}$  на  $90^\circ$  против движения часовой стрелки. Сложив по правилу параллелограмма векторы  $I_{1m}$  и  $I_{2m}$ , получим вектор  $I_m$ , изображающий общий синусоидальный ток. Его максимальное значение  $I_m = \sqrt{I_{1m}^2 + I_{2m}^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14,1$  А, а тангенс начального фазового угла  $\operatorname{tg} \psi = I_{2m}/I_{1m} = 10/10 = 1$ . Значит,  $\psi = 45^\circ$ . Такой же результат был получен при сложении токов на временной диаграмме. Однако на векторной диаграмме операции сложения выполняются проще. Таким образом, на векторной диаграмме производится сложение векторов, изображающих амплитудные (или действующие) значения синусоидальных величин (токов, напряжений или ЭДС).

**Пример 10.5.** Построить векторную диаграмму ЭДС  $e_1 = 30 \sin(\omega t - 90^\circ)$ ,  $e_2 = 40 \sin \omega t$ . Определить максимальное и действующее значения суммарной ЭДС.

**Решение.** ЭДС  $e_1 = 30 \sin(\omega t - 90^\circ)$  отстает по фазе от  $e_2 = 40 \sin \omega t$  на  $90^\circ$ . Поэтому на векторной диаграмме (рис. 10.16) вектор  $E_{1m}$  повернут относительно вектора  $E_{2m}$  на  $90^\circ$  по ходу часовой стрелки. Амплитуда суммарной ЭДС  $E_m = \sqrt{E_{1m}^2 + E_{2m}^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50$  В, а ее действующее значение  $E = E_m/\sqrt{2} = 50/\sqrt{2} = 35,4$  В.

Если нужно сложить не два, а большее число синусоидальных токов, то удобно пользоваться правилом многоугольника. По этому правилу векторы переносятся параллельно самим себе так, чтобы начало второго вектора совпадало с концом первого, начало третьего — с концом второго и т. д. (рис. 10.17). Затем из

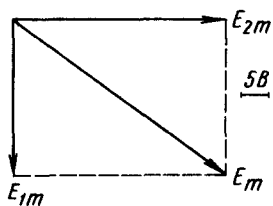


Рис. 10.16

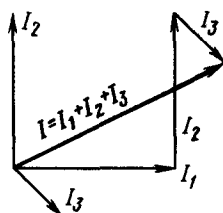


Рис. 10.17

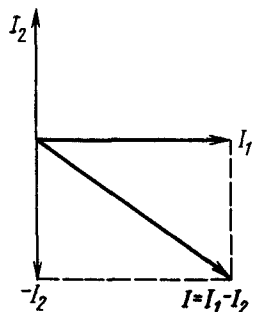


Рис. 10.18

начала первого вектора в конец последнего проводят замыкающий вектор, изображающий суммарный синусоидальный ток. Для того чтобы из одного вектора вычесть другой, необходимо к первому прибавить второй, но взятый с обратным знаком. Изменение знака вектора означает поворот его на  $\pm 180^\circ$ . На рис. 10.18 векторы  $I_2$  и  $-I_2$  — равны по абсолютной величине, но сдвинуты на угол  $180^\circ$ . Геометрическая сумма векторов  $I_1$  и  $-I_2$  выразится новым вектором:  $I = I_1 + (-I_2) = I_1 - I_2$ . Приведенные положения о геометрическом сложении и вычитании векторов синусоидальных токов одной частоты справедливы и для других синусоидально изменяющихся величин (напряжений и ЭДС).

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 10.4.

Контрольная карта 10.4

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консул- таций	При непра- вильном ответе повторите	
					части	пара- граф
1	Мгновенные значения двух переменных токов заданы уравнениями $i_1 = 10 \times \sin(\omega t + 20^\circ)$ , $i_2 = 5 \sin \times (\omega t - 5^\circ)$ . Определить суммарный ток для момента времени $t = 0,001$ с. Частота $f = 50$ Гц	15 А 3,83 А 7,28 А 10,6 А		572 585 590 612	1	10.6
2	Даны два синусоидальных напряжения: $u_1 = 100 \sin \omega t$ и $u_2 = 30 \sin(\omega t - 180^\circ)$ . По какому уравнению изменяется напряжение $u = u_1 + u_2$ ?	$u = 130 \sin(\omega t + 90^\circ)$ $u = 130 \sin(\omega t - 90^\circ)$ $u = 70 \sin(\omega t - 90^\circ)$ $u = 70 \sin \omega t$		618 652 665 684	1.2	10.6

Продолжение контрольной карты 10.4

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите						
					части	параграф					
3	<p>Два источника переменного напряжения соединены последовательно. Действующее значение напряжений: первого — <math>U_1</math>, второго — <math>U_2</math> и общего — <math>U</math>. Определить угол сдвига фаз между напряжениями источников</p>	<p>180° 90° 0°</p>		<p>696 716 718</p>	2	10.6					
							Значения	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
<p><math>U_1, В</math> <math>U_2, В</math> <math>U, В</math></p>	<p>50 50 70,6</p>	<p>30 40 10</p>	<p>30 50 80</p>	<p>12 12 16,9</p>							
4	<p>Действующие значения синусоидальных токов <math>I_1 = 4 А</math>, <math>I_2 = 5 А</math>, <math>I_3 = 6 А</math>. В каком случае действующее значение суммарного тока <math>I = 15 А</math>?</p>	<p>Если все токи имеют одинаковую частоту Если все токи имеют одинаковые начальные фазы и частоту Если все токи имеют одинаковые начальные фазы</p>		<p>735 755 773</p>	2	10.6					
5	<p>Действующие значения синусоидальных токов <math>I_1 = 4 А</math>, <math>I_2 = 3 А</math>. В каком случае геометрическая разность этих токов равна 7 А?</p>	<p>Если угол сдвига фаз токов равен нулю Если угол сдвига фаз токов равен 90° Если угол сдвига фаз токов равен 180°</p>		<p>809 827 841</p>	2	10.6					

**ЗАДАЧИ К ГЛАВЕ 10**

10.1. Определить мгновенное значение синусоидального тока  $i = I_m \sin \omega t$  в момент времени  $t = 1$  мс, если  $I_m = 15 А$ , а  $f = 50$  Гц.

Ответ: 4,63 А.

10.2. Якорь гидрогенератора, имеющего 48 пар полюсов, вращается с частотой 62,5 об/мин. На какой угол повернется якорь генератора в пространстве в течение половины периода?

Ответ:  $3,75^\circ$ .

10.3. Полувольтна переменного напряжения представляет собой равнобокую трапецию (рис. 10.19). Определить среднее значение этого напряжения за полупериод, если его амплитудное значение 120 В.

Ответ: 80 В.

10.4. Определить показания амперметров  $A_1$  (магнитоэлектрической системы) и  $A_2$  (электромагнитной системы), включенных в диагональ выпрямительного моста (рис. 10.20, а), если амплитуда синусоидального тока приемника  $I_m = 20$  А.

Решение. При включении амперметров в диагональ выпрямительного моста через них в течение периода проходят две полуволны тока одного направления (рис. 10.20, б). Среднее значение выпрямленного тока при двухполупериодном выпрямлении

$$I_{cp} = 0,637 I_m = 0,637 \cdot 20 = 12,74 \text{ А.}$$

Это значение тока покажет амперметр магнитоэлектрической системы. Показание амперметра электромагнитной системы определяется действующим значением тока

$$I = 0,707 I_m = 0,707 \cdot 20 = 14,14 \text{ А.}$$

10.5. Синусоидальный ток имеет амплитуду  $I_m = 10$  А, частоту  $f = 50$  Гц и начальную фазу  $\psi = 30^\circ$ . Составить уравнение тока и определить его мгновенные значения:  $i_0$  при  $\omega t = 0$ ,  $i_1$  при  $\omega t = 30^\circ$  и  $i_2$  при  $\omega t = 60^\circ$ .

Ответ:  $i = 10 \sin(314t + 30^\circ)$ ,  $i_0 = 5$  А,  $i_1 = 8,66$  А,  $i_2 = 10$  А.

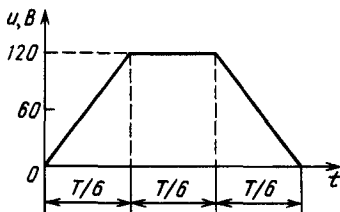


Рис. 10.19

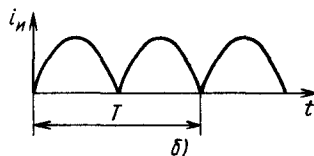
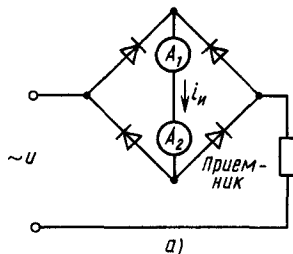


Рис. 10.20

10.6. На рис. 10.21 изображен график синусоидального тока. Определить по графику угловую частоту, начальную фазу тока и составить его уравнение.

Ответ:  $\omega = 314$  рад/с,  $\psi = -72^\circ$ ,  $i = 3 \sin(314t - 72^\circ)$ .

10.7. Два источника переменного тока с ЭДС  $e_1 = 310 \sin(\omega t + 30^\circ)$  В и  $e_2 = 310 \sin(\omega t + 60^\circ)$  В соединены последовательно. Определить результирующую ЭДС.

Решение. Из векторной диаграммы ЭДС (рис. 10.22) следует, что амплитуда результирующей ЭДС

$$\begin{aligned} E_m &= \sqrt{(OM)^2 + (BM)^2} = \sqrt{(BH + OL)^2 + (BH + BL)^2} = \\ &= \sqrt{(E_{1m} \cos \psi_1 + E_{2m} \cos \psi_2)^2 + (E_{1m} \sin \psi_1 + E_{2m} \sin \psi_2)^2} = \\ &= \sqrt{(310 \cos 30^\circ + 310 \cos 60^\circ)^2 + (310 \sin 30^\circ + 310 \sin 60^\circ)^2} = 598 \text{ В.} \end{aligned}$$

Тангенс начальной фазы результирующей ЭДС

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{BM}{OM} = \frac{E_{1m} \sin \psi_1 + E_{2m} \sin \psi_2}{E_{1m} \cos \psi_1 + E_{2m} \cos \psi_2} = \frac{310 \sin 30^\circ + 310 \sin 60^\circ}{310 \cos 30^\circ + 310 \cos 60^\circ} = 1.$$

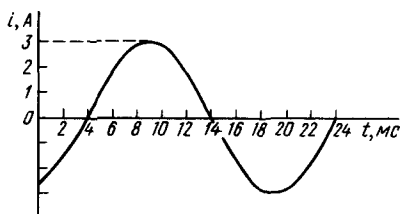


Рис. 10.21

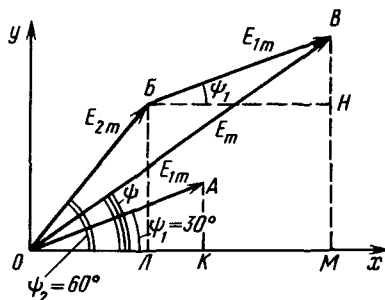


Рис. 10.22

Начальная фаза  $\psi = 45^\circ$ , результирующая ЭДС

$$e = 598 \sin(\omega t + 45^\circ).$$

10.8. Синусоидальное напряжение первого источника  $u_1 = 200 \sin(\omega t + 10^\circ)$  В, второго источника  $u_2 = 300 \sin(\omega t - 35^\circ)$  В. Определить действующее значение напряжения  $u = u_1 + u_2$ .

Ответ:  $U = 328$  В.

10.9. Мгновенные значения двух переменных токов заданы уравнениями  $i_1 = 3 \sin \omega t$  А,  $i_2 = 4 \sin(\omega t - 90^\circ)$  А. Найти выражение тока  $i = i_1 + i_2$ .

Ответ:  $i = 5 \sin(\omega t - 53^\circ 8')$  А.

10.10. В трехфазной цепи переменные фазные токи заданы уравнениями

$$i_A = 15 \sin \omega t, \quad i_B = 10 \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right), \quad i_C = 10 \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right).$$

Написать аналитическое выражение тока в нейтральном проводе:

$$i_N = i_A + i_B + i_C.$$

Ответ:  $i_N = 5 \sin \omega t$ .

## Глава 11

### ЭЛЕМЕНТЫ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

### С СОПРОТИВЛЕНИЕМ, ИНДУКТИВНОСТЬЮ И ЕМКОСТЬЮ

#### § 11.1. Цепь с сопротивлением

1. Уравнения и графики тока и напряжения. Векторная диаграмма. Электрическая цепь переменного тока характеризуется тремя параметрами: активным сопротивлением  $r$ , индуктивностью  $L$  и емкостью  $C$ . Они влияют на значение и начальную фазу переменного тока, возникающего в цепи при переменном напряжении. В элементах цепи, имеющих активное сопротивление, электрическая энергия преобразуется в теплоту. В элементах же цепи с индуктивностью и емкостью энергия в виде теплоты не выделяется, а периодически накапливается в магнитном и электрическом полях, а затем возвращается к источнику электроэнергии. Такие элементы цепи называют *реактивными*. Влияние этих элементов на переменный ток учитывается так называемыми *реактивными сопротивлениями*.



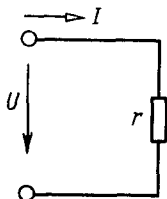


Рис. 11.1

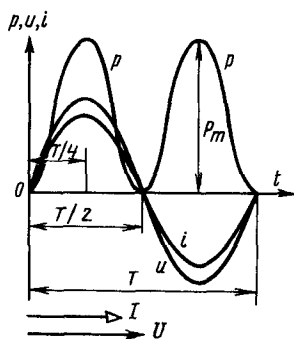


Рис. 11.2

Электрическая цепь переменного тока имеет три параметра:  $r$ ,  $L$  и  $C$ . Однако некоторыми из них можно в ряде случаев пренебречь. Например, лампы накаливания, резисторы, нагревательные приборы обычно характеризуются только активным сопротивлением  $r$ , ненагруженные трансформаторы — индуктивностью  $L$ , а кабельные линии без нагрузки — емкостью  $C$ . Пусть цепь с некоторым сопротивлением  $r$  (рис. 11.1) подключена к источнику питания с синусоидально изменяющимся напряжением

$$u = U_m \sin \omega t, \quad (11.1)$$

где  $u$  — мгновенное значение напряжения;  $U_m$  — амплитудное значение напряжения;  $\omega t$  — фаза напряжения. По закону Ома, мгновенное значение тока в этой цепи

$$i = \frac{u}{r} = \frac{U_m \sin \omega t}{r} = I_m \sin \omega t, \quad (11.2)$$

где

$$U_m/r = I_m \quad (11.3)$$

$I_m$  — амплитудное значение тока. Из (11.1) и (11.2) видно, что синусоидальное напряжение и ток рассматриваемой цепи имеют одинаковые фазы. Следовательно, *напряжение и ток в цепи с активным сопротивлением совпадают по фазе* ( $\varphi = 0$ ). Графики напряжения и тока и векторная диаграмма цепи с сопротивлением показаны на рис. 11.2. Отметим, что на рис. 11.1 стрелками указаны положительные направления напряжения и тока в цепи. Истинное направление напряжения и тока совпадает с положительным направлением, когда  $i > 0$  и  $u > 0$ , и противоположно ему, когда  $i < 0$  и  $u < 0$ .

**2. Закон Ома.** Если обе части (11.3) разделить на  $\sqrt{2}$ , то получим  $U_m/(\sqrt{2}r) = I_m/\sqrt{2}$  или

$$I = U/r. \quad (11.4)$$

Формула (11.4) является математическим выражением закона Ома для цепи с сопротивлением, которое ничем не отличается

от формулы для постоянного тока. Однако в (11.4) входят не постоянные, а действующие значения переменного тока и напряжения.

**Пример 11.1.** По цепи с сопротивлением  $r = 10$  Ом проходит синусоидальный ток  $i = 14,1 \sin \omega t$ . Определить действующее значение напряжения на сопротивлении.

**Решение.** Действующее значение переменного тока  $I = I_m / \sqrt{2} = 14,1 / \sqrt{2} = 10$  А. По закону Ома,  $U = Ir$ . Значит, действующее значение напряжения  $U = Ir = 10 \cdot 10 = 100$  В.

**3. Мгновенная и активная мощности.** Мгновенная мощность равна произведению мгновенного значения напряжения на мгновенное значение тока:

$$p = ui = U_m \sin \omega t I_m \sin \omega t = U_m I_m \sin^2 \omega t = \quad (11.5) \\ = U_m I_m \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} = \frac{U_m I_m}{2} - \frac{U_m I_m}{2} \cos 2\omega t = UI - UI \cos 2\omega t.$$

На рис. 11.2 показан график мгновенной мощности  $p$ . При  $t = 0$   $i = 0$ ,  $u = 0$  и  $p = 0$ . В первую половину периода с увеличением напряжения и тока увеличивается и мощность  $p$ . Достигнув амплитудного значения  $U_m I_m$ , мгновенная мощность уменьшается до нуля. Во вторую половину периода напряжение и ток отрицательны, но мощность по-прежнему положительна, так как перемножение двух отрицательных величин дает положительную:  $p = (-u)(-i) = ui$ . Положительное значение мощности указывает на то, что цепь всегда потребляет энергию от источника, преобразуя ее в теплоту. Среднюю за период мощность называют *активной* и обозначают  $P$ . Согласно (11.5), мгновенная мощность состоит из двух слагаемых. Среднее за период значение переменной составляющей  $UI \cos 2\omega t$ , как и любой гармонической функции, равно нулю. Поэтому активная мощность в цепи с активным сопротивлением равна постоянной слагаемой мгновенной мощности:

$$P = UI = I^2 r = U^2 / r. \quad (11.6)$$

Полученные формулы ничем не отличаются от формул для вычисления мощности в цепи постоянного тока. Единица активной мощности в СИ — ватт (Вт). Более крупные единицы: 1 МВт =  $10^6$  Вт, 1 кВт =  $10^3$  Вт.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 11.1.

Контрольная карта 11.1

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите		
					части	параграф	
1	К цепи с сопротивлением $r = 10$ Ом подведено синусоидальное напряжение $u = U_m \sin \omega t$ . При $\omega t = 30^\circ$ мгновенное значение тока $i = 15,5$ А. Определить амплитуду напряжения $U_m$	155 В 310 В 220 В		857 717 586	1	11.1	
2	Может ли напряжение на элементе с сопротивлением $r$ изменяться по уравнению $u = U_m \sin(\omega t - \pi/2)$ ?	Может Не может Может, если ток в этом сопротивлении $i = I_m \sin(\omega t - \pi/2)$ Может, если ток в этом сопротивлении $i = I_m \sin \omega t$		592 614 620  636	1	11.1	
3	Два реостата с сопротивлениями $r_1$ и $r_2$ , соединенные параллельно, находятся под синусоидальным напряжением $u = 100 \sin \omega t$ . Напишите уравнение тока $i = i_1 + i_2$	$i = 20 \sin \omega t$ $i = 10 \sin \omega t$ $i = 15 \sin \omega t$ $i = 30 \sin \omega t$		666 686 697 571	1,2	11.1	
	Значения	Варианты					
		1-й	2-й	3-й	4-й		
	$r_1$ , Ом $r_2$ , Ом	10 20	20 20	10 10	10 5		
4	К цепи сопротивлением $r$ подведено синусоидальное напряжение с амплитудой $U_m$ . Определить активную мощность цепи $P$	1500 Вт 500 Вт 2000 Вт 1000 Вт		719 737 756 774	2,3	11.1	
	Значения	Варианты					
		1-й	2-й	3-й	4-й		
	$r$ , Ом $U_m$ , В	10 141	10 200	20 141	20 200		

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите						
					часть	параграф					
5	В сеть с переменным напряжением $u = 141 \sin(\omega t + 30^\circ)$ включена группа ламп мощностью $P$ . Определить сопротивление ламп $r$	66,7 Ом 50 Ом 33,3 Ом 40 Ом		811 828 843 858	3	11.1					
							Значение	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
$P, \text{ Вт}$	200	150	250	300							

## § 11.2. Цепь с индуктивностью

1. Уравнения и графики тока. ЭДС самоиндукции и напряжения. Векторная диаграмма. Электрические машины переменного тока, трансформаторы, электромагниты, реле, контакторы и т. д. имеют обмотки (катушки). Любая катушка обладает некоторой индуктивностью  $L$ , сопротивлением  $r$  и емкостью  $C$ . В ряде случаев параметры  $r$  и  $C$  незначительны и практически не влияют на физические процессы в электрической цепи. Такие катушки близки к идеальной, у которой учитывается только индуктивность. Допустим, что по идеальной катушке индуктивностью  $L$  (рис. 11.3) проходит синусоидальный ток

$$i = I_m \sin \omega t, \quad (11.7)$$

создающий синусоидальный магнитный поток, который совпадает с ним по фазе (рис. 11.4). Потокосцепление цепи  $\Psi = Li = Li_m \sin \omega t = \Psi_m \sin \omega t$ , где  $\Psi_m = LI_m$  — амплитуда потокосцепления. Изменение потокосцепления вызывает ЭДС самоиндукции

$$e_L = -L \frac{di}{dt}. \quad (11.8)$$

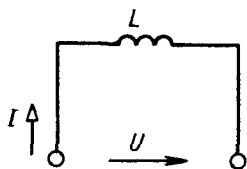


Рис. 11.3

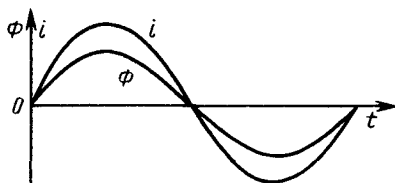


Рис. 11.4

Подставив в (11.8) выражение тока, получим

$$e_L = -L \frac{d(I_m \sin \omega t)}{dt} = -LI_m \omega \frac{d(\sin \omega t)}{d(\omega t)} = -LI_m \omega \cos \omega t = E_{Lm} \sin(\omega t - 90^\circ). \quad (11.9)$$

Максимальное значение ЭДС

$$E_{Lm} = LI_m \omega. \quad (11.10)$$

Из (11.9) видно, что ЭДС самоиндукции изменяется по синусоидальному закону и отстает от тока по фазе на  $90^\circ$ . Это можно объяснить следующим образом. Когда ток достигает максимума, скорость его изменения  $di/dt = 0$  и ЭДС самоиндукции  $e_L = -L \frac{di}{dt} = 0$ . В те моменты времени, когда ток равен нулю, скорость изменения тока  $di/dt$  и ЭДС самоиндукции  $e_L$  имеют максимальные значения. Направление ЭДС самоиндукции определяется по закону Ленца. В первую четверть периода, когда ток увеличивается (рис. 11.5, а), ЭДС самоиндукции направлена навстречу

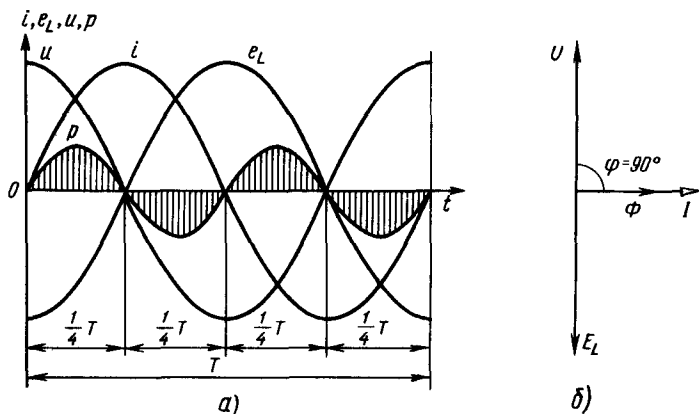


Рис 11.5

чу току. Поэтому ток и ЭДС самоиндукции на указанном отрезке времени имеют разные знаки. Во вторую четверть периода при уменьшении тока ЭДС самоиндукции имеет одинаковое с ним направление (и знак). Аналогично определяется знак ЭДС в третьей и четвертой четвертях периода. Теперь, когда выяснен закон изменения ЭДС самоиндукции, рассмотрим, как изменяется напряжение  $u$  и на зажимах катушки. Так как сопротивление катушки не учитывается, то можно считать, что приложенное напряжение уравнивается только ЭДС самоиндукции катушки. Следовательно, в каждый момент времени напряжение численно равно ЭДС и направлено противоположно ей:  $u = -e_L = -E_{Lm} \sin(\omega t - 90^\circ) = E_{Lm} \sin(\omega t + 90^\circ)$ . Сопоставление полученного уравнения напряжения с уравнением тока (11.7) пока-

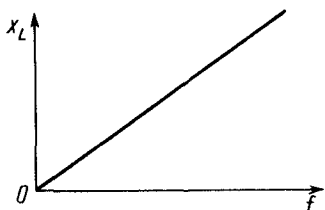


Рис. 11.6

зывает, что в цепи с индуктивностью напряжение опережает ток по фазе на  $90^\circ$ . Векторная диаграмма для цепи с индуктивностью показана на рис. 11.5, б.

## 2. Индуктивное сопротивление.

Максимальное напряжение на зажимах катушки равно максимальной ЭДС самоиндукции. Согласно (11.10),  $E_{Lm} = U_m = LI_m\omega$ . Отсюда максимальный

ток  $I_m = U_m / (\omega L)$ ; если обе части полученного равенства разделить на  $\sqrt{2}$ , то получим

$$I_m / \sqrt{2} = U_m / (\sqrt{2}\omega L) \text{ или } I = U / (\omega L). \quad (11.11)$$

Формула (11.11) аналогична формуле Ома и составлена для действующих значений переменного тока и напряжения. Произведение  $\omega L$  имеет размерность сопротивления (Ом), называется *реактивным сопротивлением индуктивности* или *индуктивным сопротивлением* (обозначается  $x_L$ ) и вычисляется по формуле

$$x_L = \omega L = 2\pi fL. \quad (11.12)$$

Индуктивное сопротивление характеризует влияние ЭДС самоиндукции на ток в цепи и прямо пропорционально частоте переменного тока (рис. 11.6). Для постоянного тока  $f = 0$  и  $x_L = 0$ .

**Пример 11.2.** В сеть с действующим значением напряжения  $U = 120$  В и частотой  $f = 50$  Гц включена катушка с индуктивностью  $L = 0,127$  Гн и ничтожным активным сопротивлением. Определить ток катушки  $I$ .

**Решение.** Индуктивное сопротивление катушки  $x_L = 2\pi fL = 2 \cdot 3,14 \times 50 \cdot 0,127 = 40$  Ом. Ток катушки  $I = U/x_L = 120/40 = 3$  А.

**3. Мгновенная и реактивная мощности.** Ранее было установлено, что ток в катушке индуктивности отстает по фазе от напряжения на  $90^\circ$  (рис. 11.5, а). При  $t = 0$  напряжение  $u = U_m$ , а ток  $i = 0$ . Поэтому мгновенная мощность  $p = ui = U_m \cdot 0 = 0$ . В конце первой четверти периода ток  $i = I_m$ , но  $u = 0$  и мощность  $p = 0$ . Таким образом, в начале и конце каждой четверти периода ток или напряжение, а значит, и мгновенная мощность равны нулю. В промежутке между этими моментами мощность будет положительной или отрицательной. В первую четверть периода ток и напряжение имеют одинаковые знаки. Поэтому мощность имеет положительный знак, указывающий на то, что цепь потребляет энергию, которая накапливается в магнитном поле катушки. Во вторую четверть периода у тока и напряжения разные знаки. Поэтому мощность имеет отрицательный знак. Это значит, что запасенная в магнитном поле энергия возвращается обратно генератору. За третью четверть периода мгновенная мощность будет положительной, за четвертую — отрицательной. Выведем уравнение мгновенной мощности. Мгновенная мощность цепи с индуктивностью

$$\begin{aligned}
 p &= ui = U_m \sin(\omega t + 90^\circ) I_m \sin \omega t = \\
 &= U_m I_m \sin \omega t \cos \omega t = \quad (11.13) \\
 &= 2 \frac{U_m I_m}{\sqrt{2} \sqrt{2}} \sin \omega t \cos \omega t = UI \sin 2\omega t.
 \end{aligned}$$

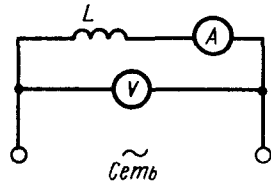


Рис. 11.7

Таким образом, мгновенная мощность цепи с индуктивностью изменяется по синусоиде с двойной частотой: два раза в течение периода тока, достигая положительного максимума  $UI$ , и два раза — такого же по величине отрицательного. Цепь с индуктивностью то потребляет энергию, то отдает ее в таком же количестве источнику. Среднее значение мощности за один период переменного тока равно нулю. Через катушку протекает переменный ток, называемый **реактивным**. Реактивные токи бесполезно загружают линию электропередачи и электрический генератор. Это приводит к неполному использованию установленной мощности генератора и увеличению потерь энергии в соединительных проводах. Поэтому включать подобные приемники в сеть переменного тока нежелательно. Максимальное значение мощности в цепи с индуктивностью называется **реактивной мощностью** и обозначается  $Q_L$ . Чем больше реактивная мощность, тем большее количество энергии передается в единицу времени от источника электрической энергии к катушке и обратно. Реактивная мощность

$$Q_L = UI = I^2 x_L. \quad (11.14)$$

Единицей реактивной мощности является вольт-ампер реактивный: 1 вольт-ампер реактивный (1 вар = 1 В · 1 А). Более крупной единицей реактивной мощности является киловольт-ампер реактивный (квар): 1 квар =  $10^3$  вар.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 11.2.

Контрольная карта 11.2

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
1	По какому уравнению изменяется магнитный поток катушки, если в ней возникает ЭДС самоиндукции $e_L = E_{Lm} \sin \omega t$ ?	$\Phi = \Phi_m \sin \omega t$ $\Phi = \Phi_m \sin(\omega t + 90^\circ)$ $\Phi = \Phi_m \sin(\omega t - 90^\circ)$ $\Phi = \Phi_m \sin(\omega t - 180^\circ)$		573 587 594 615	11	11.2

Продолжение контрольной карты 11.2

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите		
					части	параграф	
2	Укажите направление ЭДС самоиндукции в те части периода, когда катушка индуктивности потребляет энергию (см. рис. 11.5, а)	По напряжению Против напряжения По току Против тока		638 653  667 685	1	11.2	
3	По показаниям амперметра и вольтметра (рис. 11.7) определить индуктивность катушки. Частота тока $f = 50$ Гц. Активное сопротивление катушки не учитывать	0,127 Гн 0,0318 Гн 0,254 Гн 0,318 Гн		698 702 720 738	2	11.2	
	Значения	Варианты					
		1-й	2-й	3-й	4-й		
	$U, В$ $I, А$	120 12	120 3	220 2,2	120 1,5		
4	К катушке с индуктивностью $L$ подведено переменное напряжение $u = 282 \sin \times (\omega t - 30^\circ)$ . Определить реактивную мощность цепи $Q_r$ . Частота $f = 50$ Гц	800 вар 2000 вар 1000 вар 400 вар		757 776 813 829	2,3	11.2	
	Значения	Варианты					
		1-й	2-й	3-й	4-й		
	$L, Гн$	0,318	0,159	0,0636	0,1272		
5	Катушка индуктивности включена в сеть напряжением $U$ . Как будет изменяться реактивная мощность катушки, если увеличивать ее индуктивность?	Увеличивается Уменьшается Не изменяется		842 859 574	3	11.2	



### § 11.3. Поверхностный эффект и эффект близости

Постоянный ток распределяется по поперечному сечению проводника равномерно, т. е. имеет одинаковую плотность во всех точках этого сечения. Сопротивление постоянному току вычисляется по формуле  $R = \rho \frac{l}{S}$ . Плотность переменного тока неодинакова. Она возрастает от минимального значения на оси провода до максимального на его поверхности. Это явление называется *поверхностным эффектом*. Неравномерное распределение переменного тока в поперечном сечении проводника приводит к неполному использованию этого сечения. Можно считать, что переменный ток проходит не по всему сечению проводника  $S$ , а только по его части  $S'$ . Так как  $S' < S$ , то сопротивление проводника переменному току больше сопротивления этого же проводника постоянному току:  $r = \rho \frac{l}{S'} > R$ .

Поверхностный эффект возникает вследствие различной индуктивности слоев проводника. Центральный слой проводника 1 (рис. 11.8) сцепляется с полным потоком  $\Phi_1$ , а поверхностный слой 2 — только с внешним потоком  $\Phi_2$ . Поэтому центральный слой по сравнению с поверхностным обладает большей индуктивностью и сопротивлением  $x_L = \omega L$ . Неравенство индуктивных сопротивлений различных слоев проводника вызывает неравномерное распределение переменного тока между этими слоями. В результате плотность переменного тока в проводнике возрастает от центра сечения к поверхности. Поверхностный эффект усиливается с ростом частоты, площади поперечного сечения провода, удельной электрической проводимости и магнитной проницаемости материала.

При промышленной частоте влиянием поверхностного эффекта часто пренебрегают. Исключение составляют медные и алюминиевые провода диаметром более 1 см и стальные любого сечения, имеющие большую магнитную проницаемость. На высоких частотах, используемых в радиотехнике, переменный ток проходит по поверхностному слою проводника. Поэтому для экономии металла применяют полые провода (в виде трубок), снаружи покрытые тонким слоем серебра, снижающим электрическое сопротивление. В устройствах высокочастотной связи применяются биметаллические провода, сердцевина которых выполнена из стали, а наружный слой, по которому проходит ток высокой частоты, — из меди. Такие провода имеют высокую механическую прочность и хорошую электропроводность. На активное сопротивление влияет и эффект близости,

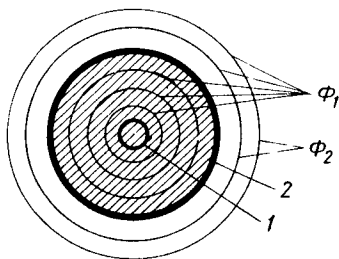


Рис. 11.8

закрывающийся во взаимном влиянии нескольких близко лежащих проводов с переменными токами на распределение плотности тока по сечению. Если токи в двух параллельных проводах имеют одинаковое направление, то их плотность увеличивается в наиболее удаленных слоях. Если же токи направлены противоположно, то их плотность увеличивается в наиболее близких слоях обоих проводов.

## § 11.4. Цепь с емкостью

**1. Уравнения и графики тока и напряжения. Векторная диаграмма.** На рис. 11.9 в электрическую цепь включен конденсатор емкостью  $C$ . Активное сопротивление и индуктивность конденсатора настолько малы, что ими пренебрегают. Подведем к нему синусоидальное напряжение  $u = U_m \sin \omega t$ . Под действием напряжения на пластинах конденсатора появится заряд

$$q = C u. \quad (11.15)$$

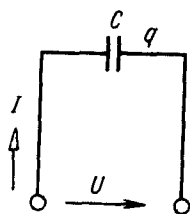


Рис. 11.9

За первую и третью четверти периода (рис. 11.10, а), когда напряжение и заряд увеличиваются, конденсатор заряжается и в цепи возникает зарядный ток.

За вторую и четвертую четверти периода, когда напряжение и заряд уменьшаются, конденсатор разряжается и в цепи возникает разрядный ток. Таким образом, при переменном напряжении конденсатор периодически заряжается и разряжается и в цепи проходит ток, равный скорости изменения заряда на пластинах конденсатора:

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt} = C \frac{d(U_m \sin \omega t)}{dt} = C \omega U_m \cos \omega t = I_m \sin(\omega t + 90^\circ), \quad (11.16)$$

где

$$I_m = C \omega U_m. \quad (11.17)$$

Из (11.16) следует, что в цепи с емкостью ток опережает по фазе напряжение на  $90^\circ$ . Кривая тока показана на рис. 11.10, а. Здесь ток достигает максимума в те моменты времени, когда напряжение равно нулю. При максимальном напряжении ток

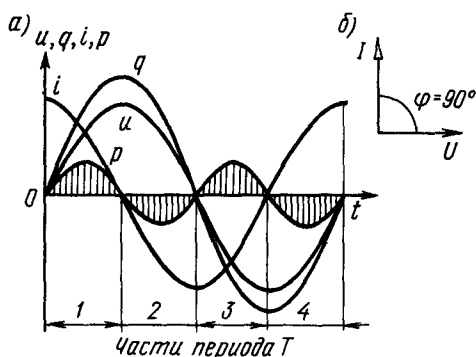


Рис. 11.10

прекращается. В первую и третью четверти периода конденсатор заряжается. При этом ток и напряжение имеют одинаковое направление (и знак). Во вторую и четвертую четверти периода конденсатор разряжается. При этом ток и напряжение имеют разные знаки. Ток достигает максимума при  $u = 0$ , когда напряжение изменяется с максимальной скоростью. При амплитудном значении напряжения скорость его изменения  $du/dt = 0$  и ток  $i = C \frac{du}{dt} = C \cdot 0 = 0$ . Векторная диаграмма цепи с емкостью дана на рис. 11.10, б.

**2. Емкостное сопротивление.** Преобразуем (11.17), разделив правую и левую части этого уравнения на  $\sqrt{2}$ , и получим

$$I_m/\sqrt{2} = C\omega U_m/\sqrt{2} \text{ или } I = C\omega U.$$

Последнюю формулу можно написать и так:

$$I = \frac{U}{1/(\omega C)}. \quad (11.18)$$

Формула (11.18) дает соотношение между током и напряжением и поэтому условно называется *законом Ома для цепи с емкостью*. Значение  $1/(\omega C)$  имеет размерность сопротивления (Ом) и называется *реактивным сопротивлением емкости* или *емкостным сопротивлением* (обозначается  $x_C$ ). Таким образом,

$$x_C = 1/(\omega C) = 1/(2\pi f C), \quad (11.19)$$

где  $C$  — емкость конденсатора, Ф;  $\omega$  — угловая частота, рад/с. Если емкость конденсатора выразить в микрофарадах, то сопротивление

$$x_C = 10^6/(2\pi f C). \quad (11.20)$$

Для постоянного тока  $f = 0$  и  $x_C = \infty$ . Это значит, что при постоянном напряжении ток в цепи с емкостью равен нулю. С увеличением частоты (рис. 11.11) емкостное сопротивление уменьшается.

**3. Мгновенная и реактивная мощности.** В цепи с емкостью ток опережает по фазе напряжение на  $90^\circ$ . Поэтому, когда ток достигает максимума, напряжение равно нулю (см. рис. 11.10, а). И наоборот, при максимальном напряжении в цепи ток исчезает. При выбранном начале отсчета времени, в начале и конце каждой четверти периода ток или напряжение, а значит, и мгновенная мощность  $p = ui$  равна нулю. В промежутках между этими моментами мощность положительна или отрицательна. В первую и третью четверти периода, когда ток и напряжение имеют одинаковые зна-

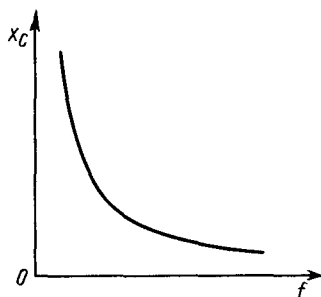


Рис. 11.11

ки, мгновенная мощность положительна. В эти промежутки времени конденсатор заряжается и потребляемая им энергия накапливается в электрическом поле конденсатора. Во вторую и четвертую четверти периода, когда ток и напряжение имеют разные знаки, мгновенная мощность цепи отрицательна. В это время конденсатор разряжается, т. е. запасенная в его электрическом поле энергия возвращается генератору. Таким образом, в цепи происходит периодический обмен энергией между генератором и конденсатором. Выведем уравнение мгновенной мощности. Синусоидальное напряжение изменяется по уравнению  $u = U_m \sin \omega t$ , а ток  $i = I_m \sin(\omega t + 90^\circ) = I_m \cos \omega t$ . Мгновенная

$$\text{мощность } p = ui = U_m \sin \omega t I_m \cos \omega t = 2 \frac{U_m I_m}{\sqrt{2} \sqrt{2}} \sin \omega t \cos \omega t = UI \sin 2 \omega t.$$

Следовательно, мгновенная мощность изменяется по синусоидальному закону с двойной частотой. Амплитудное значение такой мощности равно  $UI$ , а среднее значение за период — нулю. Амплитудное значение мощности в цепи с емкостью называется *реактивной мощностью*  $Q_C = UI$ . Она характеризует скорость обмена энергией между генератором и цепью с емкостью.

**Пример 11.3.** К конденсатору емкостью  $C = 63,7$  мкФ приложено напряжение  $U = 100$  В частотой  $f = 50$  Гц. Определить действующее значение тока и реактивную мощность конденсатора.

**Решение.** Емкостное сопротивление

$$x_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{10^6}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 63,7} = 50 \text{ Ом.}$$

Ток  $I = U/x_C = 100/50 = 2$  А. Реактивная мощность  $Q_C = UI = 100 \cdot 2 = 200$  вар

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 11.3.

Контрольная карта 11.3

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
1	Сколько раз в секунду зарядится конденсатор, если к нему подвести переменное напряжение частотой 50 Гц?	2 раза 4 раза 50 раз 100 раз		588 596 616 621	1	11.4
2	По какому уравнению изменяется заряд на пластинах конденсатора, если его ток $i = I_m \sin \omega t$ ?	$q = Q_m \sin(\omega t + 90^\circ)$ $q = Q_m \sin(\omega t - 90^\circ)$ $q = Q_m \sin \omega t$		655 668 688	1	11.4

Продолжение контрольной карты 11.3

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите		
					части	параграф	
3	К источнику напряжением $U$ и частотой 50 Гц присоединен конденсатор емкостью $C$ . Определить ток $I$ в цепи	0,57 А 0,3 А 0,76 А 0,38 А		699 703 722 739	2	11.4	
	Значения	Варианты					
		1-й	2-й	3-й			4-й
	$U, В$ $C, мкФ$	120 20	60 30	120 20	24 40		
4	К конденсатору емкостью $C$ подведено переменное напряжение $u = 141 \sin(\omega t - 28^\circ)$ . Определить реактивную мощность цепи $Q_C$ , если частота $f = 50$ Гц	40 вар 50 вар 100 вар 80 вар		758 394 814 830	2,3	11.4	
	Значение	Варианты					
		1-й	2-й	3-й			4-й
	$C, мкФ$	31,8	12,72	25,44	15,9		
5	По данным задания 4 напишите уравнение тока конденсатора $i$	$i = 0,564 \sin(\omega t + 62^\circ)$ $i = 1,128 \sin(\omega t + 62^\circ)$ $i = 1,41 \sin(\omega t + 62^\circ)$ $i = 0,7 \sin(\omega t + 62^\circ)$		844 860 575 546	1	11.4	

**ЗАДАЧИ К ГЛАВЕ 11**

11.1. Цепь сопротивлением  $r = 50$  Ом подключена к источнику синусоидального напряжения  $u = 141 \sin 314t$  В. Определить действующие значения напряжения и тока, активную мощность и энергию, расходуемую в цепи за время периода.

Ответ:  $U = 100$  В,  $I = 2$  А,  $P = 200$  Вт,  $W = 2$  Дж.

11.2. Определить наибольшее значение мгновенной мощности в электрической лампе мощностью  $P = 100$  Вт, включенной на синусоидальное напряжение с действующим значением  $U = 220$  В.

Ответ: 200 Вт.

11.3. Группа электрических ламп общей мощности  $P = 500$  Вт включена в сеть переменного тока с напряжением  $u = 310 \cdot \sin(314t + 60^\circ)$  В. Определить действующее значение тока в цепи и мгновенные значения мощности в моменты времени  $t_1 = 5$  мс,  $t_2 = 10$  мс.

Ответ:  $I = 2,27$  А,  $p_1 = 249$  Вт,  $p_2 = 746$  Вт.

11.4. Катушка с индуктивностью  $L = 63,7$  мГн и малым активным сопротивлением, которым можно пренебречь, находится под напряжением  $u = 112,8 \sin \times (314t + 15^\circ)$  В. Определить реактивную мощность катушки и выразить аналитически мгновенные значения тока и ЭДС самоиндукции

Ответ  $Q_L = 320$  вар,  $i = 5,64 \sin(314t - 75^\circ)$ ,  $e_L = 112,8 \sin(314t - 165^\circ)$

11.5. Катушка, индуктивностью которой  $L = 20$  мГн, включена в сеть с напряжением  $U = 220$  В и частотой  $f = 50$  Гц. Определить ток в катушке  $I$  и максимальную энергию, запасаемую в магнитном поле катушки

Ответ  $I = 35$  А,  $W_{Lm} = 24,5$  Дж

11.6. Катушка с индуктивностью  $L = 15,9$  мГн и малым активным сопротивлением, которым можно пренебречь, присоединена к генератору синусоидального напряжения, частоту которого можно изменять. Действующее значение напряжения  $U = 80$  В на всех частотах остается неизменным. При какой частоте ток катушки  $I = 1$  А?

Ответ при  $f = 800$  Гц

11.7. Кабель емкостью  $10$  мкФ включен в сеть с напряжением  $6,6$  кВ и частотой  $50$  Гц. Определить реактивную мощность и максимальную энергию, запасенную в электрическом поле кабеля

Ответ  $137$  квар,  $436$  Дж

11.8. Электрическая цепь из трех последовательно соединенных конденсаторов  $3$  мкФ каждый подключена к источнику синусоидального напряжения с регулируемой частотой. Действующее значение напряжения на всех частотах  $U = 10$  В. Определить частоту генератора, при которой ток в цепи  $I = 0,1$  А

Ответ  $\sim 1600$  Гц

11.9. Реостат и батарея конденсаторов соединены параллельно и подключены к источнику синусоидального напряжения  $U = 220$  В с частотой  $50$  Гц. Сопротивление реостата  $r = 20$  Ом, емкость батареи конденсаторов  $C = 100$  мкФ. Определить действующее значение тока в неразветвленной части цепи

Ответ  $I = 13$  А

11.10. Реостат, катушка индуктивности ( $r = 0$ ) и батарея конденсаторов соединены параллельно и подключены к источнику переменного напряжения  $u = 141 \sin \omega t$ . Определить токи в ветвях и во всей цепи, если  $r = x_L = x_C = 50$  Ом

Ответ  $I_1 = I_2 = I_3 = I = 2$  А

## Глава 12

### НЕРАЗВЕТВЛЕННЫЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

#### § 12.1. Цепь с активным сопротивлением и индуктивностью

1. **Векторная диаграмма тока и напряжений.** Реальная катушка любого электротехнического устройства имеет два параметра: активное сопротивление  $r$  и индуктивность  $L$ . Поэтому в схеме замещения реальную катушку можно представить активным  $r$  и реактивным  $L$  элементами, соединенными последовательно (рис. 12.1). Явления, происходящие в реальной катушке, те же, что и в цепи рис. 12.1. Мгновенное значение тока в цепи с последовательным соединением активного сопротивления  $r$  и индуктивности  $L$  зависит не только от приложенного напряжения  $u$ , сопротивления  $r$ , но и от возникающей в цепи ЭДС самоиндукции  $e_L = -L \frac{di}{dt}$ :  $i = (u + e_L)/r = (u - L di/dt)/r$ . Отсюда

$u = ir + Ldi/dt = u_a + u_L$ . Первое слагаемое напряжение  $u_a = ir$  называется *активным напряжением*, а второе  $u_L = Ldi/dt$  — *реактивным*.

Активное напряжение преодолевает активное сопротивление  $r$ , а реактивное уравновешивает ЭДС самоиндукции  $e_L$ . Согласно выводам, получаемым в § 11.1 и 11.2, активное напряжение совпадает по фазе с током, а реактивное опережает ток на  $90^\circ$ . Это положение необходимо учесть при построении векторной диаграммы цепи (рис. 12.2, а).

За исходный вектор принимают вектор тока  $I$  который совмещают с положительным направлением оси абсцисс (при начальной фазе  $\psi = 0$ ). Вектор активного напряжения  $U_a = Ir$  откладывают по направлению вектора тока  $I$ , а вектор реактивного (индуктивного) напряжения  $U_L = Ix_L$  проводят под углом  $+90^\circ$  к вектору тока  $I$ . Таким образом, векторы напряжений  $U_a$ ,  $U_L$  и  $U$  образуют прямоугольный треугольник, называемый *треугольником напряжений*. Из векторной диаграммы видно, что напряжение  $U$  на зажимах катушки опережает по фазе ток  $I$  на угол  $\varphi$ . Величину этого угла можно определить из выражения  $\cos\varphi = U_a/U$ .

**2. Полное сопротивление цепи.** Из треугольника напряжений, пользуясь теоремой Пифагора, определим напряжение на зажимах катушки:  $U = \sqrt{U_a^2 + U_L^2} = \sqrt{(Ir)^2 + (Ix_L)^2} = I\sqrt{r^2 + x_L^2}$ . Отсюда ток в цепи

$$I = \frac{U}{\sqrt{r^2 + x_L^2}}. \quad (12.1)$$

Это отношение выражает закон Ома. Величина  $\sqrt{r^2 + x_L^2}$  называется *полным сопротивлением цепи* и обозначается  $z$ . Таким образом, полное сопротивление

$$z = \sqrt{r^2 + x_L^2}, \quad (12.2)$$

а ток

$$I = U/z. \quad (12.3)$$

Активное, индуктивное и полное сопротивления связаны между собой таким же соотношением, как стороны прямоугольного треугольника (рис. 12.2, б);  $r$  и  $x_L$  — катеты этого треугольника,

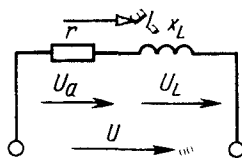


Рис. 12.1

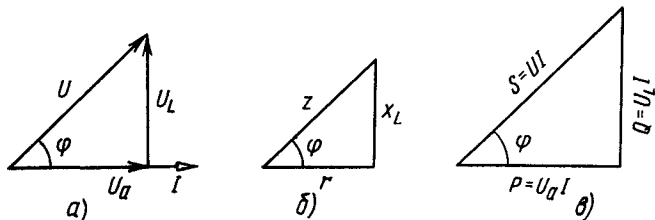


Рис. 12.2

а  $z$  — гипотенуза. Треугольник сопротивлений можно получить, если все стороны треугольника напряжений (рис. 12.2, а) уменьшить в  $I$  раз. Действительно,  $U/I = z$ ;  $U_a/I = r$ ;  $U_L/I = x_L$ . Сопротивления цепи постоянны, поэтому их нельзя изображать векторами.

3. **Активная, реактивная и полная мощности.** Умножим стороны треугольника напряжений (рис. 12.2, а) на ток в цепи  $I$ . В результате получим подобный треугольник, стороны которого соответствуют мощностям (рис. 12.2, в). Первый катет треугольника мощностей изображает активную мощность цепи

$$P = U_a I = I^2 r = UI \cos \varphi, \quad (12.4)$$

а второй — реактивную

$$Q_L = U_L I = I^2 x_L = UI \sin \varphi. \quad (12.5)$$

Гипотенуза треугольника мощностей изображает полную мощность

$$S = UI. \quad (12.6)$$

Полная мощность — характерная величина генераторов, трансформаторов и других электрических устройств. Единицей полной мощности в СИ является вольт-ампер (В·А). Более крупной единицей является киловольт-ампер (кВ·А):  $1 \text{ кВ} \cdot \text{А} = 10^3 \text{ В} \cdot \text{А}$ . Формулы (12.4) — (12.6) справедливы для вычисления соответствующих мощностей в любой цепи переменного тока.

**Пример 12.1.** В сеть с напряжением 50 В и частотой 50 Гц включена катушка с индуктивностью  $L = 0,0127$  Гн и активным сопротивлением  $r = 3$  Ом. Определить ток, активную, реактивную и полную мощности катушки.

**Решение.** Индуктивное сопротивление катушки.  $x_L = 2\pi fL = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \times 0,0127 = 4$  Ом; полное  $z = \sqrt{r^2 + x_L^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$  Ом. Ток  $I = U/z = 50/5 = 10$  А. Активное и индуктивное падение напряжения:  $U_a = Ir = 10 \cdot 3 = 30$  В;  $U_L = Ix_L = 10 \cdot 4 = 40$  В. Активная, реактивная и полная мощности катушки:  $P = U_a I = 30 \cdot 10 = 300$  Вт;  $Q = U_L I = 40 \cdot 10 = 400$  вар;  $S = UI = 50 \cdot 10 = 500$  В·А.

4. **Графики мгновенных значений тока, напряжения и мощности.** Напряжение на зажимах катушки  $U$  опережает по фазе ток  $I$  на угол  $\varphi$ , поэтому фаза напряжения должна быть больше фазы тока на угол  $\varphi$ . Если мгновенное значение тока в катушке  $i = I_m \cdot \sin \omega t$ , то напряже-

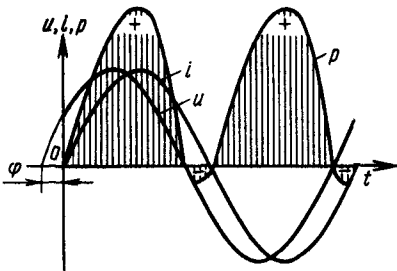


Рис. 12.3

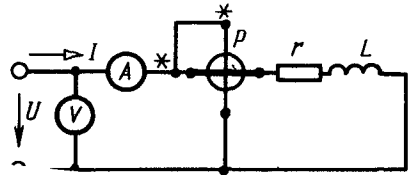


Рис. 12.4



ние  $u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$ . Мгновенная мощность цепи  $p = ui$ . На рис. 12.3 даны графики тока, напряжения и мощности. Мгновенная мощность равна нулю в те моменты времени, когда равны нулю напряжение  $u$  или ток  $i$ . Если напряжение и ток имеют одинаковые знаки, мгновенная мощность положительна. В это время цепь получает энергию от генератора. В те части периода, когда напряжение и ток имеют разные знаки, мгновенная мощность отрицательна. При этом некоторая часть энергии возвращается генератору.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 12.1.

Контрольная карта 12.1

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите					
					части	параграф				
1	В цепи (см. рис. 12.1) активное сопротивление $r$ , действующее значение синусоидального напряжения $U$ и частота $f$ остаются неизменными. Как изменяется угол сдвига $\varphi$ между током и напряжением этой цепи при увеличении ее индуктивности $L$ ?	Увеличивается Уменьшается Не изменяется		589 595 617	1	12.1				
2	Какому току цепь на рис. 12.1 оказывает большее сопротивление?	Постоянному току Переменному току Сопротивление постоянному и переменному токам одинаково		639 654 669	2	12.1				
3	По показаниям амперметра $I$ , вольтметра $U$ и ваттметра $P$ (рис. 12.4) определить индуктивность катушки $L$ . Частота $f = 50$ Гц	0,0636 Гн 0,254 Гн 0,127 Гн 0,191 Гн		701 687 704 721	2,3	12.1				
	Значения						Варианты			
							1-й	2-й	3-й	4-й
	$I, A$ $U, B$ $P, Вт$	1 50 30	2 50 60	1 100 60	1 100 80					

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите						
					части	параграф					
4	К катушке с активным сопротивлением $r$ и индуктивным $x_L$ подведено переменное напряжение $U$ частотой 50 Гц. Определить активную мощность катушки	90 Вт 80 Вт 60 Вт 120 Вт		740 754 775 810	3	12.1					
							Значения	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
$r, \text{ Ом}$	30	40	20	60							
$x_L, \text{ Ом}$	40	30	15	80							
$U, \text{ Ом}$	100	75	50	100							
5	Чему равно среднее значение мгновенной мощности катушки (см. рис. 12.3) за один период переменного тока?	$UI \sin \varphi$ $UI \cos \varphi$ $UI$ 0		831 833 845 576	3,4	12.1					

## § 12.2. Цепь с активным сопротивлением и емкостью

1. **Векторная диаграмма тока и напряжений.** В § 11.4 рассмотрена цепь с емкостью (идеальный конденсатор). В действительности любой конденсатор обладает потерями, т. е. активной мощностью  $P$ . Поэтому реальный конденсатор можно представить схемой последовательного соединения активного сопротивления  $r$  и емкостного сопротивления  $x_C$  (рис. 12.5). Сопротивление  $r$  определяется мощностью потерь:  $r = P/I^2$ . Напряжение цепи  $u$  в любой момент времени состоит из двух слагаемых:

$u = u_a + u_C$ . Активное напряжение  $u_a$  совпадает по фазе с током в цепи  $i$ , а емкостное  $u_C$  отстает по фазе от тока на  $90^\circ$ . Действующие значения слагаемых напряжений:  $U_a = Ir$ ,  $U_C = Ix_C = I/(\omega C)$ . Для определения действующего значения напряжения  $U$  построим векторную диаграмму. Построение диаграммы (рис. 12.6, а) начнем с вектора тока  $I$ , отложив его горизонталь-

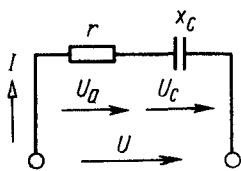


Рис. 12.5

но. Вектор активного падения напряжения  $U_a$  отложим по направлению вектора тока  $I$ , а вектор емкостного падения напряжения  $U_c$  повернем относительно вектора тока на  $90^\circ$  по ходу часовой стрелки. Сложим векторы напряжений  $U_a$  и  $U_c$ , получим вектор напряжения  $U$ . Векторы напряжений  $U_a$ ,  $U_c$  и  $U$  образуют прямоугольный треугольник. Из векторной диаграммы видно, что напряжение на зажимах цепи отстает по фазе от тока на угол  $\varphi$ . Абсолютную величину этого угла можно определить из выражения  $\cos\varphi = U_a/U$ .

**2. Треугольники сопротивлений и мощностей.** Все стороны треугольника напряжений уменьшим в  $I$  раз. В результате получим треугольник сопротивлений (рис. 12.6, б). Из этого треугольника следует, что полное сопротивление рассматриваемой цепи

$$z = \sqrt{r^2 + x_c^2}. \quad (12.7)$$

Значит, ток

$$I = U/z = U/\sqrt{r^2 + x_c^2}. \quad (12.8)$$

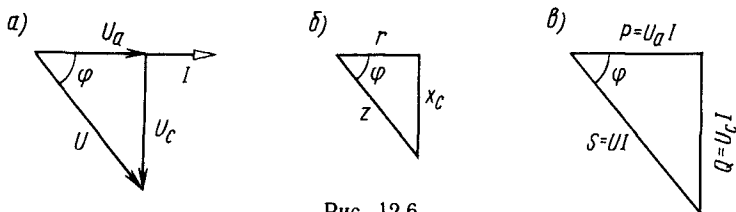


Рис. 12.6

Полученное выражение представляет собой закон Ома. При увеличении сторон треугольника напряжений (рис. 12.6, а) в  $I$  раз получим подобный треугольник мощностей (рис. 12.6, в). Мощности цепи: активная  $P = U_a I = I^2 r = UI \cos\varphi$ , реактивная  $Q_c = U_c I = I^2 x_c = UI \sin\varphi$ , полная  $S = UI = \sqrt{P^2 + Q_c^2}$ .

**Пример 12.2.** К цепи с последовательным соединением активного сопротивления  $r = 12$  Ом и емкостного  $x_c = 16$  Ом подведено напряжение  $U = 120$  В. Частота  $f = 50$  Гц. Определить ток в цепи, активную, реактивную и полную мощности

**Решение.** Полное сопротивление цепи  $z = \sqrt{r^2 + x_c^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{144 + 256} = \sqrt{400} = 20$  Ом. По закону Ома, ток  $I = U/z = 120/20 = 6$  А. Мощности цепи: активная  $P = I^2 r = 6^2 \cdot 12 = 432$  Вт, реактивная  $Q_c = I^2 x_c = 6^2 \cdot 16 = 576$  вар, полная  $S = UI = 120 \cdot 6 = 720$  В·А

### § 12.3. Цепь с активным сопротивлением, индуктивностью и емкостью

**1. Векторная диаграмма тока и напряжений.** Если в неразветвленной цепи с активным сопротивлением  $r$ , индуктивностью  $L$  и емкостью  $C$  (рис. 12.7) протекает синусоидный ток  $i = I_m \sin\omega t$ , то мгновенное значение приложенного к цепи напряжения  $u = u_a + u_L + u_c$ . Напряжение на активном сопротивлении  $u_a$  совпа-

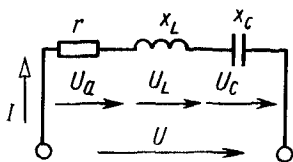


Рис. 12.7

дает по фазе с током в цепи  $i$ , напряжение на индуктивности  $u_L$  опережает ток на  $90^\circ$ , а напряжение на емкости  $u_C$  отстает от тока на  $90^\circ$ . Действующие значения напряжений на участках цепи:  $U_a = Ir$ ;  $U_L = Ix_L$ ;  $U_C = Ix_C$ . Действующее значение напряжения на зажимах цепи получим методом векторного сложения:  $U = U_a + U_L + U_C$ . По-

строим векторную диаграмму тока и напряжений. Сначала отложим вектор тока  $I$  (рис. 12.8, а). Вектор падения напряжения в активном сопротивлении  $U_a$  совместим с вектором тока  $I$ , вектор индуктивного падения напряжения  $U_L$  отложим вверх под углом  $90^\circ$ , а вектор емкостного падения напряжения  $U_C$  — вниз под углом  $90^\circ$  к вектору тока  $I$ . Сложив векторы напряжений  $U_a$ ,  $U_L$  и  $U_C$ , получим вектор напряжения  $U$ , приложенного ко всей цепи. Векторная диаграмма построена для случая, когда  $x_L > x_C$  и цепь имеет активно-индуктивный характер. При этом условии  $U_L > U_C$ , а напряжение  $U$  опережает по фазе ток  $I$  на угол  $\varphi$ . Если  $x_C > x_L$ , то  $U_C > U_L$  и цепь имеет активно-емкостный характер. При этом напряжение  $U$  (рис. 12.9) отстает по фазе от тока  $I$  на угол  $\varphi$ . При равенстве реактивных сопротивлений ( $x_L = x_C$ )  $U_L = U_C$  (рис. 12.10). При этом напряжение  $U$  совпадает по фазе с током  $I$  ( $\varphi = 0$ ) и цепь носит активный характер. Этот режим в рассматриваемой цепи называется *резонансом напряжений*.

**2. Треугольники сопротивлений и мощностей.** Рассмотрим треугольник напряжений на рис. 12.8, а. Один катет этого треугольника выражает активное напряжение  $U_a$ , другой — реактивное напряжение цепи  $U_L - U_C$ , а гипотенуза — полное напряжение  $U$ . Разделив стороны треугольника напряжений на ток  $I$ , получим треугольник сопротивлений (см. рис. 12.8, б), из которого следует, что полное сопротивление цепи  $z = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}$ . Поэтому ток в цепи

$$I = \frac{U}{z} = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}}. \quad (12.9)$$

Если все стороны треугольника напряжений (см. рис. 12.8, а) умножить на ток  $I$ , то получим треугольник мощностей (см. рис. 12.8, в). Мощности: активная  $P = U_a I = I^2 r = UI \cos \varphi$ ,

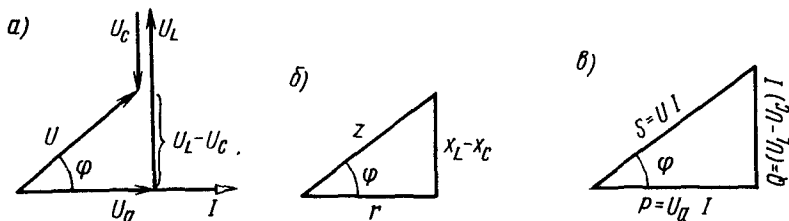


Рис. 12.8

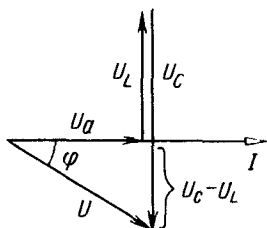


Рис. 12.9

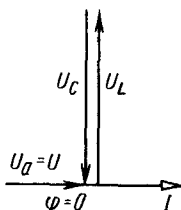


Рис. 12.10

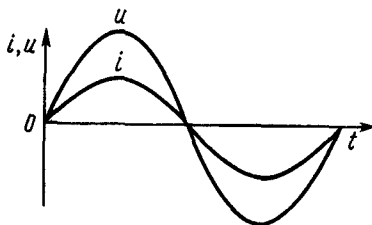


Рис. 12.11

где  $\cos\varphi = U_a/U = r/z$ ; реактивная  $Q = (U_L - U_C)I = I^2 \cdot (x_L - x_C) = UI \sin\varphi$ ; полная  $S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$ .

**Пример 12.3.** Неразветвленная цепь имеет сопротивления:  $r = 4$  Ом;  $x_L = 10$  Ом и  $x_C = 7$  Ом. Напряжение на зажимах цепи  $U = 24$  В. Определить ток, активную, реактивную и полную мощности цепи.

**Решение.** Полное сопротивление цепи  $z = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2} = \sqrt{4^2 + (10 - 7)^2} = 5$  Ом. Ток  $I = U/z = 24/5 = 4,8$  А. Мощности: активная  $P = I^2 r = 4,8^2 \cdot 4 = 92,2$  Вт; реактивная  $Q = I^2(x_L - x_C) = 4,8^2(10 - 7) = 69,1$  вар; полная  $S = UI = 24 \cdot 4,8 = 115,2$  В · А.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 12.2.

### Контрольная карта 12.2

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите						
					части	параграф					
1	По данным величинам $r$ , $x_C$ , $U$ (см. рис. 12.5) определить активную мощность цепи $P$	80 Вт 90 Вт 48 Вт 375 Вт		670 689 700 705	2	12.2					
							Значения	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
$r$ , Ом	40	60	12	80							
$x_C$ , Ом	30	80	16	60							
$U$ , В	75	250	40	100							
2	По данным задания 1 напишите уравнение переменного напряжения $u$ , если начальная фаза тока $\psi = 0$	$u = 56 \sin(\omega t - 53^\circ 08')$ $u = 141 \sin(\omega t - 36^\circ 52')$ $u = 353 \sin(\omega t - 53^\circ 08')$ $u = 106 \sin(\omega t - 36^\circ 52')$		723 742 778 799	2	12.2					

Продолжение контрольной карты 12.2

Номер задания	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите					
					части	параграф				
3	В цепи (см. рис. 12.5) емкость $C$ , действующее значение синусоидального напряжения $U$ и частота $f$ остаются неизменными. Как изменяется реактивная мощность цепи при увеличении активного сопротивления $r$ ?	Увеличивается Уменьшается Не изменяется		812 832 834	2	12.2				
4	На рис. 12.11 показаны графики тока и напряжения. При каких условиях эти графики справедливы для цепи с последовательным соединением активного сопротивления, индуктивности и емкости?	При $x_L > x_C$ При $x_L < x_C$ При $x_L = x_C$		846 578 597	1	12.3				
5	По заданным $r$ , $x_L$ , $x_C$ и $U$ (см. рис. 12.7) определить активную мощность цепи $P$	30 Вт 60 Вт 90 Вт 120 Вт		724 741 777 798	2	12.3				
	Значения						Варианты			
							1-й	2-й	3-й	4-й
	$r$ , Ом						30	40	60	60
$x_L$ , Ом	20	20	100	90						
$x_C$ , Ом	60	50	20	30						
$U$ , В	100	75	100	60						

## § 12.4. Общий случай неразветвленной цепи

**1. Векторная диаграмма тока и напряжений.** На рис. 12.12 показана схема неразветвленной цепи, участки которой обладают активными и реактивными сопротивлениями. На векторной диаграмме (рис. 12.13, а) отложены векторы активных напряжений  $U_{a1}$ ,  $U_{a2}$ ,  $U_{a3}$ , совпадающих по фазе с током, индуктивных —  $U_{L1}$  и  $U_{L2}$ , опережающих ток по фазе на  $90^\circ$ , и емкостных —  $U_{C1}$  и  $U_{C2}$ , отстающих от тока по фазе на  $90^\circ$ . Сумма всех векторов напряжений равна вектору напряжения  $U$  на зажимах цепи. На векторной диаграмме (рис. 12.14) векторы напряжений по-

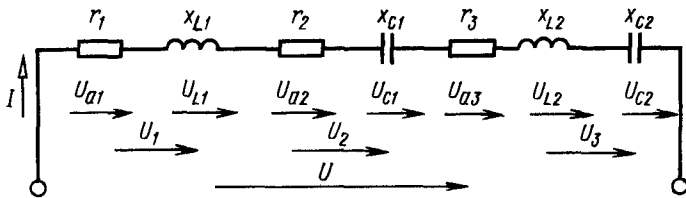


Рис. 12.12

строены в той же последовательности, в которой соединены соответствующие элементы цепи.

**2. Треугольники сопротивлений и мощностей.** Рассмотрим векторную диаграмму на рис. 12.13, а. Первый катет полученного треугольника напряжений равен арифметической сумме активных напряжений ( $U_{a1} + U_{a2} + U_{a3}$ ), второй — алгебраической сумме реактивных напряжений ( $U_{L1} + U_{L2} - U_{C1} - U_{C2}$ ), а гипотенуза — напряжению  $U$  на зажимах цепи. Уменьшив все стороны этого треугольника в  $I$  раз, получим треугольник сопротивлений (рис. 12.13, б), из которого следует, что полное сопротивление

цепи  $z = \sqrt{(r_1 + r_2 + r_3)^2 + (x_{L1} + x_{L2} - x_{C1} - x_{C2})^2}$ . В общем виде

$$z = \sqrt{(\Sigma r)^2 + (\Sigma x_L - \Sigma x_C)^2}. \quad (12.10)$$

Ток в цепи

$$I = \frac{U}{z} = \frac{U}{\sqrt{(\Sigma r)^2 + (\Sigma x_L - \Sigma x_C)^2}}. \quad (12.11)$$

Увеличив каждую из сторон треугольника напряжений в  $I$  раз, получим треугольник мощностей (рис. 12.13, в). Мощности цепи: активная  $P = I^2(r_1 + r_2 + r_3) = UI \cos \varphi$ , где  $\cos \varphi = (r_1 + r_2 + r_3)/z$  или  $\cos \varphi = \Sigma r/z$ ; реактивная  $Q = I^2(x_{L1} + x_{L2} - x_{C1} - x_{C2}) = UI \sin \varphi$ , где  $\sin \varphi = (x_{L1} + x_{L2} - x_{C1} - x_{C2})/z$  или  $\sin \varphi = (\Sigma x_L - \Sigma x_C)/z$ ; полная  $S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$ .

**Пример 12.4.** В электрической цепи (см. рис. 12.12) известны сопротивления:  $r_1 = 4$  Ом;  $r_2 = 5$  Ом;  $r_3 = 7$  Ом;  $x_{L1} = x_{L2} = 10$  Ом;  $x_{C1} = 3$  Ом;  $x_{C2} = 5$  Ом. Напряжение на зажимах цепи  $U = 120$  В. Определить ток, активную, реактивную и полную мощности цепи.

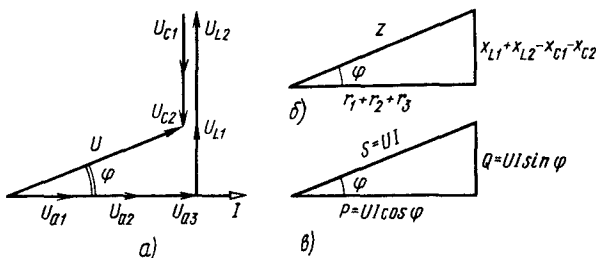


Рис. 12.13

Решение. 1. Полное сопротивление цепи  $z = \sqrt{(\sum r)^2 + (\sum x_L - \sum x_C)^2} = \sqrt{(4 + 5 + 7)^2 + (10 + 10 - 3 - 5)^2} = 20 \text{ Ом}$ . 2. Ток  $I = U/z = 120/20 = 6 \text{ А}$ . 3. Мощности: активная  $P = I^2 \sum r = 6^2(4 + 5 + 7) = 576 \text{ Вт}$ ; реактивная  $Q = I^2(\sum x_L - \sum x_C) = 6^2(10 + 10 - 3 - 5) = 432 \text{ вар}$ ; полная  $S = UI = 120 \cdot 6 = 720 \text{ В} \cdot \text{А}$ .

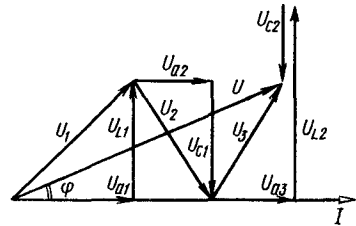


Рис. 12.14

## § 12.5. Собственные колебания в контуре

**1. Колебательный контур.** В цепи с последовательным соединением активного сопротивления, индуктивности и емкости можно получить резонанс напряжений. Для понимания этого явления очень важно иметь представление о процессах, происходящих в колебательном контуре. Колебательный контур (рис. 12.15) состоит из катушки индуктивности  $L$  и конденсатора  $C$ . В положении 1 переключателя  $\Pi$  конденсатор  $C$  подключается к источнику с постоянным напряжением  $U$  и заряжается от него до амплитудного напряжения  $U_m = U$ . В процессе заряда в электрическом поле конденсатора накапливается потенциальная электрическая энергия  $W_C = CU_m^2/2$ . После того как конденсатор полностью зарядится, переключатель  $\Pi$  поставим в положение 2. При этом конденсатор отсоединяется от источника и начинает разряжаться на катушку индуктивности. При разряде напряжение и энергия электрического поля конденсатора снижаются до нуля.

Разрядный ток конденсатора в катушке индуктивности наводит ЭДС самоиндукции, которая противодействует любому изменению тока в цепи. Благодаря этому разрядный ток конденсатора изменяется плавно, без скачков. К моменту, когда конденсатор разрядится полностью и напряжение на его пластинах будет равным нулю, ток в катушке индуктивности достигнет амплитудного значения  $I_m$ . При этом в магнитном поле катушки сконцентрируется максимальное количество энергии  $W_L = LI_m^2/2$ . Если не учитывать активное сопротивление контура, на котором электрическая энергия преобразуется в тепловую, то можно считать, что энергия электрического поля конденсатора полностью преобразуется в энергию магнитного поля катушки индуктивности:

$$W_C = W_L, \text{ или } \frac{CU_m^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}. \quad (12.12)$$

Достигнув максимального значения, ток и энергия магнитного поля начнут уменьшаться. ЭДС самоиндукции при этих условиях направлена в сторону убывающего тока и поддерживает его. При

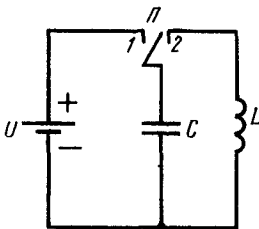


Рис. 12.15



уменьшении тока происходит заряд конденсатора, в результате которого увеличивается напряжение на его пластинах. Энергия магнитного поля переходит в энергию электрического поля. К тому моменту, когда ток в цепи станет равным нулю, напряжение на конденсаторе вновь достигает амплитудного значения  $U_m$ . При этом энергия магнитного поля катушки индуктивности полностью преобразуется в энергию электрического поля конденсатора. После этого процесс разряда и заряда конденсатора повторяется. Изменяется лишь направление тока в контуре. Таким образом, между катушкой индуктивности и конденсатором происходит обмен энергией. При этом в колебательном контуре возникает переменный синусоидальный ток определенной частоты (рис. 12.16). Такие колебания тока (и напряжения) в контуре называют *незатухающими собственными колебаниями*.

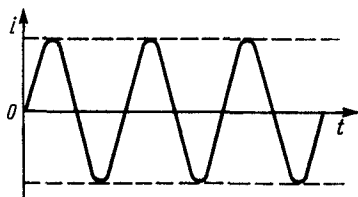


Рис. 12.16

**2. Частота незатухающих собственных колебаний.** Выведем формулу частоты незатухающих собственных колебаний контура ( $\omega_0$  и  $f_0$ ). Амплитудное значение тока в катушке индуктивности  $I_m = U_m/(\omega_0 L)$ , которое подставим в (12.12):  $\frac{CU_m^2}{2} = \frac{LU_m^2}{2\omega_0^2 L^2}$ . После сокращения на  $U_m^2/2$  получим  $C = 1/(\omega_0^2 L)$  или  $\omega_0^2 LC = 1$ . Отсюда угловая частота незатухающих собственных колебаний  $\omega_0 = \sqrt{1/(LC)}$ , а частота

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}. \quad (12.13)$$

Следовательно, частота собственных колебаний зависит от индуктивности и емкости контура, причем с увеличением индуктивности и емкости частота незатухающих собственных колебаний уменьшается. Из (12.12) вытекает также важное соотношение:  $I_m = U_m/\sqrt{L/C}$ . Значение  $\sqrt{L/C} = z_v$  имеет размерность сопротивления; оно называется *характеристическим* или *волновым* сопротивлением колебательного контура.

**Пример 12.5.** Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью  $C = 40$  мкФ и катушки с индуктивностью  $L = 0,1$  Гн. Определить частоту незатухающих собственных колебаний.

**Решение.** Частота собственных колебаний

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{10^6}{0,1 \cdot 40}} = \frac{1000}{4\pi} \approx 80 \text{ Гц}.$$

**3. Затухающие колебания в контуре.** В реальном колебательном контуре всегда имеется некоторое активное сопротивление  $r$ . Поэтому энергия контура превращается в теплоту. Значит, каждое очередное колебание в контуре будет совершаться с меньшим запасом энергии.

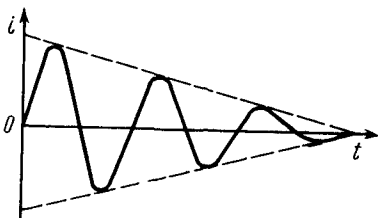


Рис. 12.17

В результате амплитуда собственных колебаний будет уменьшаться (рис. 12.17) и они через некоторое время прекратятся. Частота затухающих колебаний, несмотря на изменение амплитуды, остается неизменной. Она зависит от индуктивности, емкости и активного сопротивления контура:  $\omega_0 = \sqrt{1/(LC) - r^2/(4L^2)}$ .

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 12.3.

Контрольная карта 12.3

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите																														
					части	параграф																													
1	В каком случае электрическая цепь (см. рис. 12.12) имеет емкостный характер?	Если $U_{L1} + U_{L2} > U_{C1} + U_{C2}$ Если $U_{L1} + U_{L2} < U_{C1} + U_{C2}$ Если $U_{L1} + U_{L2} = U_{C1} + U_{C2}$		577 579 603	1	12.4																													
2	Сопротивления $r_1, x_{L1}, r_2, x_{L2}, r_3, x_{C1}$ соединены последовательно, а их значения даны в таблице вариантов. Определить активную мощность цепи $P$ , если напряжение $U = 100$ В	60 Вт 333 Вт 120 Вт 300 Вт		725 760 779 801	2	12.4																													
	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Значения</th> <th colspan="4">Варианты</th> </tr> <tr> <th>1-й</th> <th>2-й</th> <th>3-й</th> <th>4-й</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>r_1 = r_2 = r_3, \text{ Ом}</math></td> <td>10</td> <td>20</td> <td>4</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td><math>x_{L1}, \text{ Ом}</math></td> <td>15</td> <td>10</td> <td>20</td> <td>35</td> </tr> <tr> <td><math>x_{L2}, \text{ Ом}</math></td> <td>45</td> <td>10</td> <td>10</td> <td>25</td> </tr> <tr> <td><math>x_{C1}, \text{ Ом}</math></td> <td>20</td> <td>100</td> <td>14</td> <td>60</td> </tr> </tbody> </table>	Значения	Варианты				1-й	2-й	3-й	4-й	$r_1 = r_2 = r_3, \text{ Ом}$	10	20	4	10	$x_{L1}, \text{ Ом}$	15	10	20	35	$x_{L2}, \text{ Ом}$	45	10	10	25	$x_{C1}, \text{ Ом}$	20	100	14	60					
Значения	Варианты																																		
	1-й	2-й	3-й	4-й																															
$r_1 = r_2 = r_3, \text{ Ом}$	10	20	4	10																															
$x_{L1}, \text{ Ом}$	15	10	20	35																															
$x_{L2}, \text{ Ом}$	45	10	10	25																															
$x_{C1}, \text{ Ом}$	20	100	14	60																															
3	Почему после разряда конденсатора (рис. 12.15) ток в катушке не прекращается?	Его поддерживает ЭДС самоиндукции После разряда конденсатор заряжается После разряда		641 656 671	1	12.5																													

Номер задания	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номер консультации	При неправильном ответе повторите						
					части	параграф					
		меняется полярность пластин конденсатора									
4	Определить угловую частоту незатухающих собственных колебаний контура, состоящего из емкости $C$ и индуктивности $L$	3333 рад/с 5000 рад/с 10000 рад/с 2500 рад/с		690 691 706 743	2	12.5					
							Значения	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
$C, \text{ мкФ}$ $L, \text{ Гн}$	4 0,01	2 0,045	1 0,01	2 0,08							
5	Индуктивность и емкость колебательного контура увеличим в два раза. Как изменится частота незатухающих колебаний контура?	Увеличится в 2 раза Уменьшится в 2 раза Уменьшится в 4 раза		759 780 800	2	12.5					

## § 12.6. Резонанс напряжений

**1. Условия получения резонанса напряжений.** Резонанс напряжений возникает в цепи, состоящей из активного сопротивления, индуктивности и емкости (см. рис. 12.7), при равенстве ее реактивных сопротивлений  $x_L = x_C$ . Так как  $x_L = 2\pi fL$ , а  $x_C = \frac{1}{2\pi fC}$ , то при резонансе  $2\pi fL = \frac{1}{2\pi fC}$  или  $4\pi^2 f^2 LC = 1$ . Отсюда частота колебаний  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{1/(LC)}$ . По этой же формуле определяется и частота незатухающих собственных колебаний контура  $f_0$  (см. § 12.5). Следовательно, при резонансе напряжений частота подводимого к контуру переменного напряжения совпадает с частотой собственных колебаний контура, т. е.  $f = f_0$ . Резонанс напряжений можно получить при постоянных параметрах контура, изменяя частоту подводимого напряжения. Если частота источника энергии остается постоянной, то для получения резонанса изменяют индуктивность катушки  $L$  или емкость конденсатора  $C$ .

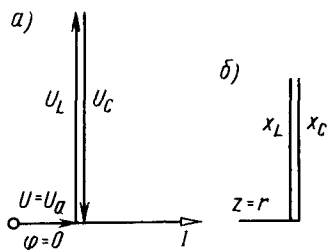


Рис. 12.18

**2. Особенности резонанса напряжений.** Полное сопротивление цепи при резонансе  $z = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2} = r$ , т. е. равно активному сопротивлению (рис. 12.18, б). Оно становится наименьшим из всех возможных при изменении частоты источника  $f$ . Это значит, что индуктивное и емкостное напряжение взаимно уравниваются и полное напряжение источника равно активному

напряжению цепи  $U_a$  (рис. 12.18, а). Под действием напряжения цепи при минимальном сопротивлении в цепи возникает наибольший ток  $I = U/z = U/r$ . При этом он совпадает по фазе с напряжением цепи, угол  $\varphi$  становится равным нулю. При малом активном сопротивлении цепи напряжения на индуктивности и емкости могут быть значительно больше напряжения источника. Действительно, ток в цепи  $I = U/r$ , а напряжения  $U_L = Ix_L = (U/r)x_L$  и  $U_C = Ix_C = (U/r)x_C$ . При резонансе каждое из реактивных сопротивлений равно волновому сопротивлению цепи:  $x_C = x_L = \omega_0 L = \sqrt{\frac{1}{LC}}L = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho$ . Величина  $Q = \rho/r$  называется *добротностью контура* (цепи). Отсюда  $U_L = U_C = UQ$ . Следовательно, при резонансе напряжения  $U_L$  и  $U_C$  больше напряжения  $U$  на зажимах цепи в  $Q$  раз. При равенстве реактивных сопротивлений  $x_L = x_C$  равны и реактивные мощности. Поэтому реактивная мощность цепи  $Q = Q_L - Q_C = 0$ . Это значит, что при резонансе напряжений между индуктивностью и емкостью происходит полный обмен энергиями. Энергия магнитного поля катушки переходит в энергию электрического поля конденсатора и наоборот. Источник переменного напряжения не участвует в обмене и доставляет энергию лишь активному сопротивлению цепи  $r$ .

**Пример 12.6.** Цепь с последовательным соединением активного сопротивления, индуктивности и емкости настроена на резонанс напряжений. При этом  $r = 3$  Ом,  $x_L = x_C = 15$  Ом и  $U = 24$  В. Определить ток в цепи  $I$ , индуктивное напряжение  $U_L$ , активную мощность  $P$

**Решение.** Полное сопротивление цепи при резонансе напряжений  $z = r = 3$  Ом, а ток  $I = U/r = 24/3 = 8$  А. Индуктивное напряжение  $U_L = Ix_L = 8 \cdot 15 = 120$  В. Таким образом, индуктивное напряжение больше напряжения всей цепи в  $120/24 = 5$  раз. Активная мощность цепи  $P = UI = 24 \cdot 8 = 192$  Вт.

**3. Практическое значение резонанса напряжений.** Резонанс напряжений используется для настройки приемных и передающих устройств в области автоматики и связи на определенную частоту. На рис. 12.19 показан так называемый *входной фильтр локомотивной сигнализации*. По рельсам проходит импульсный ток частотой  $f$ . Он индуцирует в приемных катушках ЭДС этой же частоты. Так как катушки вместе с конденсатором  $C$  и первичной обмоткой трансформатора  $\omega_1$  образуют контур, настроен-

ный на частоту  $f$ , то в нем возникает резонанс напряжений. Ток в контуре становится максимальным, и на вторичной обмотке трансформатора  $\omega_2$  возникает максимальное напряжение частотой  $f$ , передаваемое на усилитель и далее к соответствующей аппаратуре. Для частот, отличающихся от частоты  $f$ , контур имеет большое сопротивление. Поэтому ток и напряжение этих частот на выходе трансформатора ничтожно малы. Таким образом, входная цепь локомотивной сигнализации является фильтром, который пропускает к аппаратуре только токи одной частоты и защищает ее от токов других частот.

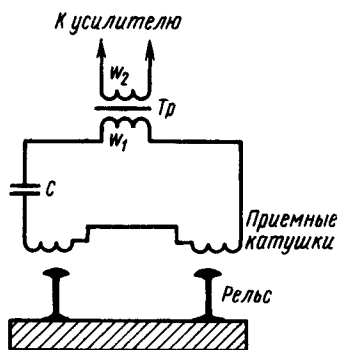


Рис. 12 19

Резонанс напряжений широко используется в радиотехнике. Например, для мощного излучения антенный контур передающих радиостанций всегда настраивают в резонанс колебаниям, создаваемым генератором. В электроэнергетических устройствах резонанс напряжений применяется редко. Высокие напряжения на индуктивности и емкости при резонансе, значительно превышающие напряжение на зажимах цепи, представляют опасность для изоляции и обслуживающего персонала.

## § 12.7. Резонансные кривые

**1. Зависимость сопротивления от частоты.** Пусть цепь, состоящая из последовательно соединенных активного сопротивления  $r$ , индуктивности  $L$  и емкости  $C$ , находится по переменным синусоидальным напряжением  $U$ , частоту которого можно плавно изменять от нуля до максимума. При изменении частоты будут изменяться сопротивления  $x_L$ ,  $x_C$ ,  $z$ , ток  $I$ , напряжения  $U_a$ ,  $U_L$  и  $U_C$ , мощности  $P$ ,  $Q$ ,  $S$  и угол сдвига фаз  $\varphi$  между напряжением и током. Кривые зависимости  $I$ ,  $U_L$ ,  $U_C$  и  $\varphi$  от частоты называют *резонансными кривыми*. Построим кривые изменения сопротивления  $x_L$ ,  $x_C$  и  $z$  (рис. 12.20, а). Индуктивное сопротивление  $x_L = 2\pi fL$  прямо пропорционально частоте (на графике — прямая линия). При  $f = 0$   $x_L = 0$ , при  $f = \infty$   $x_L = \infty$ . Емкостное сопротивление  $x_C = \frac{1}{2\pi fC}$  обратно пропорционально частоте (на графике — гипербола). При  $f = 0$   $x_C = \infty$ , а при  $f = \infty$   $x_C = 0$ . Полное сопротивление цепи  $z = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}$ . При резонансной частоте  $x_L = x_C$ . Поэтому реактивное сопротивление  $x = x_L - x_C = 0$ , а полное сопротивление  $z = r$  становится минимальным. Если частота  $f$  источника больше резонансной  $f_0$ , то  $x_L > x_C$  и в цепи кроме активного возникает дополнительное сопротивление  $x =$

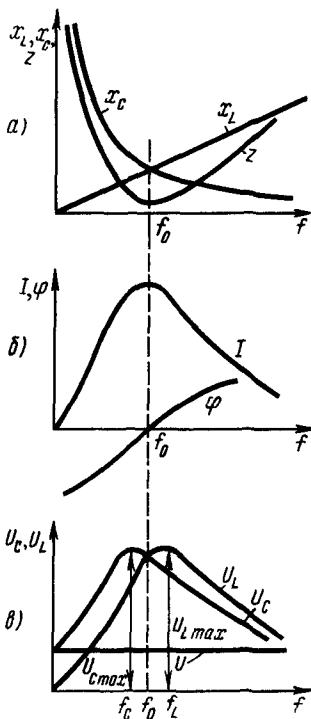


Рис. 12 20

$= x_L - x_C$ . Отсюда полное сопротивление цепи становится больше активного сопротивления. При  $f = \infty$   $x_L = \infty$  и  $z = \infty$ . При частотах, меньших резонансной, в цепи также появляется сопротивление  $x = x_C - x_L$  ( $x_C > x_L$ ). Поэтому полное сопротивление цепи также становится больше активного сопротивления. При  $f=0$   $x_C = \infty$  и  $z = \infty$ . Таким образом, полное сопротивление цепи с увеличением частоты (начиная с  $f=0$ ) уменьшается, при резонансной частоте  $f_0$  становится минимальным, а затем снова увеличивается до  $\infty$ .

**2. Резонансные кривые.** Ток в цепи  $I = U/z$  (рис. 12.20, б) увеличивается от нуля при  $f=0$ , когда  $z = \infty$ , до наибольшего  $I_{наиб} = U/r$  при резонансной частоте  $f_0$ , а затем уменьшается до нуля при  $f = \infty$ . Угол сдвига фаз напряжения и тока  $\varphi$  также зависит от частоты источника питания. При резонансной частоте  $f_0$  напряжение и ток совпадают по фазе, цепь имеет активный характер и угол  $\varphi = 0$ . При увеличении частоты от  $f_0$  до  $\infty$  угол  $\varphi$  увеличивается от  $0$  до  $90^\circ$ , а цепь носит индуктивный характер.

Если частоту источника питания уменьшать от  $f_0$  до  $0$ , то угол  $\varphi$  будет изменяться от  $0$  до  $-90^\circ$ . Таким образом, при увеличении частоты от  $0$  до  $\infty$  угол  $\varphi$  увеличивается от  $-90^\circ$  до  $0$  при резонансной частоте, а затем до  $+90^\circ$ . При этом цепь сначала имеет емкостный, затем активный и, наконец, индуктивный характер. Индуктивное напряжение  $U_L = Ix_L$  (рис. 12.20, в). При увеличении частоты от  $0$  до  $f_0$  ток  $I$  и сопротивление  $x_L$  увеличиваются. Поэтому увеличивается и индуктивное напряжение, равное произведению этих величин. Можно показать, что при дальнейшем увеличении частоты индуктивное напряжение увеличивается, достигает наибольшего значения  $U_{Lmax}$  при частоте  $f_L$ , а затем плавно уменьшается до напряжения источника  $U$ . Напряжение на емкости  $U_C = Ix_C$  при  $f=0$  равно напряжению на зажимах цепи  $U$  (все напряжение сосредоточивается на бесконечно большом сопротивлении  $x_C$ ). С увеличением частоты емкостное напряжение увеличивается; при частоте  $f_C$  достигает максимального значения  $U_{Cmax} = U_{Lmax}$ , а затем уменьшается до нуля (при  $f = \infty$ ,  $x_C = 0$  и  $U_C = 0$ ).

При резонансной частоте  $f_0$  напряжения на индуктивности и емкости  $U_L = U_C$ . Качество резонансного контура определяется

добротностью  $Q$ . Чем больше добротность контура, тем ближе расположены частоты  $f_L$  и  $f_C$  к резонансной частоте  $f_0$  и тем острее характеристики  $I$ ,  $U_L$  и  $U_C$ . Вблизи резонансной частоты  $f_0$  можно выделить область частот, в пределах которой ток в контуре не меньше 0,707 резонансного значения. Эту область частот называют *полосой пропускания контура*. Ширина полосы пропускания зависит от добротности контура. Чем больше добротность контура, тем уже резонансная кривая тока и меньше полоса пропускания.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 12.4.

Контрольная карта 12.4

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите						
					части	параграф					
1	<p>При угловой частоте <math>\omega = 1000</math> рад/с индуктивное сопротивление катушки равно <math>x_L</math> (рис. 12.7). Определить емкость конденсатора <math>C</math>, при которой в цепи установится резонанс напряжений</p>	<p>20 мкФ 25 мкФ 33,3 мкФ 50 мкФ</p>		<p>847 565 580 605</p>	1	12.6					
							Значение	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
$x_L, \text{ Ом}$	20	30	50	40							
2	<p>Электрический фильтр состоит из последовательно включенных катушки индуктивности и конденсатора (<math>r = 0</math>). Для резонансной частоты <math>x_L = x_C = 1000</math> Ом. Определить сопротивление фильтра для частоты, которая в два раза больше резонансной</p>	<p>500 Ом 1000 Ом 1500 Ом 2000 Ом</p>		<p>622 640 657 673</p>	1,2	12.6					
3	<p>Цепь из последовательно соединенных конденсатора и катушки индуктивности настроена в резонанс на частоту <math>f = 50</math> Гц. Активное сопротивление катушки <math>r</math>, индуктивность <math>L</math>, напряжение источника <math>U</math>. Опре-</p>	<p>а) 4 А; б) 40 В а) 4 А; б) 125,6 В а) 4 А; б) 200 В а) 4 А; б) 400 В</p>		<p>675 693 707 745</p>	2	12.6					

Продолжение контрольной карты 12.4

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите																									
					части	параграф																								
	делить: а) ток цепи $I$ , б) напряжение на конденсаторе $U_C$ <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Значения</th> <th colspan="4">Варианты</th> </tr> <tr> <th>1-й</th> <th>2-й</th> <th>3-й</th> <th>4-й</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>r</math>, Ом</td> <td>3</td> <td>2</td> <td>1,5</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td><math>L</math>, Гн</td> <td>0,1</td> <td>0,159</td> <td>0,318</td> <td>0,0318</td> </tr> <tr> <td><math>U</math>, В</td> <td>12</td> <td>8</td> <td>6</td> <td>4</td> </tr> </tbody> </table>	Значения	Варианты				1-й	2-й	3-й	4-й	$r$ , Ом	3	2	1,5	1	$L$ , Гн	0,1	0,159	0,318	0,0318	$U$ , В	12	8	6	4					
Значения	Варианты																													
	1-й	2-й	3-й	4-й																										
$r$ , Ом	3	2	1,5	1																										
$L$ , Гн	0,1	0,159	0,318	0,0318																										
$U$ , В	12	8	6	4																										
4	Определить ток в цепи $I$ и напряжение на конденсаторе $U_C$ третьего задания, если частота источника $f = 5f_0$	0,08 А; 0,5 В 0,0125 А; 0,25 В 0,083 А; 0,17 В 0,033 А; 0,33 В		761 782 787 816	1,2	12.7																								
5	Определить ток в цепи $I$ и напряжение на конденсаторе $U_C$ третьего задания, если частота источника будет $f = f_0/5$	0,033 А; 8,3 В 0,0125 А; 6,25 В 0,08 А; 12,5 В 0,083 А; 4,17 В		817 835 848 566	1,2	12.7																								

### ЗАДАЧИ К ГЛАВЕ 12

12.1. Для определения параметров катушки ( $r$  и  $L$ ) ее сначала включили в цепь постоянного тока (рис. 12.21, а), а затем в цепь переменного тока с частотой  $f = 50$  Гц (рис. 12.21, б). Показания приборов в цепи постоянного тока  $U_1 = 12$  В,  $I_1 = 4$  А, в цепи переменного тока  $U_2 = 12$  В,  $I_2 = 2,4$  А. Определить по этим данным активное сопротивление и индуктивность катушки.

Решение. При постоянном токе катушка индуктивности обладает только активным сопротивлением ( $x_L = \omega L = 0$ ), а при переменном — активным и индуктивным. Поэтому активное сопротивление катушки  $r = U_1/I_1 = 12/4 = 3$  Ом. Полное сопротивление катушки  $z = U_2/I_2 = 12/2,4 = 5$  Ом.

Индуктивное сопротивление  $x_L = \sqrt{z^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$  Ом.

Индуктивность

$$L = X_L/\omega = 4/314 = 0,0127 \text{ Гн} = 12,7 \text{ мГн.}$$

12.2. Приборы, включенные в цепь катушки индуктивности (рис. 12.4) при частоте  $f = 50$  Гц, показывают: вольтметр — 220 В; амперметр — 2,2 А; ваттметр — 290 Вт. Определить показания амперметра и ваттметра при частоте 100 Гц. Действующее значение переменного напряжения остается прежним.

Ответ:  $I = 1,29$  А,  $P = 99$  Вт.

12.3. Индуктивное сопротивление катушки в два раза больше активного. При напряжении  $U = 220$  В с частотой  $f = 50$  Гц активная мощность катушки



$P=968$  Вт. Вычислить ток, активное сопротивление и индуктивность катушки.

Ответ:  $I=9,84$  А,  $r=10$  Ом,  $L=63,7$  мГн.

12.4. Цепь с последовательным соединением резистора и конденсатора (рис. 12.22) включена в сеть переменного тока с частотой 50 Гц. Измерительные приборы показывают: вольтметр — 220 В, амперметр — 2,2 А, ваттметр — 387 Вт. Определить параметры цепи, т. е. ее активное сопротивление и емкость.

Решение. Активное сопротивление цепи  $r = P/I^2 = 387/2,2^2 = 80$  Ом. Полное сопротивление  $z = U/I = 220/2,2 = 100$  Ом. Емкостное сопротивление  $x_C = \sqrt{z^2 - r^2} = \sqrt{100^2 - 80^2} = 60$  Ом.

Емкость

$$C = \frac{10^6}{\omega x_C} = \frac{10^6}{314 \cdot 60} = 53 \text{ мкФ}.$$

12.5. Реостат сопротивлением 100 Ом и батарея конденсаторов соединены последовательно. После включения в сеть переменного тока с частотой 50 Гц напряжение на реостате в два раза больше напряжения на батарее конденсаторов. Найти емкость батарей конденсаторов.

Ответ: 63,7 мкФ.

12.6. Приборы, включенные в электрическую цепь (рис. 12.22) при частоте сети  $f=50$  Гц, показывают: вольтметр — 220 В, амперметр — 4 А, ваттметр — 425 Вт. Определить показания амперметра и ваттметра при том же напряжении, но с частотой 100 Гц.

Ответ: 6,15 А, 1003 Вт.

12.7. В сеть переменного тока частотой 50 Гц включены последовательно катушка индуктивности с активным сопротивлением  $r = 6$  Ом, индуктивностью  $L = 25,5$  мГн и конденсатор емкостью  $C = 200$  мкФ. Напряжение на катушке индуктивности  $U_k = 50$  В. Определить ток в цепи, напряжение в сети и полную мощность цепи.

Ответ:  $I=5$  А,  $U=50$  В,  $S=250$  В·А.

12.8. Катушка с активным сопротивлением  $r = 16$  Ом и индуктивностью  $L = 38,2$  мГн соединена последовательно с конденсатором, емкость которого  $C = 132,7$  мкФ. К зажимам цепи приложено переменное напряжение  $U=120$  В с частотой  $f=50$  Гц. Определить ток и разность фаз напряжения и тока в цепи. Эти же величины найти при том же напряжении, но при частоте 100 Гц.

Ответ:  $I_1 = 6$  А,  $\varphi_1 = -36^\circ 52'$ ,  $I_2 = 6$  А,  $\varphi_2 = 36^\circ 52'$ .

12.9. В электрической цепи переменного тока (рис. 12.23) напряжения  $U_r=32$  В,  $U_L=24$  В,  $U_C=48$  В, активная мощность цепи  $P=64$  Вт. Определить ток и активную мощность этой цепи после включения выключателя В.

Ответ:  $I=2,5$  А,  $P=100$  Вт.

12.10. В сеть переменного тока включены последовательно две катушки индуктивности и конденсатор. Параметры первой и второй катушек  $r_1=16$  Ом,  $L_1=31,8$  мГн,  $r_2=2$  Ом,  $L_2=19,1$  мГн, емкость конденсатора  $C=398$  мкФ. Опре-

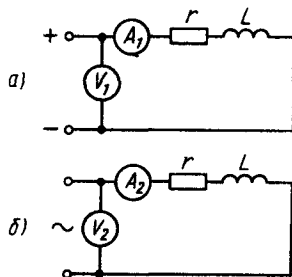


Рис. 12.21

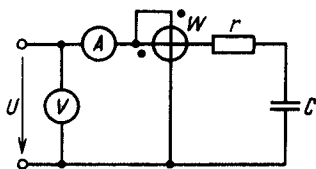


Рис. 12.22

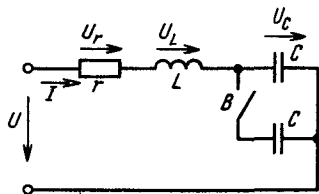


Рис. 12.23

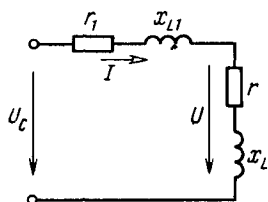


Рис. 12.24

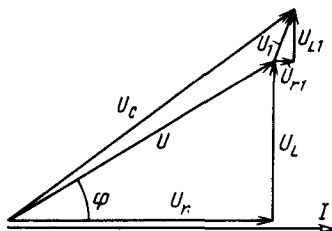


Рис. 12.25

делить напряжения на каждой катушке и активную мощность цепи, если напряжение сети  $U=220$  В при частоте  $f=50$  Гц.

Ответ:  $U_1=129$  В,  $U_2=76$  В,  $P=864$  Вт.

12.11. В конце линии передачи (рис. 12.24) с активным сопротивлением  $r_1=0,1$  Ом и индуктивным сопротивлением  $x_{L1}=0,2$  Ом включен приемник энергии ( $r, x_L$ ). Напряжение на приемнике  $U=220$  В, активная мощность  $P=10$  кВт и  $\cos\varphi=0,9$ . Определить напряжение в начале линии передачи  $U_C$  и активную мощность потерь в линии  $\Delta P$ .

Решение. Ток в цепи  $I=P/(U\cos\varphi)=10\,000/(220\cdot 0,9)=50,5$  А. Активная составляющая напряжения приемника  $U_r=C\cos\varphi=220\cdot 0,9=198$  В. Реактивная составляющая напряжения  $U_L=U\sin\varphi=U\cdot\sqrt{1-\cos^2\varphi}=220\sqrt{1-0,9^2}=96$  В. Падение напряжения на активном сопротивлении линии передачи  $U_{r1}=I r_1=50,5\cdot 0,1\approx 5$  В. Падение напряжения на индуктивном сопротивлении линии  $U_{L1}=I x_{L1}=50,5\cdot 0,2\approx 10$  В. Напряжение в начале линии передачи

$$U_C=\sqrt{(U_r+U_{r1})^2+(U_L+U_{L1})^2}=\sqrt{(198+5)^2+(96+10)^2}=229$$
 В.

Активная мощность потерь в линии

$$\Delta P=I^2 r_1=50,5^2\cdot 0,1=255$$
 Вт.

Векторная диаграмма тока и напряжения цепи приведена на рис. 12.25.

12.12. К генератору с напряжением  $U=10$  В и частотой  $f=800$  Гц присоединена цепь, состоящая из последовательно включенных катушки индуктивности и конденсатора переменной емкости. Активное сопротивление катушки  $r=5$  Ом, индуктивность  $L=20$  мГн. Определить емкость конденсатора, при которой в цепи возникнет резонанс напряжений. Каковы будут при этом ток в цепи, напряжение на зажимах конденсатора?

Ответ:  $C=2$  мкФ,  $I=2$  А,  $U_C=200$  В.

## Глава 13

### РАЗВЕТВЛЕННЫЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

#### § 13.1. Цепь с двумя параллельно соединенными катушками индуктивности

1. **Векторная диаграмма напряжения и токов.** Параллельное соединение приемников (двигателей, осветительных устройств, бытовых приборов) находит самое широкое применение. Все приемники при этом включаются в общую сеть переменного тока с определенным напряжением  $U$ . Рассмотрим цепь с параллельным соединением двух катушек индуктивности (рис. 13.1). Каждую катушку можно рассматривать как обмотку электродвигателя переменного тока. Первая параллельная ветвь со-

содержит активное сопротивление  $r_1$  и индуктивность  $L_1$  первой катушки, а вторая — активное сопротивление  $r_2$  и индуктивность  $L_2$  второй катушки. Цепь с последовательным соединением активного сопротивления и индуктивности рассмотрена в § 12.1. Ток первой катушки  $I_1$  отстает по фазе от напряжения  $U$  на угол  $\varphi_1$  (см. рис. 12.2, а). Величину этого угла можно определить по сопротивлениям  $r_1$  и  $x_{L1}$  (см. рис. 12.2, б):  $\operatorname{tg}\varphi_1 = x_{L1}/r_1$ . Ток второй катушки  $I_2$  отстает по фазе от напряжения  $U$  на угол  $\varphi_2$ , откуда  $\operatorname{tg}\varphi_2 = x_{L2}/r_2$ . Построим векторную диаграмму цепи с параллельным соединением катушек индуктивности (рис. 13.2, а). За исходный вектор диаграммы примем вектор напряжения  $U$ , одинаковый для обеих катушек. По отношению к этому вектору под углами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  в сторону отставания строим векторы  $I_1$  и  $I_2$ . Начало вектора  $I_2$  совместим с концом вектора  $I_1$ . Тогда замыкающий вектор  $I$  будет выражать ток в неразветвленной части цепи.

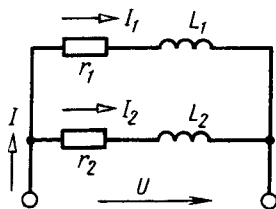


Рис. 13.1

**2. Расчет токов и мощностей.** Токи в параллельных ветвях определим по закону Ома:  $I_1 = U/z_1 = U/(\sqrt{r_1^2 + x_{L1}^2})$ ;  $I_2 = U/z_2 = U/(\sqrt{r_2^2 + x_{L2}^2})$ . Значительно сложнее определить ток  $I$ , равный геометрической сумме токов  $I_1$  и  $I_2$ . Векторы токов  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I$  образуют треугольник, каждая сторона которого меньше суммы двух других его сторон. Поэтому ток всей цепи меньше арифметической суммы токов в параллельных ветвях. Для определения тока в неразветвленной части цепи каждый из токов  $I_1$  и  $I_2$  разложим на две взаимно перпендикулярные составляющие: активную, совпадающую по фазе с напряжением  $U$ , и реактивную, отстающую от напряжения на  $90^\circ$  (рис. 13.2, а). Активная составляющая первого тока  $I_{a1} = I_1 \cos \varphi_1$ , а второго  $I_{a2} = I_2 \cos \varphi_2$ . Реактивная составляющая токов  $I_1$  и  $I_2$  равны  $I_{p1} = I_1 \sin \varphi_1$  и  $I_{p2} = I_2 \sin \varphi_2$ . Сложив активные составляющие токов  $I_1$  и  $I_2$ , получим активную составляющую тока всей цепи  $I_a = I_{a1} + I_{a2}$ , а при сложении реактивных составляющих — реактивную составляющую тока  $I_p = I_{p1} + I_{p2}$ . Ток всей цепи определим по теореме Пифагора:

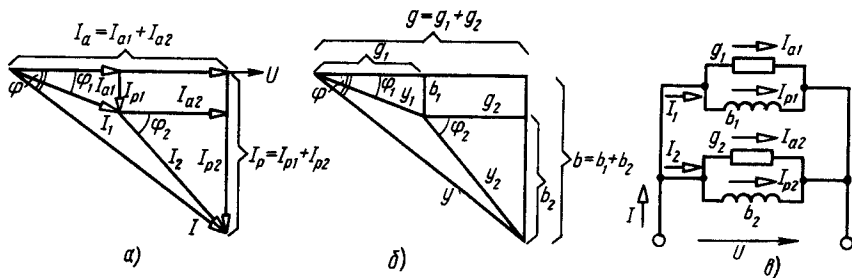


Рис. 13.2

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2}. \quad (13.1)$$

Следовательно, для нахождения тока всей цепи нужно сначала определить активные и реактивные составляющие токов в параллельных ветвях, затем активную и реактивную составляющие тока всей цепи. Активная мощность цепи  $P = UI \cos \varphi = UI_a$ , а реактивная  $Q = UI \sin \varphi = UI_p$ . Полная мощность  $S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$ , а  $\cos \varphi = I_a/I$ .

**3. Метод проводимостей.** Обратимся к рис. 13.2,а. Токи  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I$  и их составляющие  $I_{a1}$ ,  $I_{a2}$ ,  $I_a$ ,  $I_{p1}$ ,  $I_{p2}$ ,  $I_p$  образуют многоугольник токов. Если все его стороны уменьшить в  $U$  раз, то получим многоугольничек проводимостей (рис. 13.2,б). На эквивалентной схеме каждую катушку можно изобразить двумя параллельно соединенными элементами: проводимостями активной  $g$  и реактивной  $b$  (рис. 13.2,в). Проводимости первой ветви:

$$\begin{aligned} g_1 &= I_{a1}/U = I_1 \cos \varphi_1 / U = U r_1 / (z_1 U z_1) = r_1 / z_1^2, & (13.2) \\ \text{реактивная} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_1 &= I_{p1}/U = I_1 \sin \varphi_1 / U = U x_{L1} / (z_1 U z_1) = x_{L1} / z_1^2, & (13.3) \\ \text{полная} \end{aligned}$$

$$y_1 = I_1 / U = \sqrt{g_1^2 + b_1^2}. \quad (13.4)$$

Проводимости второй ветви: активная  $g_2 = r_2/z_2^2$ ; реактивная  $b_2 = x_{L2}/z_2^2$ ; полная  $y_2 = \sqrt{g_2^2 + b_2^2}$ . Из многоугольничка проводимостей видно, что активная проводимость цепи  $g = g_1 + g_2$ , а реактивная  $b = b_1 + b_2$ . Полная проводимость всей цепи  $y = \sqrt{g^2 + b^2}$ . Таким образом, проводимость параллельных ветвей и всей цепи можно определить через активные и реактивные сопротивления катушек индуктивности. Токи катушек  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I$  в неразветвленной части цепи прямо пропорциональны соответствующим проводимостям и напряжению  $U$ :

$$I_1 = U y_1; \quad I_2 = U y_2; \quad I = U y. \quad (13.5)$$

Рассмотренный метод расчета разветвленных цепей переменного тока называется *методом проводимостей*. По проводимости можно определить также мощности цепи и  $\cos \varphi$ . Мощности: активная  $P = UI_a = U U g = U^2 g$ ; реактивная  $Q = UI_p = U U b = U^2 b$ ; полная  $S = UI = U U y = U^2 y$ .

**Пример 13.1.** Катушки индуктивности соединены параллельно (см. рис. 13.1) и имеют сопротивления:  $r_1 = 6$  Ом,  $x_{L1} = 8$  Ом;  $r_2 = 8$  Ом,  $x_{L2} = 6$  Ом. Напряжение источника энергии  $U = 220$  В, частота  $f = 50$  Гц. Определить ток в неразветвленной части цепи  $I$  и активную мощность  $P$ .

**Решение.** Определим проводимости:

$$g_1 = r_1 / z_1^2 = 6 / (6^2 + 8^2) = 6 \cdot 10^{-2} \text{ См}; \quad b_1 = x_{L1} / z_1^2 = 8 / (6^2 + 8^2) = 8 \cdot 10^{-2} \text{ См};$$

$$g_2 = r_2 / z_2^2 = 8 / (8^2 + 6^2) = 8 \cdot 10^{-2} \text{ См}. \quad b_2 = x_{L2} / z_2^2 = 6 / (8^2 + 6^2) = 6 \cdot 10^{-2} \text{ См};$$

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{(g_1 + g_2)^2 + (b_1 + b_2)^2} = \sqrt{(6 \cdot 10^{-2} + 8 \cdot 10^{-2})^2 + (8 \cdot 10^{-2} + 6 \cdot 10^{-2})^2} = \\ &= 19,7 \cdot 10^{-2} \text{ См} \end{aligned}$$

Ток в неразветвленной части цепи  $I = Uy = 220 \cdot 19,7 \cdot 10^{-2} = 43,4$  А. Активная мощность  $P = U^2 g = 220^2(6 \cdot 10^{-2} + 8 \cdot 10^{-2}) = 6776$  Вт.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 13.1.

Контрольная карта 13.1

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите						
					части	параграф					
1	<p>Известны сопротивления катушек индуктивности <math>r_1, x_{L1}, r_2, x_{L2}</math>, общее напряжение <math>U</math> (см. рис. 13.1). Определить активную составляющую тока цепи <math>I_a</math></p>	<p>1,2 А 2 А 2,8 А 5,6 А</p>		<p>581 606 623 642</p>	1,2	13.1					
							Значения	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
							$r_1, \text{ Ом}$	30	40	12	30
$x_{L1}, \text{ Ом}$	40	30	16	40							
$r_2, \text{ Ом}$	40	80	16	80							
$x_{L2}, \text{ Ом}$	30	60	12	60							
$U, \text{ В}$	200	50	80	100							
2	По данным задания 1 определить реактивную составляющую тока цепи $I_p$	<p>2,2 А 5,6 А 2,8 А 0,9 А</p>		<p>644 658 674 692</p>	1,2	13.1					
3	По данным задания 1 определить ток в неразветвленной части цепи $I$	<p>1,5 А 7,9 А 2,97 А 3,95 А</p>		<p>726 746 762 781</p>	2	13.1					
4	Известны сопротивления катушек индуктивности $r_1, x_{L1}, r_2, x_{L2}$ и общее напряжение $U$ (см. рис. 13.1). Определить полную проводимость цепи $y$	<p>0,0297 См 0,03 См 0,0395 См 0,099 См</p>		<p>802 815 818 836</p>	3	13.1					

Номера заданий	Содержание заданий				Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите		
	Значения	Варианты						части	параграф	
		1-й	2-й	3-й						4-й
	$r_1, \text{ Ом}$	40	12	30	30					
	$x_{L1}, \text{ Ом}$	30	16	40	40					
	$r_2, \text{ Ом}$	80	16	80	40					
	$x_{L2}, \text{ Ом}$	60	12	60	30					
	$U, \text{ В}$	200	80	100	100					
5	По данным задания 4 определить ток цепи $I$				6 А 3,95 А 7,9 А 2,97 А		873 567 598 604	3	13.1	

### § 13.2. Цепь с параллельным соединением катушки и конденсатора

**1. Векторная диаграмма напряжения и токов.** Рассмотрим разветвленную цепь переменного тока, в одну из ветвей которой включена емкость. В первую параллельную ветвь (рис. 13.3), как и в предыдущем случае, включим активное  $r_1$  и индуктивное  $x_{L1}$  сопротивления, а во вторую — активное  $r_2$  и емкостное  $x_{C2}$  сопротивления. К цепи подведем синусоидальное напряжение, действующее значение которого равно  $U$ . Ток в первой ветви  $I_1 = U/z_1 = U/\sqrt{r_1^2 + x_{L1}^2}$ , а во второй —  $I_2 = U/z_2 = U/\sqrt{r_2^2 + x_{C2}^2}$ .

Зная, что ток  $I_1$  отстает по фазе от напряжения  $U$  на угол  $\varphi_1$ , а ток  $I_2$  опережает это же напряжение на угол  $\varphi_2$ , строим векторную диаграмму (рис. 13.4,а). По горизонтальной оси отложим вектор напряжения  $U$ . Вектор тока  $I_1$  повернем относительно вектора напряжения по часовой стрелке на угол  $\varphi_1$ , а вектор тока  $I_2$  — против часовой стрелки на угол  $\varphi_2$ . Начало вектора  $I_2$  совместим с концом вектора  $I_1$ . Тогда замыкающий вектор  $I$  будет выражать ток в неразветвленной части цепи.

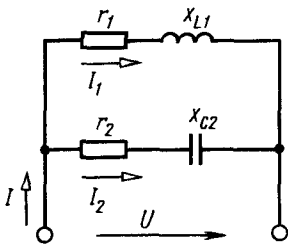


Рис. 13.3

**2. Расчет токов.** Из векторной диаграммы видно, что векторы токов  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I$  образуют треугольник. Поэтому арифметическая сумма токов  $I_1$  и  $I_2$  больше тока  $I$ . Ток в неразветвленной части це-

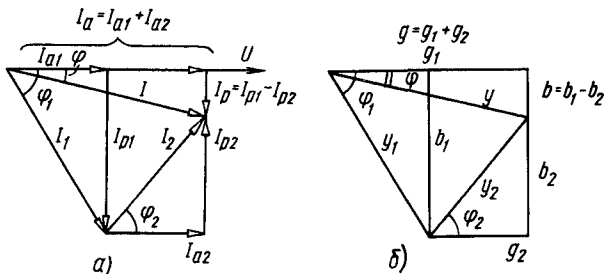


Рис. 13.4

пи  $I = I_1 + I_2$ . Разложим все токи на активную и реактивную составляющие. Активные составляющие токов  $I_1$  и  $I_2$  направлены в одну сторону — по направлению вектора напряжения, а реактивные — в противоположные. Реактивная составляющая первого тока  $I_{p1}$  отстает по фазе от напряжения на  $90^\circ$ , а второго  $I_{p2}$  опережает это же напряжение на  $90^\circ$ , т. е. реактивные составляющие токов в параллельных ветвях находятся в противофазе (сдвинуты между собой по фазе на  $180^\circ$ ). Поэтому активная составляющая тока цепи  $I_a = I_{a1} + I_{a2}$ , а реактивная  $I_p = I_{p1} - I_{p2}$ . Ток в неразветвленной части цепи  $I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2}$ .

**Пример 13.2.** В электрической цепи (см. рис. 13.3) известны токи  $I_1 = I_2 = 10$  А и углы сдвига фаз  $\varphi_1 = 60^\circ$ ,  $\varphi_2 = 30^\circ$ . Определить ток цепи  $I$ .

**Решение.** Составляющие первого тока: активная  $I_{a1} = I_1 \cos \varphi_1 = 10 \cos 60^\circ = 10 \cdot 0,5 = 5$  А, реактивная  $I_{p1} = I_1 \sin \varphi_1 = 10 \sin 60^\circ = 8,6$  А. Составляющие второго тока: активная  $I_{a2} = I_2 \cos \varphi_2 = 10 \cos 30^\circ = 8,6$  А, реактивная  $I_{p2} = I_2 \sin \varphi_2 = 10 \cdot \sin 30^\circ = 5$  А. Составляющие тока цепи: активная  $I_a = I_{a1} + I_{a2} = 5 + 8,6 = 13,6$  А, реактивная  $I_p = I_{p1} - I_{p2} = 8,6 - 5 = 3,6$  А. Ток цепи  $I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{13,6^2 + 3,6^2} = 14,07$  А.

**3. Применение метода проводимости.** Если все стороны многоугольника токов уменьшить в  $U$  раз, то получим многоугольник проводимостей (рис. 13.4,б). Проводимости параллельных ветвей: активные  $g_1 = r_1/z_1^2$  и  $g_2 = r_2/z_2^2$ , реактивные  $b_1 = x_{L1}/z_1^2$  и  $b_2 = x_{C2}/z_2^2$ , полные  $y_1 = \sqrt{g_1^2 + b_1^2}$  и  $y_2 = \sqrt{g_2^2 + b_2^2}$ . Проводимости всей цепи: активная  $g = g_1 + g_2$ , реактивная  $b = b_1 - b_2$ , полная  $y = \sqrt{g^2 + b^2}$ . Обратим внимание на то, что реактивная проводимость всей цепи находится как разность реактивных проводимостей параллельных ветвей. Для определения токов необходимо соответствующие проводимости умножить на напряжение источника энергии:

$$I_1 = Uy_1; I_2 = Uy_2; I = Uy. \quad (13.6)$$

Векторная диаграмма и многоугольник проводимостей на рис. 13.4,а,б построены для случая, когда  $I_{p1} > I_{p2}$ . Здесь ток цепи  $I$  отстает по фазе от напряжения на угол  $\varphi$  и вся цепь имеет активно-индуктивный характер. Когда же  $I_{p2} > I_{p1}$  ( $b_2 > b_1$ ), вся цепь имеет активно-емкостный характер. При этом ток цепи опе-

режает напряжение на угол  $\varphi$ . Возможен режим, при котором  $I_{p1} = I_{p2}$ . Реактивные токи полностью компенсируют друг друга, и ток в неразветвленной части цепи совпадает по фазе с напряжением. При этих условиях в цепи возникает резонанс токов. Этот режим работы электрической цепи подробно рассмотрен в § 13.4.

### § 13.3. Общий случай цепи с параллельными ветвями

**1. Векторная диаграмма напряжения и токов.** Цепь, изображенная на рис. 13.5, состоит из трех параллельных ветвей. Первая ветвь для источника питания является активно-индуктивной нагрузкой, а вторая — активно-емкостной. Поэтому ток  $I_1$  отстает по фазе от напряжения  $U$  на угол  $\varphi_1$ , а ток  $I_2$  опережает это напряжение на угол  $\varphi_2$ . Характер третьей ветви зависит от соотношения ее индуктивного и емкостного сопротивлений. Допустим, что  $x_{L3} > x_{C3}$ , тогда третья ветвь имеет активно-индуктивный ха-

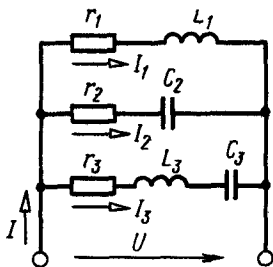


Рис. 13.5

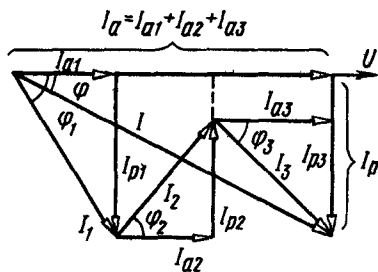


Рис. 13.6

актер и ток  $I_3$  отстает по фазе от напряжения на угол  $\varphi_3$ . С учетом этого построена векторная диаграмма рассматриваемой цепи (рис. 13.6). Для упрощения диаграммы начало вектора тока  $I_2$  совмещено с концом вектора тока  $I_1$ , а начало вектора тока  $I_3$  — с концом вектора тока  $I_2$ . При таком построении замыкающий вектор выражает ток  $I$  в неразветвленной части цепи.

**2. Расчет токов.** Из векторной диаграммы видно, что активная составляющая тока цепи равна арифметической сумме активных составляющих токов в ветвях:  $I_a = I_{a1} + I_{a2} + I_{a3}$ , а реактивная — алгебраической сумме реактивных составляющих:  $I_p = I_{p1} - I_{p2} + I_{p3}$ . В ветвях с  $r$  и  $L$  реактивные составляющие токов считаются положительными, а в ветвях с  $r$  и  $C$  — отрицательными. Ток цепи  $I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2}$ , а токи в параллельных ветвях:  $I_1 = U/z_1$ ;  $I_2 = U/z_2$ ;  $I_3 = U/z_3$ .

**Пример 13.3.** Известны токи в параллельных ветвях и углы сдвига фаз (см. рис. 13.5):  $I_1 = 10$  А,  $I_2 = 15$  А,  $I_3 = 5$  А,  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 30^\circ$ , причем  $x_{L3} > x_{C3}$ . Определить ток в неразветвленной части цепи.



**Решение.** Активные составляющие токов в параллельных ветвях:

$$I_{a1} = I_1 \cos \varphi_1 = 10 \cos 30^\circ = 8,6 \text{ А}, I_{a2} = I_2 \cos \varphi_2 = 15 \cos 30^\circ = 12,9 \text{ А}; I_{a3} = I_3 \cos \varphi_3 = 5 \cos 30^\circ = 4,3 \text{ А}.$$

Активная составляющая тока цепи  $I_a = I_{a1} + I_{a2} + I_{a3} = 8,6 + 12,9 + 4,3 = 25,8 \text{ А}$ . Реактивные составляющие токов в ветвях:

$$I_{p1} = I_1 \sin \varphi_1 = 10 \sin 30^\circ = 5 \text{ А}; I_{p2} = I_2 \sin \varphi_2 = 15 \sin 30^\circ = 7,5 \text{ А}; I_{p3} = I_3 \sin \varphi_3 = 5 \sin 30^\circ = 2,5 \text{ А}.$$

Реактивная составляющая тока цепи  $I_p = I_{p1} - I_{p2} + I_{p3} = 5 - 7,5 + 2,5 = 0$ . Ток цепи  $I = I_a = 25,8 \text{ А}$ .

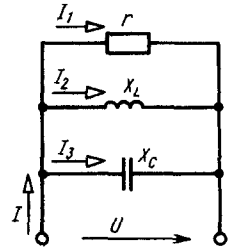


Рис. 13.7

Проводимости параллельных ветвей (см. рис. 13.5): активные

$$g_1 = r_1 / z_1^2; g_2 = r_2 / z_2^2; g_3 = r_3 / z_3^2; \text{ реактивные } b_1 = x_{L1} / z_1^2;$$

$$b_2 = x_{C2} / z_2^2; b_3 = (x_{L3} - x_{C3}) / z_3^2;$$

полные  $y_1 = \sqrt{g_1^2 + b_1^2}; y_2 = \sqrt{g_2^2 + b_2^2}; y_3 = \sqrt{g_3^2 + b_3^2}$ . Проводимости всей цепи: активная  $g = g_1 + g_2 + g_3$ ; реактивная  $b = b_1 - b_2 + b_3$ ; полная  $y = \sqrt{g^2 + b^2}$ . Действующие значения токов:  $I_1 = Uy_1; I_2 = Uy_2; I_3 = Uy_3$  и  $I = Uy$ . Мощности цепи: активная  $P = U^2 g$ ; реактивная  $Q = U^2 b$ ; полная  $S = UI = U^2 y = \sqrt{P^2 + Q^2}$ . Из сказанного следует, что при параллельном соединении складываются проводимости, токи и мощности. Активные составляющие этих величин складывают арифметически, реактивные — алгебраически, в полные — геометрически.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 13.2.

Контрольная карта 13.2

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
1	В электрической цепи (см. рис. 13.3) известны сопротивления $r_1, x_{L1}, r_2, x_{C2}$ . Определить активную проводимость всей цепи $g$	0,012 См 0,024 См 0,016 См 0,032 См		645 643 672 678	2,3	13.2
	Значения	Варианты				
		1-й	2-й	3-й	4-й	
	$r_1, \text{ Ом}$	30	40	60	80	
	$x_{L1}, \text{ Ом}$	40	30	80	60	
	$r_2, \text{ Ом}$	30	40	60	80	
	$x_{C2}, \text{ Ом}$	40	30	80	60	

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
2	По данным задания 1 определить полную проводимость всей цепи $y$	0,032 См 0,016 См 0,024 См 0,012 См		694 708 747 763	3	13.2
3	По данным задания 1 и известному напряжению $U = 100$ В определить общий ток цепи $I$	3,2 А 1,6 А 1,2 А 2,4 А		783 789 803 819	3	13.2
4	Три сопротивления $r$ , $x_L$ , $x_C$ соединены параллельно (рис 13.7). Укажите формулу общего тока цепи	$I = I_1 + I_2 + I_3$ $I = \frac{I_1 + I_2 - I_3}{\sqrt{I_1^2 + (I_2 - I_3)^2}}$		788 804 820	1	13.3
5	Укажите формулу полной проводимости цепи, изображенной на рис. 13.7	$y = \sqrt{g_1^2 + b_2^2}$ $y = \sqrt{g_1^2 + (b_2 + b_3)^2}$ $y = \sqrt{g_1^2 + (b_2 - b_3)^2}$		849 874 568	2	13.3

## § 13.4. Резонанс токов

**1. Векторная диаграмма напряжения и токов. Резонансная частота.** Вернемся к параллельному соединению катушки индуктивности и конденсатора (см. рис. 13.3). В § 13.2 указывалось, что в цепи при равенстве составляющих токов  $I_{p1} = I_{p2}$  возникает резонанс токов. На рис. 13.8 приведена диаграмма цепи при резонансе токов. Активные составляющие токов в параллельных ветвях  $I_{a1}$  и  $I_{a2}$  совпадают по фазе с приложенным напряжением  $U$ , а реактивные  $I_{p1}$  и  $I_{p2}$ , сдвинутые на  $180^\circ$ , полностью компенсируют друг друга. Поэтому общий ток цепи  $I = I_{a1} + I_{a2}$ . При этом угол сдвига фаз общего тока цепи и напряжения равен нулю. Так как  $I_{p1} = Ub_1$ , а  $I_{p2} = Ub_2$ , то при резонансе

$$Ub_1 = Ub_2 \text{ или } b_1 = b_2. \quad (13.7)$$

Следовательно, при резонансе токов реактивная проводимость катушки индуктивности  $b_1$  равна реактивной проводимости конденсатора  $b_2$ . Значит, реактивная проводимость всей цепи

$$b = b_1 - b_2 = \frac{\omega L}{r_1^2 + (\omega L)^2} - \frac{1/(\omega C)}{r_2^2 + [1/(\omega C)]^2} = 0.$$

Если это уравнение решить относительно частоты, то получим

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{L/C - r_1^2}{L/C - r_2^2}} \quad (13.8)$$

Из (13.8) видно, что резонансная частота зависит не только от индуктивности  $L$  и емкости  $C$ , но и от активных сопротивлений контура  $r_1$  и  $r_2$ . В частном случае, когда активные сопротивления малы и ими можно пренебречь, частота резонанса токов  $\omega = 1/\sqrt{LC} = \omega_0$ , т. е. совпадает с частотой резонанса напряжений. Такое же равенство частот возникает при равенстве активных сопротивлений  $r_1 = r_2$ .

**2. Особенности резонанса токов.** Полная проводимость всей цепи с параллельным соединением катушки и конденсатора

$$y = \sqrt{g^2 + b^2} = \sqrt{(g_1 + g_2)^2 + (b_1 - b_2)^2}. \quad (13.9)$$

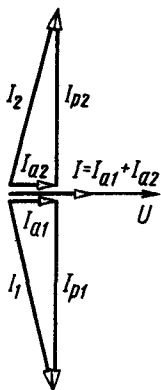


Рис 13.8

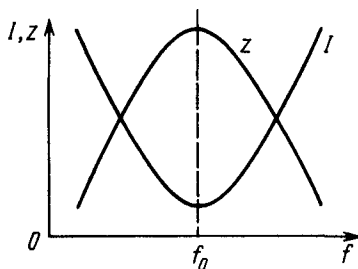


Рис. 13.9

При резонансе  $b_1 = b_2$ , а  $y = g_1 + g_2$ , т. е. полная проводимость равна активной проводимости цепи. Обратим внимание на то, что пол-

ная проводимость становится наименьшей из всех возможных при изменении частоты источника  $f$ . Наоборот, сопротивление всей цепи  $z = 1/y$  становится наибольшим. При максимальном сопротивлении общий ток в цепи  $I = U/z$  становится наименьшим. Он совпадает по фазе с напряжением источника ( $\varphi = 0$ ). Характер изменения полного сопротивления и тока всей цепи от частоты показан на рис. 13.9. При резонансе токи в параллельных ветвях  $I_1$  и  $I_2$  могут быть значительно больше общего тока цепи  $I$ . Это объясняется тем, что реактивные составляющие токов катушки индуктивности и конденсатора взаимно уравновешиваются и поэтому не влияют на ток  $I = I_{a1} + I_{a2}$ . Выясним зависимость общего тока цепи при резонансе от активных сопротивлений контура  $r_1$  и  $r_2$ . С уменьшением этих сопротивлений уменьшаются активные мощности  $P_1 = I_1^2 r_1 = U I_{a1}$  и  $P_2 = I_2^2 r_2 = U I_{a2}$ . В результате снижаются активные составляющие токов  $I_{a1}$ ,  $I_{a2}$  и ток в цепи  $I = I_{a1} + I_{a2}$ . Для идеального контура, когда

$r_1=r_2=0$ , токи  $I_{a1}=I_{a2}=0$  и  $I=0$ . В этом случае между катушкой индуктивности и конденсатором происходит обмен энергией без активных потерь. Сопротивление идеального контура  $z=U/I=U/0=\infty$ , т. е. становится бесконечно большим. В действительности любой колебательный контур имеет активные сопротивления. Поэтому  $z \neq \infty$  и  $I \neq 0$ . Чем меньше активные сопротивления контура, тем больше его сопротивление и тем меньший ток проходит в цепи от источника энергии к контуру. При резонансе реактивные мощности  $Q_L=Q_C$ . Поэтому реактивная мощность всей цепи  $Q=Q_L-Q_C=0$ . От источника питания к контуру поступает только активная энергия. Резонанс токов широко используется в радиотехнических цепях (устройствах автоматики, телемеханики и связи). Использование резонанса токов позволяет улучшить коэффициент мощности электрических установок промышленных предприятий.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 13.3.

Контрольная карта 13.3

Номер задания	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультации	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
1	Как можно получить резонанс токов в идеальном колебательном контуре с постоянной индуктивностью и емкостью?	Изменяя частоту собственных колебаний Изменяя частоту источника питания Изменяя емкостное сопротивление		624	1	13.4
				630		
				646		
2	Катушка индуктивности и конденсатор соединены параллельно. При резонансе ток в конденсаторе $I_C=10$ А, а ток в неразветвленной части цепи $I=5$ А. Определить ток в катушке	10 А 5 А 11,2 А 15 А		659	1	13.4
				676		
				709		
				727		
3	Катушка имеет активное сопротивление $r$ и индуктивность $L$ . Определить емкость, которую необходимо подключить параллельно катушке, чтобы в контуре получить резонанс токов на частоте $f=50$ Гц	127 мкФ 254 мкФ 159 мкФ 318 мкФ		744	1,2	13.4
				764		
				784		
				790		
				790		

Номера заданий	Содержание заданий					Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
	Значения	Варианты							части	параграф
		1-й	2-й	3-й	4-й					
	$r, \text{ Ом}$ $L, \text{ Гн}$	10 0,0318	5 0,0159	5 0,0318	10 0,0159					
4	По данным задания 3 и напряжению цепи $U = 120 \text{ В}$ определить общий ток контура $I$					4,8 А 6 А 9,6 А 12 А		806 821 850 876	1,2	13.4
5	Чему равна активная мощность идеального контура при резонансе токов?					$P = UI$ $P = 0$ $P = Q$		569 599 607	2	13.4

### § 13.5. Коэффициент мощности

**1. Определение и расчет коэффициента мощности.** При активной нагрузке, к которой можно отнести лампы накаливания, нагревательные приборы, ток и напряжение совпадают по фазе ( $\varphi = 0$ ). При этом активная мощность  $P = UI \cos \varphi = UI = S$ , т. е. равна полной мощности. В цепях с активным сопротивлением и индуктивностью или с активным сопротивлением и емкостью угол сдвига фаз напряжения и тока  $\varphi \neq 0$ , а активная мощность меньше полной:  $P = UI \cos \varphi < UI = S$ . Электрическая энергия, израсходованная в цепи переменного тока за время  $t$ , называется *активной*.

При неизменной активности мощности  $P$  активная энергия  $W_a = Pt$ . Произведение реактивной мощности  $Q$  и времени  $t$  называется *реактивной энергией*  $W_p = Qt$ , а отношение активной мощности приемника энергии к полной — *коэффициентом мощности*:

$$\cos \varphi = P/S = P/\sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (13.10)$$

В общем случае активная мощность меньше полной, поэтому  $\cos \varphi < 1$ . И только при активной нагрузке, когда вся мощность является активной ( $P = S$ ),  $\cos \varphi = 1$ . У большинства приемников  $\cos \varphi$  меняется во время их работы. Например,  $\cos \varphi$  асинхронного электродвигателя изменяется от 0,2 до 0,85 при увеличении его

механической мощности от нуля до номинальной. При этих условиях работу установки характеризует средневзвешенный коэффициент мощности. Его находят за определенный промежуток времени (например, за месяц) по показаниям счетчиков активной и реактивной энергии:

$$\cos \varphi_c = W_a / \sqrt{W_a^2 + W_p^2}. \quad (13.11)$$

**Пример 13.4.** Показание счетчика активной энергии в начале и конце месяца соответственно 1350 и 2150 кВт·ч, а счетчика реактивной энергии — 600 и 1200 квар·ч. Определить коэффициент мощности установки за месяц.

**Решение.** Разность показаний счетчика активной энергии  $W_a = 2150 - 1350 = 800$  кВт·ч. Разность показаний счетчика реактивной энергии  $W_p = 1200 - 600 = 600$  квар·ч;

$$\cos \varphi_c = \frac{W_a}{\sqrt{W_a^2 + W_p^2}} = \frac{800}{\sqrt{800^2 + 600^2}} = 0,8.$$

**2. Значение коэффициента мощности.** Для выяснения значения коэффициента мощности обратимся к основным характеристикам питающего генератора: номинальному напряжению  $U_{ном}$ , току  $I_{ном}$  и мощности  $S_{ном} = U_{ном} I_{ном}$ . Пусть  $U_{ном} = 1200$  В,  $I_{ном} = 200$  А. Тогда  $S_{ном} = U_{ном} I_{ном} = 1200 \cdot 200 = 240$  кВ·А. К генератору поочередно присоединим приемники с таким же номинальным напряжением и током, но с различным  $\cos \varphi$ . При подключении активной нагрузки, когда  $\cos \varphi = 1$ , активная мощность генератора  $P = U_{ном} \cdot I_{ном} \cos \varphi = 1200 \cdot 200 = 240$  кВт, т. е. равна полной мощности. Если теперь к тому же генератору подключить нагрузку, имеющую  $\cos \varphi = 0,5$ , то активная мощность генератора  $P = U_{ном} I_{ном} \cos \varphi = 1200 \cdot 200 \cdot 0,5 = 1200$  кВт, т. е. снизится в два раза. Несмотря на это, по обмоткам генератора и соединительным проводам проходит тот же ток (200 А). Значит, генератор работает с полной номинальной мощностью и подключать к нему дополнительную нагрузку нельзя. Активная мощность генератора уменьшилась за счет увеличения его реактивной мощности, бесполезно загружающей генератор и линию электропередачи. Если к генератору подключить нагрузку с  $\cos \varphi = 0$ , то его активная мощность  $P = U_{ном} I_{ном} \cos \varphi = 1200 \cdot 200 \cdot 0 = 0$ . Итак, один и тот же генератор при номинальной полной мощности может отдавать приемникам энергии различную активную мощность. С уменьшением  $\cos \varphi$  приемника активная мощность генератора уменьшается, а реактивная увеличивается. Наилучшее использование номинальной мощности генератора возможно при его работе с номинальными напряжением и током,  $\cos \varphi = 1$ . В этом случае генератор может развивать наибольшую мощность, равную полной номинальной мощности:  $P = S_{ном}$ . Это возможно, если все подключенные к генератору приемники будут работать при  $\cos \varphi = 1$ . Однако  $\cos \varphi = 1$  только при активной нагрузке. При активно-индуктивной нагрузке  $\cos \varphi < 1$ . В этом случае при-

меняют ряд мер, повышающих  $\cos\varphi$  установки до значений, близких к единице ( $0,95 \div 1$ ).

**3. Способы улучшения коэффициента мощности. Расчет емкости статистических конденсаторов.** Различают естественные и искусственные способы улучшения коэффициента мощности. Известно, что электродвигатели переменного тока, трансформаторы работают с наибольшим  $\cos\varphi$  при полной их загрузке. Поэтому электродвигатели и трансформаторы нужно выбирать по требуемой мощности, не допуская их недогрузки и работы вхолостую. Способы повышения коэффициента мощности, связанные с правильным выбором оборудования и его эксплуатацией, называются *естественными*. Во многих случаях естественные способы улучшения дополняют *искусственными*, при которых применяют специальное оборудование. При одном из них

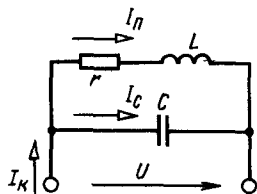


Рис. 13.10

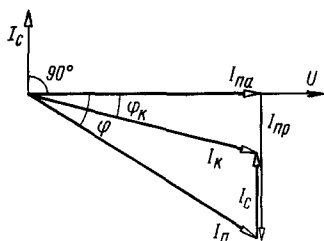


Рис. 13.11

параллельно приемнику подключают статические конденсаторы так называемой *компенсационной установки* (рис. 13.10).

Векторная диаграмма такой установки показана на рис. 13.11. Вектор напряжения  $U$  отложен в горизонтальном направлении. Ток приемника  $I_n$  отстает от напряжения на угол  $\varphi$ , а ток конденсатора  $I_C$  опережает это же напряжение на угол  $90^\circ$ . Общий ток цепи равен геометрической сумме  $I_n$  и  $I_C$ . Реактивная составляющая тока приемника  $I_{np}$  частично (или полностью) компенсируется током конденсатора  $I_C$ .

В связи с этим уменьшаются общий ток цепи с  $I_n$  до  $I_k$  и угол сдвига фаз с  $\varphi$  до  $\varphi_k$ . Активная составляющая тока приемника  $I_{na}$  не меняется. На рис. 13.12, а, б показаны треугольники мощностей установки до и после включения конденсаторов. Реактивную мощность установки выразим через неизменную активную мощность  $P$ . До подключения конденсатора  $Q = P \operatorname{tg} \varphi$ , а после включения  $Q_k = P \operatorname{tg} \varphi_k$ . Реактивная мощность статических конденсаторов  $Q_C = Q - Q_k = P \operatorname{tg} \varphi - P \operatorname{tg} \varphi_k = P(\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi_k)$ . Эту же мощность выразим через напряжение сети  $U$  и проводимость конденсатора  $b_C$ :  $Q_C = U^2 b_C = U^2 \omega C = U^2 \cdot 2\pi f C$ . Следовательно,  $P(\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi_k) = U^2 \cdot 2\pi f C$ . Отсюда емкость батареи конденсаторов

$$C = \frac{P(\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi_k)}{U^2 2\pi f} \quad (13.12)$$

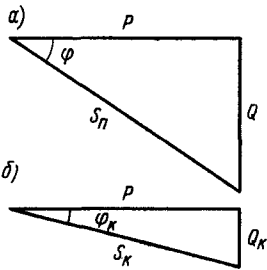


Рис. 13.12

При полной компенсации, когда  $\varphi_k = 0$ ,

$$C = \frac{P \operatorname{tg} \varphi}{U^2 2\pi f} \quad (13.13)$$

Однако для полной компенсации реактивной составляющей тока нагрузки требуется значительная емкость конденсаторов, что в ряде случаев экономически невыгодно.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 13.4.

Контрольная карта 13.4

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите		
					части	параграф	
1	В цепи (см. рис. 13.7) $r = x_L = x_C$ . Определить коэффициент мощности $\cos \varphi$	0 1 0,707 0,8		625 632 647 660	1	13.5	
2	Активные мощности приемников энергии, соединенных параллельно, при напряжении $U$ и частоте $f$ равны: $P_1 = 5,4$ кВт, $P_2 = 6,4$ кВт, $P_3 = 6,3$ кВт, а коэффициенты мощности: $\cos \varphi_1 = 0,9$ ; $\cos \varphi_2 = 0,8$ ; $\cos \varphi_3 = 0,7$ . В каком отношении находятся токи этих приемников?	6:8:9 9:8:7 Токи приемников одинаковы		677 710 728	2	13.5	
3	Известны ток потребителя энергии $I_n$ и угол сдвига фаз $\varphi$ (см. рис. 13.11). Определить реактивную составляющую тока приемка $I_{пр}$	8,66 А 17,32 А 5 А 10 А		748 766 785 791	3	13.5	
	Значения	Варианты					
		1-й	2-й	3-й	4-й		
$I_n$ , А $\varphi$ , град	10 30	10 60	20 30	20 60			



Продолжение контрольной карты 13.4

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
4	По данным задания 3 и общему напряжению $U = 220$ В определить емкость конденсаторов $C$ , необходимых для повышения $\cos \varphi$ установки до единицы	144 мкФ 72 мкФ 125 мкФ 250 мкФ		807 822 851 875	3	13.5
5	По данным заданий 3 и 4 определить значение общего тока $I_k$ при $\cos \varphi_k = 1$ (после подключения конденсаторов)	5 А 10 А 17,32 А 8,66 А		570 600 608 626	3	13.5

**ЗАДАЧИ К ГЛАВЕ 13**

13.1. К сети переменного тока присоединен приемник энергии, имеющий две параллельные ветви (см. рис. 13.1) с параметрами  $r_1 = 6$  Ом,  $x_{L1} = 8$  Ом,  $r_2 = 16$  Ом,  $x_{L2} = 12$  Ом. Ток с первой ветви  $I_1 = 22$  А. Определить напряжение сети  $U$ , полную проводимость  $y$  и ток  $I$  всей цепи.

Ответ:  $U = 220$  В,  $y = 14,86 \cdot 10^{-2}$  См,  $I = 32,7$  А.

13.2. Приборы, включенные в цепь переменного тока (рис. 13.13), показывают: амперметры ( $A_1$  и  $A_2$ ) — 10 А, вольтметр — 220 В, ваттметр — 3520 Вт. Определить ток всей цепи и угол сдвига фаз тока  $I$  относительно напряжения  $U$ .

Решение. Построим векторную диаграмму для данной цепи (рис. 13.14). Активная составляющая тока всей цепи

$$I_a = P/U = 3520/220 = 16 \text{ А.}$$

Активная составляющая второго тока  $I_{a2} = I_a - I_1 = 16 - 10 = 6$  А. Реактивная составляющая второго тока

$$I_{p2} = \sqrt{I_2^2 - I_{a2}^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ А.}$$

Ток всей цепи

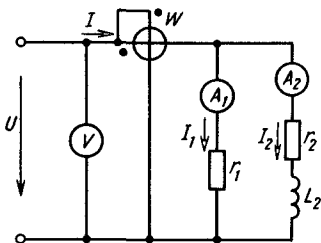


Рис. 13.13

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{16^2 + 8^2} = 17,9 \text{ А.}$$

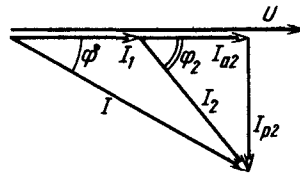


Рис. 13.14

Коэффициент мощности

$$\cos\varphi = I_2/I = 16/17,9 = 0,89.$$

Угол сдвига фаз тока цепи относительно напряжения  $\varphi = 26^\circ 38'$ .

13.3. Определить сопротивление  $r$  и емкость  $C$  цепи (рис. 13.15), если приборы показывают:  $P = 480$  Вт,  $I = 5$  А,  $I_1 = 4$  А. Частота тока  $f = 50$  Гц.

Ответ:  $r = 30$  Ом,  $C = 80$  мкФ.

13.4. Определить токи в ветвях и в неразветвленной части цепи (рис. 13.16), если  $r_1 = 6$  Ом,  $x_{C1} = 8$  Ом,  $r_2 = 7$  Ом,  $x_{C2} = 5$  Ом. Действующее значение переменного напряжения  $U = 220$  В.

Ответ:  $I_1 = 22$  А,  $I_2 = 25,6$  А,  $I = 47$  А.

13.5. В сеть переменного тока напряжением 220 В включены параллельно три приемника энергии: первый приемник мощностью 10 кВт с  $\cos\varphi_1 = 1$ , второй приемник мощностью 15 кВт с  $\cos\varphi_2 = 0,9$  ( $\varphi_2 > 0$ ), третий приемник мощностью 8 кВт с  $\cos\varphi_3 = 0,8$  ( $\varphi_3 > 0$ ). Определить ток и  $\cos\varphi$  всей установки.

Ответ:  $I = 162$  А,  $\cos\varphi = 0,93$ .

13.6. Определить показания ваттметров и амперметра в цепи переменного тока (рис. 13.17), если  $r_1 = 60$  Ом,  $x_{L1} = 80$  Ом,  $r_2 = 90$  Ом,  $x_{L2} = 120$  Ом,  $x_{C2} = 240$  Ом,  $r_3 = 100$  Ом. Действующее значение напряжения  $U = 220$  В.

Ответ:  $P_1 = 968$  Вт,  $P_2 = 678$  Вт,  $I = 4,44$  А.

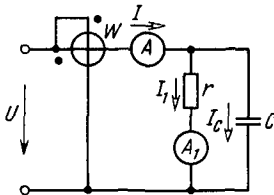


Рис. 13.15

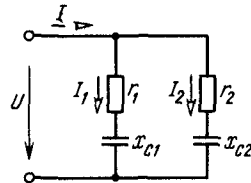


Рис. 13.16

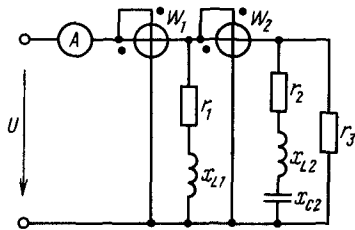


Рис. 13.17

13.7. Катушка индуктивности и конденсатор соединены параллельно. Активное сопротивление катушки  $r = 2$  Ом, индуктивность  $L = 10$  мГн, емкость конденсатора  $C = 100$  мкФ. Вычислить резонансную частоту.

Ответ:  $f_p = 156$  Гц.

13.8. В электрической цепи, состоящей из катушки индуктивности и параллельно включенного конденсатора, возникает резонанс токов. Активное сопротивление катушки  $r = 1$  Ом, индуктивность  $L = 0,0318$  Гн. Напряжение источника  $U = 220$  В, частота 50 Гц. Определить

ток в ветви с конденсатором и ток всей цепи.

Ответ:  $I_C \approx 22$  А,  $I \approx 2,2$  А.

13.9. Электрическая установка состоит из группы ламп освещения общей мощностью  $P_1 = 1100$  Вт и электродвигателя мощностью  $P_2 = 2200$  Вт с  $\cos\varphi_2 = 0,5$ . Лампы и электродвигатель включены параллельно и находятся под напряжением  $U = 220$  В с частотой  $f = 50$  Гц. Определить емкость батареи конденсаторов, которую следует подключить параллельно, чтобы повысить  $\cos\varphi$  установки до 0,95.

Ответ: 179 мкФ.

13.10. В сеть с напряжением  $U = 220$  В и частотой  $f = 50$  Гц включен электродвигатель мощностью  $P = 2,2$  кВт с  $\cos\varphi = 0,6$ . На сколько снизится ток установки, если параллельно двигателю включить батарею конденсаторов емкостью  $C = 123$  мкФ?

Ответ: на 5,6 А.

## Глава 14

### РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА С ПРИМЕНЕНИЕМ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

#### § 14.1. Общие сведения о комплексных числах

**1. Алгебраическая форма.** Для расчета цепей переменного тока широко используются комплексные числа. Для этого изменяющиеся синусоидально ЭДС, напряжения и токи, а также сопротивления, проводимости и мощности изображаются комплексными числами. Это позволяет заменить графические действия над векторами алгебраическими действиями над комплексными числами, использовать для расчета цепей переменного тока законы Кирхгофа и все методы расчетов сложных цепей постоянного тока.

Из курса математики известно, что комплексное число можно представить в одной из трех форм: алгебраической, показательной и тригонометрической. В алгебраической форме комплексное число (сокращенно — комплекс)  $A$  выражается как сумма действительного числа  $A'$  и мнимого числа  $jA''$ , т. е.  $A = A' + jA''$ . Мнимое число равно произведению мнимой единицы  $j = \sqrt{-1}$  и коэффициента при ней  $A''$ .

Для графического изображения комплексных чисел возьмем прямоугольную систему координат (комплексную плоскость, рис. 14.1) и условимся откладывать от горизонтальной оси действительные, или вещественные, числа, а по вертикальной — мнимые, принимая во внимание их знаки. Оси действительных и мнимых чисел сокращенно называют действительной и мнимой осями. Имея, например, комплекс  $A = 3 + j4$ , нанесем на действительную ось число 3, а на мнимую — мнимое число  $j4$ . Из концов полученных отрезков восставим перпендикуляры до их пересечения. Из начала координат в точку пересечения проведем вектор, который будет выражать заданное комплексное число. Таким образом, всякому комплексу на комплексной плоскости соответствует некоторый вектор. Число  $j = \sqrt{-1}$  называют *поворотным множителем*. Умножение на  $j$  комплексного числа приводит к повороту изображающего вектора на  $90^\circ$  в положительном направлении, т. е. против направления вращения часовой стрелки. Если задано действительно положительное число  $A'$ , то на комплексной плоскости оно изобразится отрезком или вектором, направленным по действительной положительной полуоси. При умножении числа  $A'$  на  $j$  получим мнимое число  $jA'$ , которое изображают вектором, направленным по мнимой положительной полуоси,

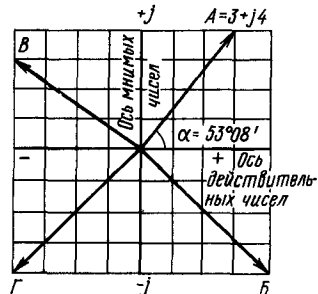


Рис. 14.1

т. е. повернутым относительно первого вектора на  $90^\circ$  в положительном направлении.

**Пример 14.1.** Векторы **Б**, **В**, **Г** (рис. 14.1) выразить комплексным числом в алгебраической форме.

**Решение.** Проекция вектора на действительную ось равна действительной части комплексного числа, а на мнимую — мнимой части. Поэтому вектор **Б** выразится комплексом  $B = 4 - j4$ , векторы **В** и **Г** — комплексами  $B = -4 + j3$ ,  $G = -4 - j4$ .

**2. Показательная форма.** Для того чтобы комплексное число написать в показательной форме, необходимо знать его модуль и аргумент. Модуль комплексного числа определяется по теореме Пифагора:  $|A| = \sqrt{(A')^2 + (A'')^2}$ . Например, модуль комплекса  $A = 3 + j4$  (рис. 14.1) равен  $|A| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ . Угол  $\alpha$ , составленный вектором с действительной положительной полуосью, называется *аргументом комплекса*. Положительные аргументы комплексов откладываются от действительной положительной полуоси против, а отрицательные — по ходу часовой стрелки. Аргумент комплекса  $A = A' + jA''$  можно определить по тангенсу:  $\operatorname{tg} \alpha = A''/A'$ . Например, для комплекса  $A = 3 + j4$   $\operatorname{tg} \alpha = 4/3 = 1,33$ , откуда  $\alpha = 53^\circ 08'$ . Комплексное число в показательной форме выразится произведением модуля и поворотного множителя  $e^{j\alpha}$ :  $A = |A|e^{j\alpha}$ , где  $e = 2,718$  — основание натуральных логарифмов. Поворотный множитель  $e^{j\alpha}$  показывает, что вектор на комплексной плоскости повернут относительно действительной положительной полуоси на угол  $\alpha$  против направления движения часовой стрелки. Для рассмотренного примера  $A = 3 + j4 = 5e^{j53^\circ 08'}$ . Если аргумент комплекса отрицателен, то  $A = |A|e^{-j\alpha}$ .

**Пример 14.2.** Векторы **Б**, **В**, **Г** (рис. 14.1) выразить комплексными числами в показательной форме.

**Решение.** Модули комплексных:  $|B| = \sqrt{4^2 + (-4)^2} = 5,64$ ;  $|B| = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = 5$ ;  $|G| = \sqrt{(-4)^2 + (-4)^2} = 5,64$ . Аргументы комплексных найдем по тангенсам:  $\operatorname{tg} \alpha_1 = -4/4 = -1$ ;  $\alpha_1 = -45^\circ$ ;  $\operatorname{tg} \alpha_2 = -3/4$ ;  $\alpha_2 = 143^\circ 08'$ ;  $\operatorname{tg} \alpha_3 = -4/-4 = 1$ ;  $\alpha_3 = 225^\circ$ . Тогда  $B = 4 - j4 = 5,64e^{-j45^\circ}$ ,  $B = -4 + j3 = 5e^{j143^\circ 08'}$ ;  $G = -4 - j4 = 5,64e^{j225^\circ}$ .

**3. Тригонометрическая форма.** При решении задач комплексным методом приходится переходить от показательной формы к алгебраической. Заданными являются модуль и аргумент комплекса, требуется определить действительную и мнимую части комплексного числа и представить его в алгебраической форме. Из прямоугольного треугольника (рис. 14.2)  $A' = |A| \cos \alpha$ , а

$A'' = |A| \sin \alpha$ . Следовательно, комплекс  $A = A' + jA'' = |A| \cos \alpha + j|A| \sin \alpha$ . Полученная запись выражает тригонометрическую форму комплексного числа. Пусть задан комплекс  $A = 10e^{j30^\circ}$ , а требуется записать этот же комплекс в тригонометрической и алгебраической формах. Для этого воспользуемся только что полученной формулой  $A = 10e^{j30^\circ} = 10 \cos 30^\circ + j10 \sin 30^\circ = 8,6 + j5$ .

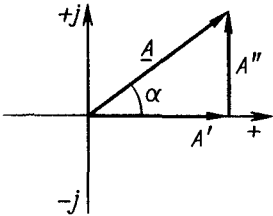


Рис. 14.2

**4. Сложение, вычитание, умножение и деление комплексных чисел.** Над комплексными числами можно производить действия сложения, вычитания, умножения, деления. Для сложения и вычитания комплексы представляют в алгебраической форме. При сложении двух и нескольких комплексных чисел отдельно складывают их действительные и мнимые части:  $A + B = (A' + jA'') + (B' + jB'') = (A' + B') + j(A'' + B'') = C' + jC'' = C$ . Пусть  $A = 5 + j10$ , а  $B = 10 - j5$ . Тогда  $C = A + B = 5 + j10 + 10 - j5 = 15 + j5$ . При вычитании одного комплексного числа из другого вычитаются отдельно их действительные и мнимые части:  $A - B = (A' + jA'') - (B' + jB'') = (A' - B') + j(A'' - B'') = C' + jC'' = C$ . Так как комплексное число можно представить вектором, то сложение или вычитание чисел соответствует сложению и вычитанию векторов. Умножение и деление комплексных производятся в показательной или алгебраической формах записи. В первом случае эти действия выполняются проще. Поэтому комплексы, заданные в алгебраической форме, для умножения или деления переводят в показательную. Произведение двух комплексных, выраженных в показательной форме, есть комплекс, модуль которого равен произведению модулей сомножителей, а аргумент — алгебраической сумме аргументов перемноженных комплексных:  $C = AB = |A|e^{j\alpha}|B|e^{j\beta} = |A||B| \cdot e^{j(\alpha + \beta)} = |C|e^{j\gamma}$ , где  $|C| = |A||B|$ , а  $\gamma = \alpha + \beta$ . Пусть  $A = 5e^{j25^\circ}$ , а  $B = 4e^{-j60^\circ}$ . Тогда  $C = AB = 5e^{j25^\circ}4e^{-j60^\circ} = 20e^{-j35^\circ}$ . Если сомножители имеют одинаковые модули, равные по величине, но противоположные по знаку аргументы, то их произведение равно квадрату модуля сомножителей:  $C = |A|e^{j\alpha}|A|e^{-j\alpha} = |A|^2e^{j0} = |A|^2$ . Два таких комплекса называются *сопряженными*. Частное от деления двух комплексных, выраженных в показательной форме, есть комплекс, модуль которого равен частному от деления модуля комплекса делимого на модуль комплекса делителя, а аргумент равен алгебраической разности аргументов делимого и делителя:  $C = \frac{A}{B} = \frac{|A|e^{j\alpha}}{|B|e^{j\beta}} = \frac{|A|}{|B|}e^{j(\alpha - \beta)} = |C|e^{j\gamma}$ , где  $|C| = |A|/|B|$  и  $\gamma = \alpha - \beta$ . Пусть  $A = 25e^{-j30^\circ}$ , а  $B = 5e^{j10^\circ}$ . Тогда  $C = \frac{A}{B} = \frac{25e^{-j30^\circ}}{5e^{j10^\circ}} = 5e^{-j40^\circ}$ .

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 14.1.

Контрольная карта 14.1

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите					
					части	параграф				
1	В какой четверти комплексной плоскости находится вектор, соответствующий комплексному числу $A = -5 + j10$ ?	В первой Во второй В третьей В четвертой		661 680 711 730	1	14.1				
2	Дано комплексное число $A$ в алгебраической форме. Как выразится это же комплексное число в показательной форме?	$A = 14,1e^{-j45^\circ}$ $A = 14,1e^{j45^\circ}$ $A = 14,1e^{-j135^\circ}$ $A = 14,1e^{+j135^\circ}$		749 767 769 793	2	14.1				
	Значение						Варианты			
							1-й	2-й	3-й	4-й
	$A$	$10 + j10$	$10 - j10$	$-10 + j10$	$-10 - j10$					
3	Комплексное число $A$ переведите из показательной формы в алгебраическую	$A = 8,66 - j5$ $A = 5 + j8,66$ $A = 5 - j8,66$ $A = 8,66 + j5$		805 837 853 878	3	14.1				
	Значение						Варианты			
							1-й	2-й	3-й	4-й
	$A$	$10e^{j60^\circ}$	$10e^{j60^\circ}$	$10e^{j30^\circ}$	$10e^{-j30^\circ}$					
4	Даны четыре комплекса: $A = 25e^{j25^\circ}$ ; $B = 15e^{-j25^\circ}$ ; $C = 25e^{-j15^\circ}$ ; $D = 25e^{-j25^\circ}$ . Какие из этих комплексов являются сопряженными?	$A$ и $B$ $A$ и $C$ $A$ и $D$		601 609 627	4	14.1				
5	Определить частное от деления ( $C$ ) двух комплексов: $A = 25e^{-j55^\circ}$ и $B = 5e^{-j85^\circ}$ . Полученный комплекс выразить в алгебраической форме	$C = 4,3 + j2,5$ $C = 2,5 + j4,3$ $C = 4,3 - j2,5$ $C = 2,5 - j4,3$		633 648 662 679	4	14.1				

## § 14.2. Выражение основных электрических величин комплексными числами

1. Токи, напряжения в комплексной форме записи. Синусоидальные величины можно изображать комплексными числами. Комплексные значения тока, напряжения и ЭДС принято обозначать прописными буквами с точкой:  $\dot{I}$ ,  $\dot{U}$ ,  $\dot{E}$ , а их модули, соответствующие действующим значениям, обозначают теми же буквами, но без точек над ними:  $I$ ,  $U$ ,  $E$ . Вернемся к цепям с последовательным соединением активного сопротивления и индуктивности (см. § 12.1), активного сопротивления и емкости (см. § 12.2). Векторная диаграмма первой цепи, построенная на комплексной плоскости, дана на рис. 14.3, а, а второй — на рис. 14.4, а. В обоих случаях вектор тока  $\dot{I}$  направлен по оси действительных чисел вправо от начала координат. Поэтому комплекс тока  $\dot{I} = Ie^{j0} = I$ , где  $I$  — модуль комплекса тока, а

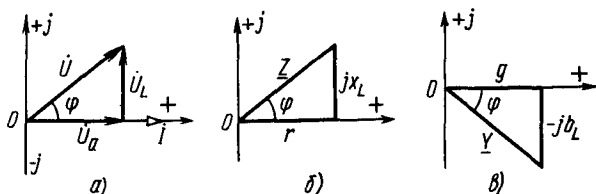


Рис. 14.3

$0^\circ$  — его начальная фаза. Комплекс напряжения на зажимах цепи с последовательным соединением активного сопротивления и индуктивности (рис. 14.3, а)  $\dot{U} = U_a + jU_L = Ue^{j\varphi}$ , где  $U_a$  и  $jU_L$  — вещественная и мнимая части;  $U$  и  $\varphi$  — модуль и начальная фаза комплекса напряжения. Таким образом, комплексное изображение синусоидальной величины определяет ее действующее (амплитудное) значение и начальную фазу. Пусть ток в катушке  $I = 5$  А, активное падение напряжения  $U_a = 60$  В, а индуктивное  $U_L = 80$  В. Тогда комплекс тока  $\dot{I} = I = 5$  А, а комплекс напряжения  $\dot{U} = U_a + jU_L = 60 + j80$ . Для перехода от алгебраической формы к показательной найдем модуль комплекса напряжения:  $U = \sqrt{U_a^2 + U_L^2} = \sqrt{60^2 + 80^2} = 100$  В и  $\operatorname{tg} \varphi = U_L/U_a = 80/60 = 1,33$ . Значит,  $\varphi = 53^\circ 08'$ . Поэтому комплекс напряжения  $\dot{U} = 60 + j80 = 100e^{j53^\circ 08'}$  В.

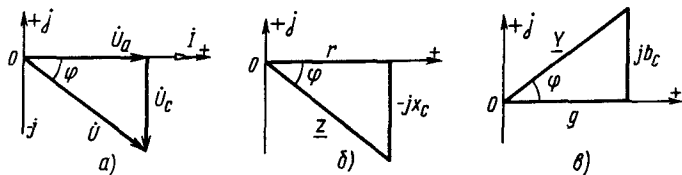


Рис. 14.4

**Пример 14.3.** Комплекс напряжения на катушке индуктивности  $\dot{U} = 100e^{j30^\circ}$  В. Определить активное и индуктивное падение напряжения.

**Решение.** Заданный комплекс напряжения представим в алгебраической форме:  $\dot{U} = 100e^{j30^\circ} = 100 \cos 30^\circ + j100 \sin 30^\circ = 86 + j50$ . Вещественная часть полученного комплекса выражает активное напряжение, а коэффициент при мнимой части — индуктивное. Значит,  $U_a = 86$  В, а  $U_L = 50$  В.

Комплекс общего напряжения цепи с последовательным соединением активного сопротивления и емкости (рис. 14.4, а)  $\dot{U} = U_a - jU_c = Ue^{-j\varphi}$ . Таким образом, в общем выражении комплекса напряжения перед мнимой частью ставятся знаки плюс, если она выражает индуктивное напряжение, и минус, если — емкостное. При последовательном соединении активного сопротивления, индуктивности и емкости комплекс общего напряжения цепи  $\dot{U} = U_a + jU_L - jU_c = \frac{U_a + j(U_L - U_c)}{1} = Ue^{j\varphi}$ . Модуль полученного комплекса  $U = \sqrt{U_a^2 + (U_L - U_c)^2}$ , а его аргумент  $\varphi = \text{arctg} \frac{U_L - U_c}{U_a}$ . При этом  $\varphi > 0$ , если  $U_L > U_c$ , и  $\varphi < 0$ ,

если  $U_L < U_c$ . В ряде случаев нулевую фазу приписывают не току, а напряжению. Тогда вектор напряжения  $\dot{U}$  будет направлен по оси действительных чисел комплексной плоскости, а остальные векторы ориентируются относительно этого исходного вектора. При этом условии комплекс напряжения  $\dot{U} = Ue^{0^\circ} = U$ . Комплекс тока для цепей с последовательным соединением  $r$  и  $L$   $\dot{I} = Ie^{-j\varphi}$ .

## 2. Сопротивления и проводимости в комплексной форме.

Сопротивления и проводимости можно выразить комплексными числами. Комплексное сопротивление цепи обозначается  $\underline{Z}$ , а комплексная проводимость —  $\underline{Y}$ . При обозначении комплексных величин принято ставить точки только над теми комплексами, которые изображают синусоидально изменяющиеся величины. Поэтому для комплексов полного сопротивления и проводимости вместо точки над буквой ставят черту снизу. Модуль комплексного сопротивления цепи обозначают  $z$ , а комплексной проводимости —  $y$ . Рассмотрим треугольники сопротивлений и проводимостей цепей с последовательным соединением активного сопротивления и индуктивности (рис. 14.3, б, в), расположенные на комплексной плоскости. Активные сопротивления и проводимости изображены положительными отрезками на оси действительных чисел, а реактивные — положительными или отрицательными на оси мнимых чисел. С учетом этого составим комплексы полных сопротивлений и проводимостей. Для цепей с последовательным соединением  $r$  и  $L$   $\underline{Z} = r + jx_L = ze^{j\varphi}$ , а  $\underline{Y} = g - jb_L = ye^{-j\varphi}$ , а для цепей с  $r$  и  $C$   $\underline{Z} = r - jx_C = ze^{-j\varphi}$ , а  $\underline{Y} = g + jbc = ye^{j\varphi}$ . Модули и аргументы этих величин определяют по следующим формулам. Для цепей с последовательным соединением

$r$  и  $L$   $z = \sqrt{r^2 + x_L^2}$ ;  $y = \sqrt{g^2 + b_L^2}$  и  $\varphi = \text{arctg} \frac{x_L}{r}$ , а для цепей с  $r$  и  $C$   $z = \sqrt{r^2 + x_C^2}$ ;  $y = \sqrt{g^2 + b_C^2}$  и  $\varphi = \text{arctg} \frac{x_C}{r}$ . При



последовательном соединении элементов с активным  $r$ , индуктивным  $x_L$  и емкостным  $x_C$  сопротивлениями  $\underline{Z} = r + jx_L - jx_C = r + j(x_L - x_C) = ze^{j\varphi}$ . Модуль данного комплекса сопротивления  $z = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}$ , а его аргумент  $\varphi = \operatorname{arctg} \frac{x_L - x_C}{r}$ .

**Пример 14.4.** Участки с сопротивлениями  $r = 12$  Ом,  $x_L = 30$  Ом и  $x_C = 14$  Ом соединены последовательно. Написать формулу комплексного сопротивления всей цепи в показательной форме.

**Решение.** Комплекс полного сопротивления  $\underline{Z} = r + j(x_L - x_C) = 12 + j(30 - 14) = 12 + j16$ . Модуль комплекса сопротивления  $z = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$  Ом, а  $\operatorname{tg} \varphi = (x_L - x_C)/r = 16/12 = 1,33$ . Значит,  $\varphi = 53^\circ 08'$ , а  $\underline{Z} = 20e^{j53^\circ 08'}$ .

**3. Комплексное значение мощности.** В общем случае комплексное напряжение  $\underline{U} = Ue^{j\psi_1}$ , а комплексное значение тока  $\underline{I} = Ie^{j\psi_2}$ . Тогда сопряженный комплекс тока, отмеченный звездочкой  $\underline{I} = Ie^{-j\psi_2}$ . Для определения мощности в комплексной форме необходимо комплекс напряжения умножить на сопряженный комплекс тока:  $\underline{S} = \underline{U}\underline{I} = Ue^{j\psi_1}Ie^{-j\psi_2} = UIe^{j(\varphi)} = UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi$ . Действительная часть полученного комплекса равна активной мощности, а мнимая — реактивной. Положительный знак перед мнимой частью полученного комплекса указывает на индуктивный характер нагрузки, а отрицательный — на емкостный.

**Пример 14.5.** Комплекс тока в цепи  $I = 10e^{-j30^\circ}$ , а комплекс напряжения  $\underline{U} = 120e^{j0^\circ}$ . Определить комплексное значение мощности.

**Решение.** Сопряженный комплекс тока  $\underline{I} = 10e^{+j30^\circ}$ . Комплексное значение мощности  $\underline{S} = \underline{U}\underline{I} = 120e^{j0^\circ}10e^{+j30^\circ} = 1200e^{+j30^\circ} = 1200 \cos 30^\circ + j1200 \sin 30^\circ = 1032 + j600$ . Значит, активная мощность  $P = 1032$  Вт, а реактивная  $Q = 600$  вар. Положительный знак мощности указывает на индуктивный характер цепи.

## § 14.3. Законы Омы и Кирхгофа в комплексной форме

Закон Ома в комплексной форме  $\underline{I} = \underline{U}/\underline{Z} = \underline{U}\underline{Y}$ . В этом выражении учитывается связь между действующими значениями напряжения  $U$  и тока  $I$ , а также разность фаз между ними. Комплексное сопротивление ветви с сопротивлением  $r$ , индуктивностью  $L$  и емкостью  $C$   $\underline{Z} = r + j\omega L - j\frac{1}{\omega C}$ . Комплексное эквивалентное

сопротивление неразветвленной цепи равно сумме всех ее комплексных сопротивлений:  $\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \dots + \underline{Z}_n$ . Комплексная эквивалентная проводимость при параллельном соединении равна сумме комплексных проводимостей отдельных параллельных ветвей:  $\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \dots + \underline{Y}_n$ . Комплексное сопротивление эквивалентное двум параллельным ветвям,  $\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 / (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)$ . Первый закон Кирхгофа в комплексной форме записывают в виде  $\sum \underline{I} = 0$ , т. е. алгебраическая сумма комплексных токов, сходящихся в узле электрической цепи, равна нулю.

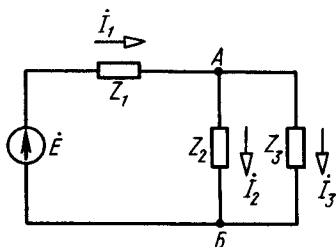


Рис. 14.5

Для составления уравнения по первому закону Кирхгофа нужно выбрать условно положительные направления токов. Токи, направленные к узлу, записываются с положительным знаком, а от узла — с отрицательным. Например, для узла  $A$  (рис. 14.5) получим  $i_1 - i_2 - i_3 = 0$ . Второй закон Кирхгофа в применении к контуру цепи в комплексной форме записывается в виде  $\sum \dot{E} = \sum IZ$ , т. е. алгебраическая сумма действующих

в контуре комплексных ЭДС равна алгебраической сумме комплексных падений напряжений. Уравнения по второму закону Кирхгофа записывают после выбора положительных направлений токов во всех ветвях цепи. Для схемы рис. 14.5  $\dot{E} = i_1 Z_1 + i_2 Z_2$ ;  $\dot{E} = i_1 Z_1 + i_3 Z_3$ ;  $i_3 Z_3 - i_2 Z_2 = 0$ .

**Пример 14.6.** Определить мгновенное значение тока  $i_1$  в неразветвленной части цепи (рис. 14.5), если токи в ветвях  $i_2 = 14,14 \sin(\omega t - 30^\circ)A$ ;  $i_3 = 28,28 \sin(\omega t + 20^\circ)A$ .

**Решение.** Комплексы токов в ветвях  $I_2 = \frac{I_{2m}}{\sqrt{2}} e^{j\varphi_2} = \frac{14,14}{\sqrt{2}} e^{-j30^\circ} = 10 \cos(-30^\circ) + j10 \sin(-30^\circ) = (8,66 - j5)A$ ;  $I_3 = \frac{I_{3m}}{\sqrt{2}} e^{j\varphi_3} = \frac{28,28}{\sqrt{2}} e^{j20^\circ} = 20 \cos 20^\circ + j20 \sin 20^\circ = (18,8 + j6,84)A$ . Комплекс тока в неразветвленной части цепи  $I_1 = I_2 + I_3 = 8,66 - j5 + 18,8 + j6,84 = 27,46 + j1,84 = 27,47 e^{j3^\circ 49'}$  A. Мгновенное значение тока  $i_1 = I_{1m} \sin(\omega t + \psi) = \sqrt{2} \cdot 27,47 \sin(\omega t + 3^\circ 49')$  A.

## § 14.4. Расчет последовательно-параллельных цепей

Изображение синусоидальных величин комплексными числами позволяет применить для расчета цепей синусоидального тока те же методы и соотношения, которые использовались в цепях постоянного тока. Рассмотрим пример расчета цепи со смешанным соединением участков.

**Пример 14.7.** Сопротивления участков цепи (рис. 14.6):  $r_1 = 6$  Ом;  $x_{L1} = 12$  Ом;  $x_{C1} = 4$  Ом;  $x_{C2} = 6$  Ом;  $r_3 = 10$  Ом;  $x_{L3} = 8$  Ом. Напряжение на зажимах цепи  $U = 380$  В. Определить токи и напряжения ветвей, активную, реактивную и полную мощности цепи.

**Решение.** Находим полные сопротивления ветвей:  $Z_1 = r_1 + j(x_{L1} - x_{C1}) = 6 + j(12 - 4) = 6 + j8 = 10 e^{j53^\circ 08'}$  Ом. Здесь  $z_1 = \sqrt{r_1^2 + (x_{L1} - x_{C1})^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$  Ом;  $\text{tg } \varphi_1 = (x_{L1} - x_{C1})/r_1 = 8/6 = 1,33$ ;  $\varphi_1 = 53^\circ 08'$ ;  $Z_2 = -j6 = 6 e^{-j90^\circ}$  Ом;  $Z_3 = r_3 + jx_{L3} = 10 + j8 = 12,8 e^{j38^\circ 40'}$ , где  $z_3 = \sqrt{r_3^2 + x_{L3}^2} = \sqrt{10^2 + 8^2} = 12,8$  Ом;  $\text{tg } \varphi_3 = \frac{x_{L3}}{r_3} = \frac{8}{10} = 0,8$ ;  $\varphi_3 = 38^\circ 40'$ . Определяем эквивалентное сопротивление параллельных ветвей:  $Z_{23} = Z_2 Z_3 / (Z_2 + Z_3)$ . В эту форму вместо комплексов  $Z_2$  и  $Z_3$  нельзя подставлять их модули  $z_2$  и  $z_3$ . В числителе формулы указанные комплексы должны быть записаны в показательной форме, а в знаменателе — в алгебраической. Сумму комплексов в знаменателе нужно представить в показательной форме, после чего находят  $Z_{23}$ :

$$\begin{aligned} Z_{23} &= \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} = \frac{6e^{-j90^\circ} \cdot 12,8e^{j38^\circ 40'}}{-j6 + 10 + j8} = \\ &= \frac{76,8e^{-j51^\circ 20'}}{10 + j2} = \frac{76,8e^{-j51^\circ 20'}}{10,2e^{j11^\circ 20'}} = \\ &= 7,5e^{-j62^\circ 40'} = 3,5 - j6,7. \end{aligned}$$

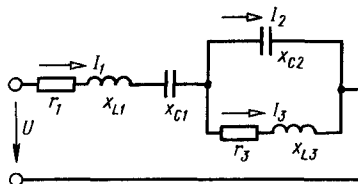


Рис. 14.6

Находим эквивалентное сопротивление цепи:  $Z = Z_1 + Z_{23} = 6 + j8 + 3,5 - j6,7 = 9,6e^{j7^\circ 40'}$  Ом. Модуль эквивалентного сопротивления  $z = \sqrt{9,6^2 + 1,3^2} = 9,6$  Ом;  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{1,3}{9,6} = 0,137$ ;  $\varphi = 7^\circ 40'$ .

Определяем ток в неразветвленной части цепи:  $I = I_1 = \dot{U}/Z = 380e^{j0^\circ}/9,6e^{j7^\circ 40'} = 39,6e^{-j7^\circ 40'}$  А. Из полученного выражения следует, что ток в цепи равен 39,6 А и отстает по фазе от напряжения на угол  $\varphi = 7^\circ 40'$ .

Находим напряжения:  $\dot{U}_1 = IZ_1 = 396e^{-j7^\circ 40'} 10e^{j53^\circ 08'} = 39,6e^{j45^\circ 28'}$  В;  $\dot{U}_{23} = IZ_{23} = 39,6e^{-j7^\circ 40'} 7,5e^{-j62^\circ 40'} = 300e^{-j70^\circ 20'}$  В. Проверяем решение по второму закону Кирхгофа:  $\dot{U}_1 + \dot{U}_{23} = 396e^{j45^\circ 28'} + 300e^{-j70^\circ 20'} = 280 + j282 + 100 - j282 = 380 = \dot{U}$ .

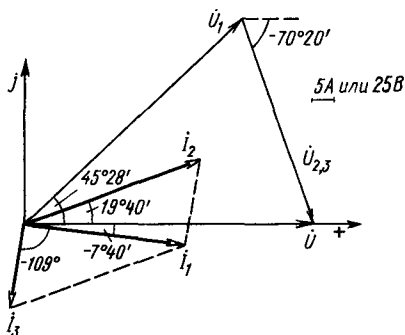


Рис. 14.7

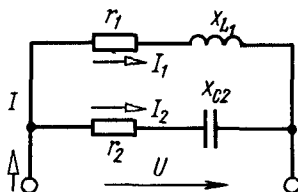


Рис. 14.8

Определяем токи в параллельных ветвях:  $I_2 = \dot{U}_{23}/Z_2 = 300e^{-j70^\circ 20'}/6e^{-j90^\circ} = 50e^{j19^\circ 40'}$  А;  $I_3 = \frac{\dot{U}_{23}}{Z_3} = \frac{300e^{-j70^\circ 20'}}{12,8e^{j38^\circ 40'}} = 23,4e^{-j109^\circ}$  А. Проверяем решение по

первому закону Кирхгофа:  $I_2 + I_3 = 50e^{j19^\circ 40'} + 23,4e^{-j109^\circ} = 47,1 + j16,7 - 7,7 - j22,1 = 39,4 - j5,4 = 39,6e^{-j7^\circ 40'} = I_1$ .

Определяем комплекс мощности данной цепи:  $\underline{S} = \dot{U}I = 380 \cdot 39,6e^{j7^\circ 40'} = 15000e^{j7^\circ 40'} = 14\,850 + j2040$ . Значит, активная мощность  $P = 14\,850$  Вт, а реактивная  $Q = 2040$  вар. На рис. 14.7 построена векторная диаграмма токов и напряжений рассчитанной цепи.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 14.2.

## Контрольная карта 14.2

Номер задания	Содержание заданий				Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите									
								части	параграф								
								Варианты									
Значения	1-й	2-й	3-й	4-й													
1	Известны сопротивления цепи $r_1, r_2, x_{L1}, x_{C2}$ (рис. 14.8). Определить комплексные сопротивления $Z_1$ и $Z_2$				$Z_1 = 50e^{j36^\circ 52'}$ $Z_2 = 50e^{-j53^\circ 08'}$ $Z_1 = 50e^{j53^\circ 08'}$ $Z_2 = 50e^{-j36^\circ 52'}$ $Z_1 = 100e^{j53^\circ 08'}$ $Z_2 = 100e^{-j36^\circ 52'}$ $Z_1 = 100e^{j36^\circ 52'}$ $Z_2 = 100e^{-j53^\circ 08'}$	712	728	2	14.2								
										750	14.3						
										765	14.4						
										30	40	60	80				
										40	30	80	60				
40	30	80	60														
30	40	60	80														
2	По данным задания 1 определить комплекс первого тока $I_1$ , если комплексное напряжение $\dot{U} = 100e^{j0^\circ}$				$I_1 = 1e^{-j36^\circ 52'}$ $I_1 = 2e^{j36^\circ 52'}$ $I_1 = 1e^{-j53^\circ 08'}$ $I_1 = 2e^{-j53^\circ 08'}$	786	792	631	808								
										823	14.4						
										852	14.4						
										877	14.4						
3	По данным заданий 1 и 2 определить комплекс второго тока $I_2$				$I_2 = 2e^{j36^\circ 52'}$ $I_2 = 1e^{j36^\circ 52'}$ $I_2 = 1e^{j53^\circ 08'}$ $I_2 = 2e^{j53^\circ 08'}$	823	852	877	867								
										894	14.4						
										911	14.4						
										932	14.4						
4	По данным предыдущих заданий определить комплекс общего тока $I = I_1 + I_2$				$I = 2,8 - j0,4$ $I = 1,4 - j0,2$ $I = 1,4 + j0,2$ $I = 2,8 + j0,4$	894	911	932	951								
										970	14.2						
										987	14.2						
										1004	14.4						
5	По данным предыдущих заданий определить комплексную мощность $S$				$S = 140 + j20$ $S = 280 + j40$ $S = 140 - j20$ $S = 280 - j40$	970	987	1004	1007								

### ЗАДАЧИ К ГЛАВЕ 14

14.1. Переменное напряжение в электрической цепи изменяется по закону  $u = 310 \sin(\omega t + 45^\circ)$  В. Определить комплекс действующего значения этого напряжения.

Решение. Амплитуда заданного напряжения  $U_m = 310$  В, а начальная фаза  $\psi = 45^\circ$ . Комплекс действующего значения напряжения в показательной форме

$$\dot{U} = \frac{310}{\sqrt{2}} e^{j45^\circ} = 220e^{j45^\circ} \text{ В.}$$

14.2. Действующее значение переменного тока в цепи  $I = (10 + j17,3) \text{ А}$ . Написать уравнение, по которому изменяется мгновенное значение этого тока.

Решение. Выразим заданный комплекс тока в показательной форме:

$$I = \sqrt{10^2 + 17,3^2} e^{j \arctg \frac{17,3}{10}} = 20e^{j60^\circ} \text{ А.}$$

Мгновенное значение тока

$$i = 20\sqrt{2} \sin(\omega t + 60^\circ) = 28,3 \sin(\omega t + 60^\circ) \text{ А.}$$

14.3. Комплексное сопротивление электрической цепи  $\underline{Z} = (6 + j8) \text{ Ом}$ . Определить активную, реактивную и полную проводимости.

Решение. Представим заданный комплекс сопротивления в показательной форме:  $\underline{Z} = \sqrt{6^2 + 8^2} e^{j \arctg 8/6} = 10e^{j53^\circ 08'}$  Ом. Комплексной полной проводимости

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{10e^{j53^\circ 08'}} = 0,1e^{-j53^\circ 08'} = 0,1 \cos(-53^\circ 08') + j0,1 \sin(-53^\circ 08') = (0,06 - j0,08) \text{ См.}$$

Таким образом, активная проводимость цепи  $g = 0,06 \text{ См}$ ; реактивная проводимость  $b = 0,08 \text{ См}$  и полная проводимость  $y = 0,1 \text{ См}$ .

14.4. Найти активное, реактивное и полное сопротивления электрической цепи, если комплексная проводимость этой цепи  $\underline{Y} = (0,03 + j0,04) \text{ См}$ .

Ответ:  $r = 12 \text{ Ом}$ ,  $x_c = 16 \text{ См}$ .

14.5. Мгновенные значения токов в параллельных ветвях цепи заданы выражениями  $i_1 = 5 \sin(\omega t + 30^\circ) \text{ А}$ ,  $i_2 = 10 \sin(\omega t - 60^\circ) \text{ А}$ ,  $i_3 = 8 \sin(\omega t + 20^\circ) \text{ А}$ . Написать выражение тока в неразветвленной части цепи.

Ответ:  $i = 17 \sin(\omega t - 11^\circ 30') \text{ А}$ .

14.6. Комплексное сопротивление катушки индуктивности  $\underline{Z} = (2 + j3) \text{ Ом}$ , а ток  $I = (5 - j5) \text{ А}$ . Найти комплексное напряжение на зажимах катушки.

Ответ:  $\dot{U} = 25,5 e^{j11^\circ 18'} = (25 + j5) \text{ В}$ .

14.7. Комплексы действующих значений тока и напряжения приемника равны  $\dot{U} = 100 \text{ В}$ ,  $I = (10 - j10) \text{ А}$ . Найти комплексы полного сопротивления и полной проводимости этого приемника.

Ответ:  $\underline{Z} = 5 + j5 \text{ Ом}$ ,  $\underline{Y} = (0,1 - j0,1) \text{ См}$ .

14.8. Определить активную, реактивную и полную мощности цепи, если ее напряжение  $\dot{U} = 220 e^{j30^\circ} \text{ В}$ , ток  $I = 2e^{-j15^\circ} \text{ А}$ .

Ответ:  $P = 311 \text{ Вт}$ ,  $Q = 311 \text{ вар}$ ,  $S = 440 \text{ В}\cdot\text{А}$ .

14.9. По комплексу приложенного напряжения  $\dot{U} = 220e^{j60^\circ} \text{ В}$  и тока  $I = 3e^{j20^\circ} \text{ А}$ . Определить параметры катушки индуктивности при частоте  $50 \text{ Гц}$ .

Ответ:  $r = 56 \text{ Ом}$ ,  $L = 0,15 \text{ Гн}$ .

14.10. Определить эквивалентное сопротивление двух параллельных ветвей, если  $\underline{Z}_1 = (10 - j5) \text{ Ом}$ ,  $\underline{Z}_2 = (12 + j16) \text{ Ом}$ .

Ответ:  $\underline{Z} = 9 \text{ Ом}$ .

14.11. Определить эквивалентное сопротивление цепи (рис. 14.9), если  $\underline{Z}_1 = 3 \text{ Ом}$ ,  $\underline{Z}_2 = (20 + j10) \text{ Ом}$ ,  $\underline{Z}_3 = (10 - j10) \text{ Ом}$ ,  $\underline{Z}_4 = (12 + j20) \text{ Ом}$ .

Ответ:  $\underline{Z} = 14,56e^{j22^\circ 24'} \text{ Ом}$ .

14.12. Найти токи в ветвях  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  и полную мощность  $\underline{S}$  цепи (рис. 14.10), если напряжение  $\dot{U} = 220 \text{ В}$ , сопротивления  $\underline{Z}_1 = (10 - j20) \text{ Ом}$ ,  $\underline{Z}_2 = (60 + j80) \text{ Ом}$ ,  $\underline{Z}_3 = (40 + j40) \text{ Ом}$ .

Ответ:  $I_1 = 5,43e^{-32^\circ 54'} \text{ А}$ ,  $I_2 = 1,97e^{-j38^\circ} \text{ А}$ ,  $I_3 = 3,48e^{-j29^\circ 54'} \text{ А}$ ,  $\underline{S} = (1003 + j649) \text{ В}\cdot\text{А}$ .

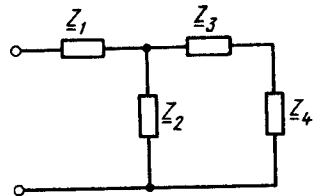


Рис. 14.9

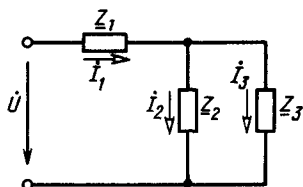


Рис. 14.10

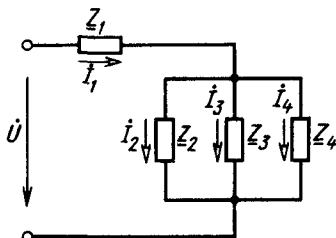


Рис. 14.11

14.13. Комплексы полных сопротивлений ветвей (рис. 14.11) равны  $\underline{Z}_1 = 10$  Ом,  $\underline{Z}_2 = (12 - j16)$  Ом,  $\underline{Z}_3 = (20 + j10)$  Ом,  $\underline{Z}_4 = 20$  Ом. Комплекс тока  $I_A = 2$  А. Определить комплексы тока  $I$  и мощности  $\underline{S}$ .

Ответ:  $I = 4,86e^{j9^\circ 28'}$  А,  $\underline{S} = (427 + j32)$  В·А.

## Глава 15

### ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ

#### § 15.1. Трехфазная симметричная система ЭДС

Производство, передача и распределение электроэнергии в настоящее время осуществляются в основном посредством трехфазных систем. В разработку трехфазных систем большой вклад внесли ученые и инженеры разных стран. Наибольшая заслуга среди них принадлежит русскому электротехнику М. О. Доливо-Добровольскому, которым разработаны трехфазные генератор, трансформатор, асинхронный двигатель, четырехпроводные и трехпроводные цепи. Простое устройство, относительная дешевизна, высокая надежность в эксплуатации трехфазных генераторов, трансформаторов и двигателей, более экономичная передача энергии на расстояние по сравнению с однофазной системой способствовали широкому промышленному внедрению трехфазной системы переменного тока. Трехфазный генератор (рис. 15.1) состоит из двух основных частей: статора и ротора. На статоре расположены три одинаковые обмотки, смещенные одна относительно другой на  $120^\circ$ . Начала обмоток обозначают  $A, B, C$  а концы —  $X, Y, Z$ . Подвижная часть генератора — ротор — является электромагнитом. При вращении ротора будет вращаться и его магнитный поток. В результате этого в каждой обмотке статора наведется синусоидальная ЭДС амплитуды  $E_m$  и частоты  $f$ , сдвинутая по фазе относительно ЭДС соседней обмотки на  $120^\circ$ . Если ЭДС первой обмотки  $e_A = E_m \sin \omega t$ , то ЭДС второй обмотки  $e_B = E_m \sin(\omega t - 120^\circ)$ , а третьей  $e_C = E_m \sin(\omega t - 240^\circ)$ . Система трех переменных ЭДС одной амплитуды и частоты, сдвинутых по фазе на  $120^\circ$ , называется *трехфазной симметричной системой ЭДС*.

На рис. 15.2, а показаны графики, а на рис. 15.2, б — векторная диаграмма трехфазной симметричной системы ЭДС. Если вектор ЭДС  $\dot{E}_A$  совместить с положительным направлением оси вещественных чисел (рис. 15.3), то можно записать комплексы действующих значений ЭДС:  $\dot{E}_A = E$ ,  $\dot{E}_B = Ee^{-j120^\circ}$  и  $\dot{E}_C = Ee^{-j240^\circ}$ . ЭДС трехфазного генератора принимают амплитудные (или нулевые) значения в определенной последовательности.

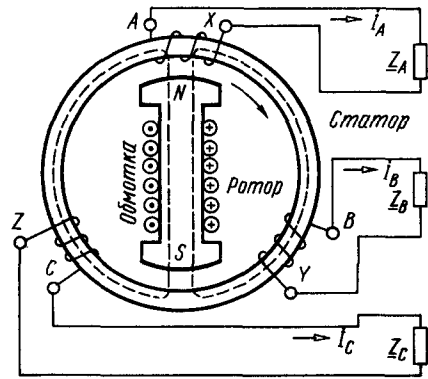


Рис. 15.1

Рассмотренную последовательность  $A \rightarrow B \rightarrow C$  принято называть *прямой последовательностью фаз ЭДС*. К обмоткам генератора присоединим нагрузки сопротивлением  $Z_A, Z_B, Z_C$  (см. рис. 15.1). В результате образуются три самостоятельные электрические цепи с токами  $I_A, I_B$  и  $I_C$ . Каждую из них называют *фазой*. Систему трех однофазных цепей, в которых действуют ЭДС одной частоты, сдвинутые по фазе на  $120^\circ$ , называют *трехфазной электрической цепью*. Различают симметричный и несимметричный режимы работы трехфазной цепи. При симметричном режиме комплексные сопротивления трех фаз одинаковы и ЭДС образуют трехфазную симметричную систему. В этом случае токи фаз  $I_A, I_B, I_C$  будут равны по величине и сдвинуты относительно одноименных ЭДС на одинаковые углы (рис. 15.4). При этом образуется трехфазная симметричная система токов. При несимметричном режиме комплексные сопротивления фаз не равны друг другу, при этом токи и их фазные сдвиги будут различными.

Основное свойство симметричных трехфазных систем синусоидальных величин заключается в том, что алгебраическая сумма их мгновенных значений в любой момент времени равна нулю. Также равна нулю и сумма комплексов, изображающих эти величины. Значит, при симметричной трехфазной системе ЭДС  $e_A + e_B + e_C = 0$  и  $\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0$ , а при симметричной трехфаз-

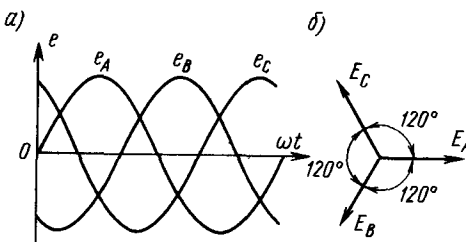


Рис. 15.2

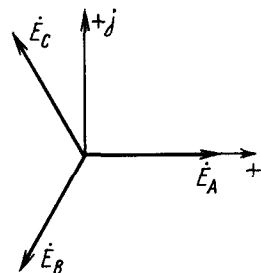


Рис. 15.3

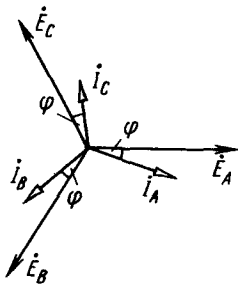


Рис. 15.4

ной системы токов  $i_A + i_B + i_C = 0$  и  $I_A + I_B + I_C = 0$ . Трехфазная система, схематически изображенная на рис. 15.1, электрически не связана, так как ее отдельные фазы изолированы. Такая трехфазная система не имеет преимуществ перед однофазной и на практике не применяется. Для сокращения количества проводов между генератором и потреблением энергии применяют электрически связанные трехфазные системы. Для этого обмотки трехфазного генератора соединяют звездой или треугольником.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 15.1.

Контрольная карта 15.1

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
1	Каким свойством должны обладать сердечники статора и ротора трехфазного генератора?	Хорошей электропроводностью Плохой электропроводностью Высокой магнитной проницаемостью Низкой магнитной проницаемостью		879		15.1
				895		
				913		
				933		
2	Из какого материала изготавливается сердечник ротора трехфазного генератора?	Из меди Из электротехнической стали Из алюминия Из сплава алюминико		950		15.1
				969		
				988		
				1005		
3	Определить время, соответствующее углу сдвига ЭДС симметричного трехфазного генератора. Частота ЭДС $f = 50$ Гц	0,02 с 0,015 с 0,0067 с		1008		15.1
				1038		
				1055		
4	Обмотки трехфазного генератора имеют разное количество витков и сдвинуты	Амплитудой Частотой Амплитудой и		1057	3	15.1 10.4
				1082		
				429		



Продолжение контрольной карты 15.1

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите					
					части	параграф				
	в пространстве на $120^\circ$ . Чем различаются их ЭДС?	частотой Амплитудой и начальной фазой		332						
5	В таблице вариантов указаны частота вращения ротора трехфазного генератора $n$ и число пар полюсов $p$ . Определить частоту ЭДС генератора	75 Гц 25 Гц 100 Гц 50 Гц		880 896 912 931		15.1				
	Значения						Варианты			
							1-й	2-й	3-й	4-й
$n, \text{ об/мин}$ $p, \text{ пар}$	1500 1	1500 2	3000 1	4500 1						

## § 15.2. Соединение обмоток трехфазного генератора звездой

**1. Фазные и линейные напряжения генератора.** На электрической схеме обмотки статора трехфазного генератора располагают под углом  $120^\circ$  (рис. 15.5). При соединении обмоток звездой их концы  $X, Y$  и  $Z$  соединяют в одну точку  $N$ , называемую нейтралью генератора. От точки  $N$  к потребителям энергии прокладывают нейтральный провод. К потребителям энергии кроме нейтрального прокладывают три линейных провода, которые соединяют с началами обмоток  $A, B$  и  $C$ . Такая система называется *звездой с нейтральным проводом*. Напряжения между линейными и нейтральным проводами (т. е. между началом и концом обмоток генератора) называют *фазными* напряжениями и обозначают  $U_A, U_B, U_C$  (в общем виде  $U_\phi$ ). Фазные напряжения отличаются от ЭДС на внутреннее падение напряжения в обмотках. При незначительных сопротивлениях обмоток и малых токах внутреннее падение напряжения можно не учитывать. При этом фазные напряжения будут мало отличаться от соответствующих ЭДС. Стрелки (рис. 15.5) указывают положительное направление фазных напряжений. Напряжения между линейными проводами (т. е. между началами обмоток) называют *линейными* напряжениями и обозначают  $U_{AB}, U_{BC}, U_{CA}$  (в общем виде  $U_L$ ). Причем

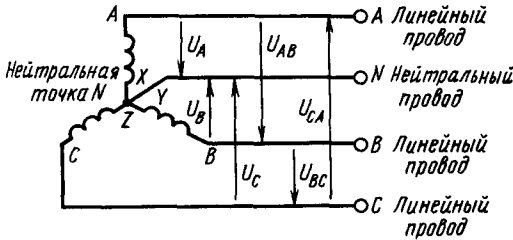


Рис. 15.5

зажимов при включении обмоток

рис. 15.6.

**2. Векторная диаграмма фазных и линейных напряжений.** Выясним связь между фазными и линейными напряжениями. Пусть потенциалы точек  $A, B, C$  равны  $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C$ , а потенциал точки  $N$  примем равным нулю ( $\varphi_N = 0$ ). Тогда мгновенные значения фазных напряжений  $u_A = \varphi_A, u_B = \varphi_B, u_C = \varphi_C$ . Линейные напряжения  $u_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = u_A - u_B; u_{BC} = \varphi_B - \varphi_C = u_B - u_C; u_{CA} = \varphi_C - \varphi_A = u_C - u_A$ . Таким образом, мгновенные значения линейных напряжений равны разностям мгновенных значений соответствующих фазных напряжений. Аналогично можно написать и уравнения для действующих значений напряжений:

$$\dot{U}_A - \dot{U}_B = \dot{U}_{AB}; \quad \dot{U}_B - \dot{U}_C = \dot{U}_{BC}; \quad \dot{U}_C - \dot{U}_A = \dot{U}_{CA}. \quad (15.1)$$

Полученные уравнения необходимы для построения векторной диаграммы напряжений трехфазного генератора (рис. 15.7). На векторной диаграмме сначала строят векторы фазных напряжений  $\dot{U}_A, \dot{U}_B$  и  $\dot{U}_C$ , равных по значению, повернутых друг относительно друга на  $120^\circ$ . Для построения вектора линейного напряжения  $\dot{U}_{AB}$  поступают следующим образом: к вектору  $\dot{U}_A$  прибавляют вектор  $-\dot{U}_B$ , т. е. вектор, равный по абсолютной величине вектору  $\dot{U}_B$ , но противоположно направленный. Действи-

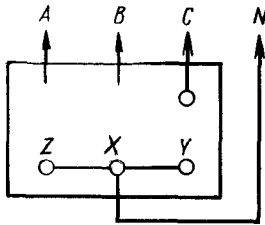


Рис. 15.6

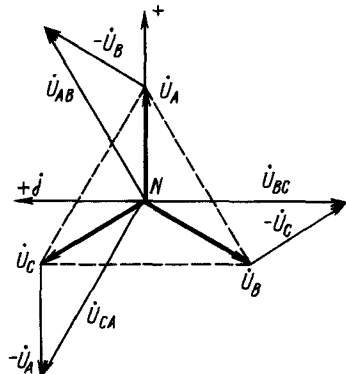


Рис. 15.7

тельно,  $\dot{U}_A + (-\dot{U}_B) = \dot{U}_A - \dot{U}_B = \dot{U}_{AB}$ . Аналогично строят векторы  $\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C$  и  $\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A$ . Из построения видно, что векторы  $\dot{U}_{AB}$ ,  $\dot{U}_{BC}$ ,  $\dot{U}_{CA}$  образуют симметричную систему, причем звезда векторов линейных напряжений опережает по фазе звезду векторов фазных напряжений на  $30^\circ$ .

**3. Связь между фазными и линейными напряжениями.** Переместим векторы линейных напряжений параллельно им самим так, чтобы они образовали замкнутый треугольник (рис. 15.8). Затем из точки  $N$  на линию  $BC$  проведем перпендикуляр. В результате получим прямоугольный треугольник  $BND$ . Его гипотенуза  $NB$  выражает фазное напряжение генератора ( $U_\phi$ ), а катет  $BD$  — половину линейного напряжения ( $U_l/2$ );  $\angle DBN = 30^\circ$ . Поэтому  $BD/NB = \cos 30^\circ$  или  $U_l/2U_\phi = \sqrt{3}/2$ .

Отсюда

$$U_l = \sqrt{3} U_\phi. \quad (15.2)$$

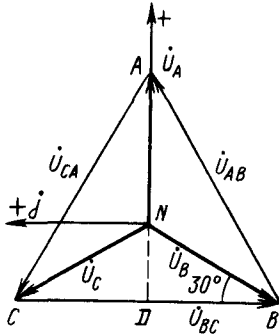


Рис. 15.8

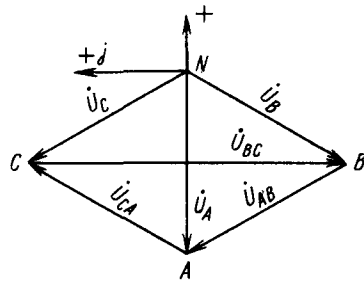


Рис. 15.9

Таким образом, при соединении обмоток генератора звездой линейное напряжение больше фазного в  $\sqrt{3}$  раз. Если фазное напряжение генератора 127 В, то линейное напряжение  $U_l = 1,73 \times 127 = 220$  В. При фазном напряжении  $U_\phi = 220$  В линейное напряжение  $U_l = \sqrt{3} \cdot 220 = 380$  В. На рис. 15.9 показана векторная диаграмма напряжений трехфазного генератора при неправильном соединении первой обмотки. Так как в точке  $N$  подключено начало обмотки  $A$ , а не конец ее  $X$ , то вектор фазного напряжения  $\dot{U}_A$  повернут относительно своего нормального положения на  $180^\circ$ . Векторы линейных напряжений, как и ранее, соединяют концы векторов фазных напряжений. Из векторной диаграммы (рис. 15.9) видно, что линейное напряжение  $U_{BC}$  сохранит прежнее значение и будет в  $\sqrt{3}$  раз больше фазного. Изменяются линейные напряжения  $U_{AB}$  и  $U_{CA}$ . Треугольники  $ANC$  и  $ANB$  равносторонние. Поэтому линейные напряжения  $U_{AB}$  и  $U_{CA}$  равны фазным  $U_\phi$ . Таким образом,  $U_{AB} = U_{CA} = U_\phi$ , а  $U_{BC} = \sqrt{3}U_\phi$ .

## § 15.3. Соединение обмоток трехфазного генератора треугольником

1. **Электрическая схема соединения обмоток генератора треугольником.** Для соединения обмоток генератора треугольником (рис. 15.10) конец первой обмотки  $X$  соединяют с началом второй  $B$ , конец второй  $Y$  — с началом третьей  $C$  и конец третьей  $Z$  — с началом первой  $A$ . От начала каждой обмотки  $A, B, C$  к потребителям энергии прокладывают линейный провод. При этом соединении нейтральный провод отсутствует. Таким образом, при соединении обмоток генератора треугольником получают трехпроводную, электрически связанную трехфазную систему. На рис. 15.11 показан щиток генератора, обмотки которого соединены треугольником.

2. **Связь между фазными и линейными напряжениями.** Обозначим линейные напряжения генератора  $U_{AB}, U_{BC}$  и  $U_{CA}$ . Напомним, что фазные напряжения измеряются между началом и концом каждой обмотки генератора, а линейные — между линейными проводами. При соединении треугольником каждая обмотка генератора присоединена к соответствующим линейным проводам (см. рис. 15.10). Например, к линейным проводам  $A$  и  $B$  подключена обмотка  $A-X$ , а к линейным  $B$  и  $C$  — обмотка  $B-Y$ . Поэтому линейное напряжение в то же время является и фазным, т. е.

$$U_{л} = U_{ф}. \quad (15.3)$$

3. **Ток в замкнутом контуре обмоток статора.** При соединении треугольником обмотки статора образуют замкнутый контур с действующими ЭДС  $E_A, E_B$  и  $E_C$ . Ток в замкнутом контуре прямо пропорционален сумме фазных ЭДС и обратно пропорционален полному сопротивлению контура. Так как  $\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0$  (рис. 15.12), то при отключенных приемниках энергии уравнительного тока в обмотках генератора не возникает. Опасно неправильное соединение обмоток генератора треугольником. На рис. 15.13, а показана одна из неправильных схем соединения. Начало второй обмотки  $B$  перепутано с ее концом  $Y$ . Поэтому на векторной диаграмме вектор ЭДС  $\dot{E}_B$  (рис. 15.13, б) повернут относительно своего обычного положения на  $180^\circ$ .

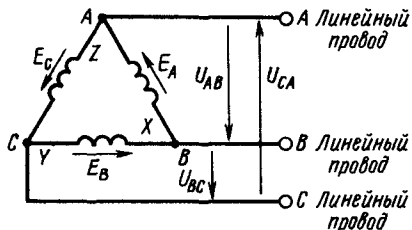


Рис. 15.10

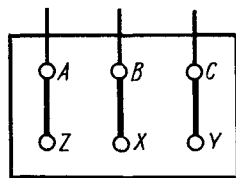


Рис. 15.11

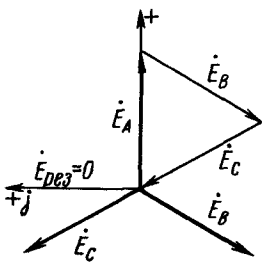


Рис. 15.12

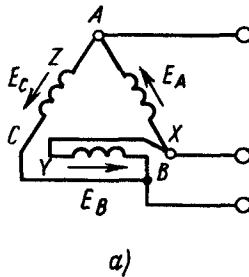
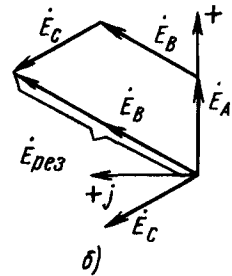


Рис. 15.13



Результирующую ЭДС обмоток находят сложением ЭДС  $\dot{E}_A$ ,  $\dot{E}_B$  и  $\dot{E}_C$ . В этом случае она в два раза больше фазной ЭДС. В результате в замкнутом контуре с незначительным сопротивлением обмоток генератора появится ток очень большого значения.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 15.2.

Контрольная карта 15.2

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
1	Обмотки трехфазного генератора соединены звездой с нулевым проводом. Какие приемники можно подключить к генератору, если фазное напряжение генератора равно 127 В?	С номинальным напряжением 127 В С номинальным напряжением 220 В С номинальным напряжением 127 и 220 В		952 968 986	1,3	15.2
2	Чему равны линейные напряжения генератора $U_{AB}$ , $U_{BC}$ , $U_{CA}$ (рис. 15.5) при неправильном включении второй (B — Y) обмотки?	$U_{AB} = U_{BC} = U_{\phi}$ $U_{CA} = \sqrt{3} U_{\phi}$ $U_{AB} = \sqrt{3} U_{\phi}$ $U_{BC} = U_{CA} = U_{\phi}$ $U_{AB} = U_{CA} = \sqrt{3} U_{\phi}$ $U_{BC} = U_{\phi}$		991 1009 1037	3	15.2
3	Обмотки симметричного трехфазного генератора соединены звездой. В каком из приведенных выражений допущена ошибка, если комплекс напряжения $\dot{U}_A = U_A e^{j0^\circ}$ ? 1. $\dot{U}_B = U_B e^{-j120^\circ}$ ; $\dot{U}_C = U_C \times \times e^{-j240^\circ}$ . 2. $\dot{U}_{AB} = U_{AB} e^{-j30^\circ}$ . 3. $\dot{U}_{BC} = U_{BC} e^{-j90^\circ}$	В первом Во втором В третьем		1054 1056 1083	2,3	15.2

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
4	При соединении обмоток трехфазного генератора треугольником неправильно включены все его обмотки (начала обмоток перепутаны с их концами). Чему равна результирующая ЭДС в контуре?	$3E_{\phi}$ $2E_{\phi}$ $E_{\phi}$ 0		453 277 861 897	3	15.3
5	Обмотки симметричного трехфазного генератора с фазными ЭДС 220 В соединены треугольником. Каждая обмотка имеет активное сопротивление $r = 0,3$ Ом и индуктивное $x_L = 0,4$ Ом. Определить ток в обмотках в режиме холостого хода при неправильно включенной первой обмотке	0 293,3 А 440 А 146,6 А		914 934 937 971	3	15.3

## § 15.4. Соединение приемников энергии звездой

1. **Фазные и линейные напряжения и токи.** Трехфазные приемники электрической энергии (электрические двигатели) и группы однофазных приемников (электрические лампы, нагревательные приборы и т. д.), так же как и обмотки генератора, соединяют звездой или треугольником. Рассмотрим способ соединения звездой. Для этого осветительную нагрузку (лампы) разделяют на три приблизительно одинаковые по мощности группы — фазы приемника (рис. 15.14). Фазу 1 подключают к линейному проводу  $A$  и нейтральному  $N$ , фазу 2 — к  $B$  и  $N$ , а фазу 3 — к  $C$  и  $N$ . На рис. 15.15 показана схема соединения звездой обмоток трехфазного электродвигателя. Концы обмоток  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  соединены в общую (нейтральную) точку, а к началам обмоток  $A$ ,  $B$  и  $C$  подключены соответствующие линейные провода. На рис. 15.16 показана схема четырехпроводной трехфазной цепи. В ней соединены звездой не только фазы приемника энергии, но и фазы питающего генератора (или трансформатора). Начала фаз генератора  $A$ ,  $B$ ,  $C$  соединяются с началами фаз приемника  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  линейными проводами. Нейтральная точка  $N$  генератора соединяется с нейтральной точкой  $N'$  приемника энергии нейтральным проводом. Ток, напряжение и мощность

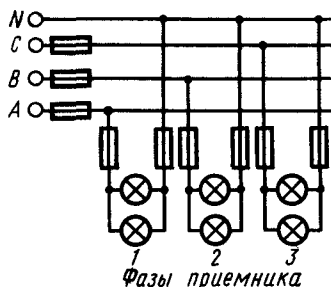


Рис. 15.14

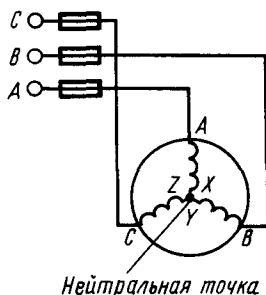


Рис. 15.15

каждой фазы приемника называются *фазными*. Ток первой фазы обозначают  $I_A$ , второй —  $I_B$  и третьей —  $I_C$ . Положительное направление этих токов совпадает с положительным направлением ЭДС обмоток генератора. Токи в линейных проводах называются *линейными*. В рассматриваемой схеме одноименные фазы приемника, генератора и соответствующий линейный провод соединены последовательно. Поэтому токи  $I_A$ ,  $I_B$  и  $I_C$  являются также линейными и фазными токами генератора. Фазные напряжения приемника энергии обозначим  $U'_A$ ,  $U'_B$ ,  $U'_C$ , а фазные напряжения генератора соответственно  $U_A$ ,  $U_B$ ,  $U_C$ .

**2. Расчет четырехпроводной трехфазной цепи.** Сопротивления соединительных проводов зависят от протяженности линии электропередачи. В коротких линиях эти сопротивления незначительны и их можно не учитывать. При этом отсутствует падение напряжения в проводах, а фазные напряжения приемника равны соответствующим фазным напряжениям генератора:  $U'_A = U_A$ ,  $U'_B = U_B$ ,  $U'_C = U_C$ . Фазные токи приемника энергии определяются по закону Ома:  $I_A = \dot{U}_A / Z_A$ ,  $I_B = \dot{U}_B / Z_B$ ;  $I_C = \dot{U}_C / Z_C$ , где  $\dot{U}_A = U_A$ ;  $\dot{U}_B = U_A e^{-j120^\circ}$ ;  $\dot{U}_C = U_A e^{j120^\circ}$ ;  $Z_A = z_A e^{j\varphi_A}$ ;  $Z_B = z_B e^{j\varphi_B}$ ;  $Z_C = z_C e^{j\varphi_C}$ . Ток в нейтральном проводе по первому закону Кирхгофа равен сумме фазных токов:

$$I_N = I_A + I_B + I_C. \quad (15.4)$$

При симметричной системе фазных напряжений и симметричной нагрузке, т. е. при равенстве комплексных сопротивлений фаз приемника, токи  $I_A$ ,  $I_B$  и  $I_C$  образуют симметричную трехфазную систему токов. В этом случае  $I_A + I_B + I_C = 0$  и ток в нейтральном проводе отсутствует. При этих условиях отключение нейтрального провода не изменяет режима работы трехфазного приемника энергии. Поэтому к трехфазному электродвигателю (см. рис. 15.15) подключают только линейные провода. При несимметричных

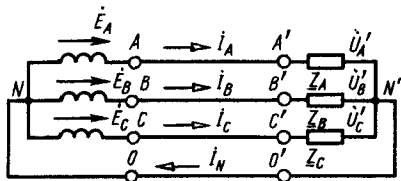


Рис. 15.16

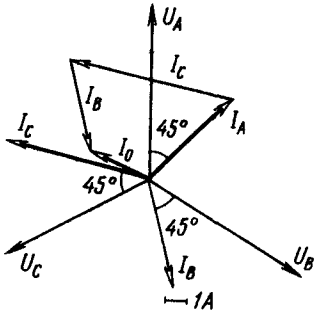


Рис. 15.17

нагрузке или системе фазных напряжений в нейтральном проводе имеется некоторый ток  $I_N$ , который можно определить по (15.4), применяя комплексные числа, или графически. Сущность графического метода поясним на примере.

**Пример 15.1.** Каждая фаза приемника энергии, соединенного звездой, состоит из активного и индуктивного сопротивлений. Известны токи фаз и углы сдвига фаз:  $I_A = I_B = 5$  А,  $I_C = 7$  А;  $\varphi_A = \varphi_B = \varphi_C = 45^\circ$ . Определить ток  $I_N$  в нейтральном проводе графическим методом.

**Решение.** Для определения тока  $I_N$  построим векторную диаграмму напряжений и токов (рис. 15.17). Сначала строим векторы фазных напряжений  $U_A$ ,  $U_B$  и  $U_C$ , сдвинутые друг относительно друга на  $120^\circ$ . Далее, задаваясь масштабом, строим вектор первого фазного тока  $I_A$ . При активно-индуктивной нагрузке вектор  $I_A$  повернут относительно вектора  $U_A$  на  $45^\circ$  по ходу часовой стрелки. Аналогично строим векторы  $I_B$  и  $I_C$ . Геометрически сложив векторы  $I_A$ ,  $I_B$  и  $I_C$ , найдем  $I_N = 2$  А.

**3. Мощность трехфазной цепи.** Мощность трехфазной цепи равна сумме мощностей отдельных фаз, т. е.  $P = P_A + P_B + P_C$ . Активная мощность первой фазы приемника  $P_A = U_A I_A \cos \varphi_A$ , где  $U_A$  и  $I_A$  — напряжение и ток первой фазы приемника;  $\varphi_A$  — угол сдвига между напряжением  $U_A$  и током  $I_A$ . Активная мощность второй фазы приемника  $P_B = U_B I_B \cos \varphi_B$ , а третьей  $P_C = U_C I_C \cos \varphi_C$ . При симметричной нагрузке активные мощности фаз приемника  $P_A = P_B = P_C = P_\phi = U_\phi I_\phi \cos \varphi$ . При этом условии активная мощность трехфазной цепи  $P = 3P_\phi = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi$ . При соединении приемников энергии звездой  $U_\phi = U_n / \sqrt{3}$  и  $I_\phi = I_n$ . Подставив эти значения в формулу активной мощности трехфазной цепи, получим

$$P = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi = 3 \frac{U_n}{\sqrt{3}} I_n \cos \varphi = \sqrt{3} U_n I_n \cos \varphi. \quad (15.5)$$

**Пример 15.2.** По данным предыдущего примера определить активную мощность трехфазной цепи, если фазное напряжение приемника  $U_\phi = U_A = U_B = U_C = 220$  В.

**Решение.** Активные мощности фаз приемника:  $P_A = U_A I_A \cos \varphi_A = 220 \cdot 5 \cos 45^\circ = 777$  Вт;  $P_B = U_B I_B \cos \varphi_B = 220 \cdot 5 \cos 45^\circ = 777$  Вт;  $P_C = U_C I_C \cos \varphi_C = 220 \cdot 7 \cos 45^\circ = 1089$  Вт. Активная мощность трехфазной цепи  $P = P_A + P_B + P_C = 777 + 777 + 1089 = 2643$  Вт.

## § 15.5. Роль нейтрального провода при соединении приемников энергии звездой

**1. Обрыв фазы приемника при отключенном нейтральном проводе.** Ранее были рассмотрены свойства трехфазной системы при соединении приемников энергии звездой. При симметричной



нагрузке, когда  $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C$ , отключение нейтрального провода не меняет режима работы электрической цепи. Векторная диаграмма для этого случая показана на рис. 15.18. Векторы линейных напряжений  $U_{AB}$ ,  $U_{BC}$ ,  $U_{CA}$  образуют замкнутый треугольник, а векторы фазных напряжений приемника и генератора  $U_A$ ,  $U_B$ ,  $U_C$  расходятся к вершинам  $A$ ,  $B$ ,  $C$  из точки  $N'$ , которая находится в центре треугольника. Такая диаграмма справедлива и для симметричной нагрузки с нейтральным проводом. На рассмотренной диаграмме все фазы приемника энергии находятся под одинаковым напряжением  $U_\phi = U_\Delta / \sqrt{3}$ . Рассмотрим один из несимметричных режимов работы трехфазной цепи при отключенном нейтральном проводе. Допустим, что произошел разрыв фазы  $A$  ( $\underline{Z}_A = \infty$ ) при одинаковых сопротивлениях фаз  $B$  и  $C$  ( $\underline{Z}_B = \underline{Z}_C$ ) и симметричных напряжениях генератора (рис. 15.19). При этом цепь с последовательным соединением двух равных сопротивлений  $\underline{Z}_B$  и  $\underline{Z}_C$  будет находиться под линейным напряжением  $\dot{U}_{BC}$ . Падения напряжения на них будут одинаковы и равны половине напряжения  $U_{BC}$ . Следовательно, нейтральная точка  $N'$  окажется посередине отрезка  $BC$  (рис. 15.20). Соединив точку  $N'$  с вершинами треугольника  $A$ ,  $B$  и  $C$ , получим векторы фазных напряжений  $\dot{U}'_A$ ,  $\dot{U}'_B$ ,  $\dot{U}'_C$ .

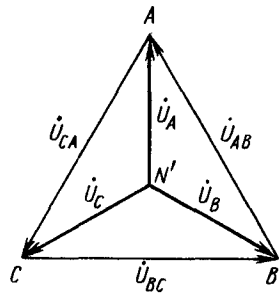


Рис. 15.18

**Пример 15.3.** Определить напряжение на первой фазе приемника (см рис. 15.20) при отключенном нейтральном проводе, если  $\underline{Z}_A = \infty$  (обрыв первой фазы), а  $\underline{Z}_B = \underline{Z}_C$ .

**Решение.** Треугольник  $AN'C$  (рис. 15.20) — прямоугольный. Значит,  $U'_A = \sqrt{AC^2 - N'C^2} = \sqrt{U_\Delta^2 - (U_\Delta/2)^2} = \sqrt{\frac{4U_\Delta^2 - U_\Delta^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} U_\Delta = 0,86 U_\Delta$

**2. Короткое замыкание фазы приемника при отключенном нейтральном проводе.** Рассмотрим несимметричную нагрузку, когда  $\underline{Z}_A = 0$  (короткое замыкание первой фазы приемника), а  $\underline{Z}_B = \underline{Z}_C$  (рис. 15.21). При этом вариант линейный провод  $A$  непосредственно соединяется с нейтральной точкой приемника

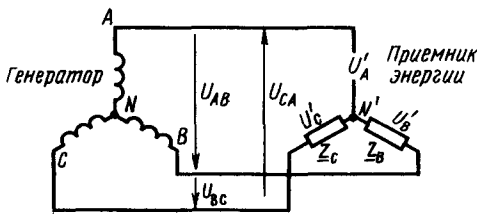


Рис. 15.19

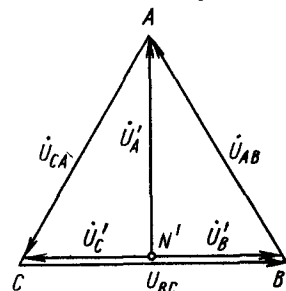


Рис. 15.20

энергии. Поэтому напряжение на первой фазе приемника уменьшается до нуля, а на второй и третьей — увеличивается до линейного напряжения:  $U'_A = 0$ ;  $U'_B = U_{AB}$ ;  $U'_C = U_{CA}$ . При этом нейтральная точка  $N'$  совпадает с вершиной  $A$  треугольника (рис. 15.22). При переходе от первого варианта несимметричной нагрузки ко второму, т. е. при уменьшении сопротивления  $Z_A$  от  $\infty$  до 0 и  $Z_B = Z_C$ , нейтральная точка будет перемещаться вверх по прямой линии (см. рис. 15.20) в точку  $A$ . При этом напряжение на первой фазе приемника будет уменьшаться от  $0,85 U_{\text{л}}$  до 0, а второй и третьей — увеличиваться от  $U_{\text{л}}/2$  до  $U_{\text{л}}$ . Из приведенного можно сделать следующий вывод: при несимметричной нагрузке и отключенном нейтральном проводе происходит смещение точки  $N'$  приемника из центра треугольника линейных напряжений генератора. В результате этого изменяются фазные напряжения приемника электрической энергии. Более загруженные фазы приемника (с меньшим полным сопротивлением) оказываются под меньшим фазным напряжением, а менее загруженные (с большим полным сопротивлением) — под большим.

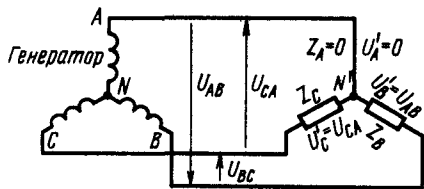


Рис. 15.21

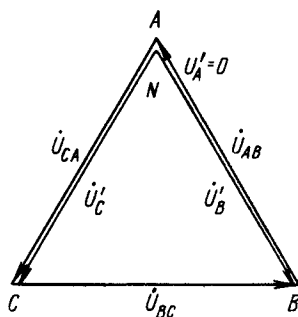


Рис. 15.22

**3. Определение фазных напряжений приемника.** Для определения фазных напряжений приемника используется метод комплексных чисел. Сначала определяют напряжение между точками  $N'$  и  $N$  (см. рис. 15.16), называемое *напряжением смещения нейтрали*. Его комплексное значение определяют по методу узлового напряжения (см. § 6.5):

$$\dot{U}_{N'N} = \frac{\dot{U}_A \dot{Y}_A + \dot{U}_B \dot{Y}_B + \dot{U}_C \dot{Y}_C}{\dot{Y}_A + \dot{Y}_B + \dot{Y}_C + \dot{Y}_N}, \quad (15.6)$$

где  $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$  — комплексы фазных напряжений генератора;  $\dot{Y}_A, \dot{Y}_B, \dot{Y}_C$  — комплексные проводимости фаз приемника;  $\dot{Y}_N$  — комплексная проводимость нейтрального провода. При отключенном нейтральном проводе  $\dot{Y}_N = 0$ . Комплексы фазных напряжений приемника:

$$\dot{U}'_A = \dot{U}_A - \dot{U}_{N'N}; \quad \dot{U}'_B = \dot{U}_B - \dot{U}_{N'N}; \quad \dot{U}'_C = \dot{U}_C - \dot{U}_{N'N}. \quad (15.7)$$

На рис. 15.23 показана топографическая диаграмма трехфазной цепи при несимметричной нагрузке, соединенной звездой. Обозначенным здесь точкам  $A, B, C, N, N'$  соответствуют одноименные точки электрической цепи (см. рис. 15.16). При наличии нейтрального провода, сопротивлением которого можно пренебречь ( $Y_N = \infty$ ), напряжение смещения нейтрали  $\dot{U}_{N'N} = 0$ . В этом случае точка  $N'$  на топографической диаграмме сместится в точку  $N$ . В результате фазные напряжения приемника энергии будут одинаковыми. Таким образом, нейтральный провод обеспечивает выравнивание напряжений на фазах потребителя при несимметричной нагрузке. Четырехпроводные трехфазные системы широко применяются для осветительной нагрузки. При этом номинальное напряжение ламп равно фазному напряжению сети. Во избежание разрыва цепи нейтрального провода в нем не устанавливают предохранителей и выключателей.

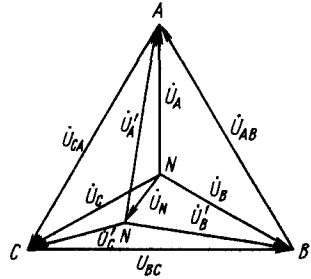


Рис. 15.23

**Пример 15.4.** В схеме соединения трехфазного генератора и приемника звездой отключен нейтральный провод. Линейное напряжение генератора  $U_n = 220$  В, сопротивления фаз приемника:  $Z_A = (8 + j4)$  Ом;  $Z_B = (8 - j4)$  Ом,  $Z_C = 6$  Ом. Сопротивление линейных проводов не учитывается. Определить фазные напряжения и токи приемника.

**Решение.** Комплексы фазных напряжений генератора:  $\dot{U}_A = U_n / \sqrt{3} = 220 / \sqrt{3} = 127$  В;  $\dot{U}_B = 127 e^{-j120^\circ} = (-63,5 - j110)$  В;  $\dot{U}_C = 127 e^{j120^\circ} = (-63,5 + j110)$  В. Проводимости фаз приемника в комплексной форме:  $Y_A = 1/Z_A = 1/(8 + j4) = (0,1 - j0,05)$  См;  $Y_B = 1/Z_B = 1/(8 - j4) = (0,1 + j0,05)$  См;  $Y_C = 1/Z_C = 1/6 = 0,167$  См.

Напряжение смещения нейтрали

$$\begin{aligned} \dot{U}_{N'N} = \dot{U}_N &= \frac{\dot{U}_A Y_A + \dot{U}_B Y_B + \dot{U}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} = \\ &= \frac{127(0,1 - j0,05) + (-63,5 - j110)(0,1 + j0,05) + (-63,5 + j110) \cdot 0,167}{0,1 - j0,05 + 0,1 + j0,05 + 0,167} = \\ &= (3,4 - j5,8) \text{ В.} \end{aligned}$$

Напряжения на фазах приемника:  $\dot{U}'_A = \dot{U}_A - \dot{U}_N = 127 - 3,4 + j5,8 = (123,6 + j5,8)$  В;  $\dot{U}'_B = \dot{U}_B - \dot{U}_N = -63,5 - j110 - 3,4 + j5,8 = (-66,9 - j104,2)$  В;  $\dot{U}'_C = \dot{U}_C - \dot{U}_N = -63,5 + j110 - 3,4 + j5,8 = (-66,9 + j115,8)$  В. Фазные токи приемника:  $I_A = \dot{U}'_A Y_A = (123,6 + j5,8) \cdot (0,1 - j0,05) = (12,7 - j5,6)$  А;  $I_B = \dot{U}'_B Y_B = (-66,9 - j104,2)(0,1 + j0,05) = (-1,5 - j13,7)$  А;  $I_C = \dot{U}'_C Y_C = (-66,9 + j115,8) \cdot 0,167 = (-11,2 + j19,3)$  А.

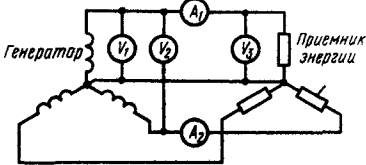


Рис. 15.24

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 15.3.

Контрольная карта 15.3

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите						
					части	параграф					
1	Какие приборы (рис. 15.24) показывают: а) линейное напряжение? б) ток во второй фазе приемника?	а) $V_1$ ; б) $A_2$ а) $V_2$ ; б) $A_2$ а) $V_3$ ; б) $A_1$		989 992 1010	1	15.4					
2	Три активных сопротивления $r_A, r_B, r_C$ соединены звездой и включены в трехфазную сеть с линейным напряжением $U_L$ . Определить линейные токи $I_A, I_B, I_C$ при наличии нейтрального провода	$I_A=1A; I_B=I_C=1A$ $I_A=4A; I_B=I_C=1A$ $I_A=2A; I_B=I_C=1A$ $I_A=3A; I_B=I_C=1A$		1039 1042 1058 1084	2	15.4					
							Значения	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
$r_A, \text{ Ом}$	110	127	55	42,3							
$r_B, \text{ Ом}$	220	127	220	127							
$r_C, \text{ Ом}$	220	127	220	127							
$U_L, \text{ В}$	380	220	380	220							
3	По данным задания 2 определить активную мощность трехфазной цепи	381 Вт 635 Вт 880 Вт 1320 Вт		797 543 863 898	3	15.4					
4	Фазы генератора и приемника энергии соединены звездой с нейтральным проводом. Амперметры в линейных проводах дают одно и то же показание. Можно ли от приемника энергии отключить нейтральный провод?	Можно, так как нагрузка симметричная. Нет, так как нагрузка несимметричная. Задача не определена, так как не известны углы сдвига фаз $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C$		915 935 938	1	15.5					
5	Обмотки генератора и фазы приемника соединены звездой без нейтрального провода. Комплексы фазных напряжений генератора: $\dot{U}_A \approx 220, \dot{U}_B = 220e^{-j120^\circ} =$	165 247,5—j47,5 198+j38 247,5+j47,5		954 990 1011 994	3	15.5					

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите																								
					части	параграф																							
	$= -110 - j190, \dot{U}_C =$ $= 220e^{-j240^\circ} = -110 + j190$ Активные сопротивления фаз приемника даны в таблице вариантов. Определить напряжение на первой фазе приемника $\dot{U}_A$																												
	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Значения</th> <th colspan="4">Варианты</th> </tr> <tr> <th>1-й</th> <th>2-й</th> <th>3-й</th> <th>4-й</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>r_A, \text{ Ом}</math></td> <td>10</td> <td>10</td> <td>5</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td><math>r_B, \text{ Ом}</math></td> <td>10</td> <td>5</td> <td>10</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td><math>r_C, \text{ Ом}</math></td> <td>5</td> <td>10</td> <td>10</td> <td>10</td> </tr> </tbody> </table>	Значения	Варианты				1-й	2-й	3-й	4-й	$r_A, \text{ Ом}$	10	10	5	5	$r_B, \text{ Ом}$	10	5	10	5	$r_C, \text{ Ом}$	5	10	10	10				
Значения	Варианты																												
	1-й	2-й	3-й	4-й																									
$r_A, \text{ Ом}$	10	10	5	5																									
$r_B, \text{ Ом}$	10	5	10	5																									
$r_C, \text{ Ом}$	5	10	10	10																									

## § 15.6. Соединение приемников энергии треугольником

**1. Соединение треугольником осветительной нагрузки и обмоток электродвигателя.** Из § 15.4 известно, что при соединении звездой фазы приемника энергии должны быть рассчитаны на напряжение  $U_\phi = U_\Delta / \sqrt{3}$ . Например, осветительные приборы, соединенные звездой и включенные в трехфазную сеть с линейным напряжением 220 В, должны иметь номинальное (расчетное) напряжение 127 В. Если номинальное напряжение каждой фазы приемника равно линейному напряжению генератора, применяют соединение треугольником. Для этого осветительную нагрузку разбивают на три одинаковые группы — фазы приемника (рис. 15.25). Фазу 1 подключают к линейным проводам А и В, фазу 2 — к В и С, а фазу 3 — к С и А. Обмотки трехфазного электродвигателя соединяют треугольником следующим образом: конец первой обмотки Х (рис. 15.26) соединяют с началом второй В, конец второй Y — с началом третьей С и конец третьей Z — с началом первой А. Затем начала обмоток подключают к линейным проводам сети А, В и С. При соединении треугольником нейтральный провод не требуется.

**2. Определение фазных и линейных токов.** На рис. 15.27 дана общая схема соединения приемников электрической энергии треугольником, где  $Z_{AB}, Z_{BC}, Z_{CA}$  — сопротивления фаз приемника,  $I_{AB}, I_{BC}, I_{CA}$  — фазные токи, а  $I_A, I_B, I_C$  — линейные.

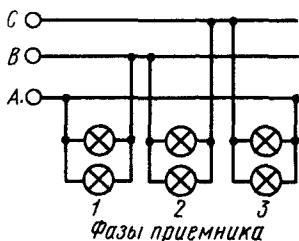


Рис. 15.25

Положительные фазные токи направлены от начала фаз к их концам, а положительные линейные токи — от генератора к приемнику энергии. При соединении треугольником каждая фаза приемника энергии находится под линейным напряжением, т. е.

$$U_{\phi} = U_{л}. \quad (15.8)$$

Фазные токи определяют по закону Ома:  $I_{AB} = \dot{U}_{AB}/Z_{AB}$ ;  $I_{BC} = \dot{U}_{BC}/Z_{BC}$ ;  $I_{CA} = \dot{U}_{CA}/Z_{CA}$ . Для определения линейных токов составим уравнения по первому закону Кирхгофа для узлов схемы. Для узлов А  $I_A + I_{CA} - I_{AB} = 0$ . Отсюда первый линейный ток

$$I_A = I_{AB} - I_{CA}. \quad (15.9)$$

Аналогично определяем второй и третий линейные токи:

$$I_B = I_{BC} - I_{AB} \text{ и } I_C = I_{CA} - I_{BC}. \quad (15.10)$$

Таким образом, линейные токи равны разности соответствующих фазных токов. На рис. 15.28 показана векторная диаграмма напряжений и токов при симметричной нагрузке, соединенной треугольником. Фазные напряжения, равные линейным напряжениям, выражаются векторами  $\dot{U}_{AB}$ ,  $\dot{U}_{BC}$  и  $\dot{U}_{CA}$ . Фазные токи  $I_{AB}$ ,  $I_{BC}$  и  $I_{CA}$  равны по величине и сдвинуты относительно фазных напряжений на одинаковые углы  $\phi$ . Было установлено, что первый линейный ток  $I_A = I_{AB} - I_{CA}$ . Для построения вектора  $I_A$  к вектору  $I_{AB}$  прибавим вектор  $-I_{CA}$ , равный по абсолютной величине вектору  $I_{CA}$ , но направленный в противоположную сторону. Действительно,  $I_{AB} + (-I_{CA}) = I_{AB} - I_{CA} = I_A$ . Аналогично строим векторы  $I_B = I_{BC} - I_{AB}$  и  $I_C = I_{CA} - I_{BC}$ . Из точки  $O$  на вектор линейного тока опустим перпендикуляр  $OD$ . В полученном прямоугольном треугольнике  $BOD$  гипотенуза  $BO$  выражает фазный ток ( $I_{\phi}$ ), а катет  $BD$  — половину линейного тока  $I_{л}/2$ ;

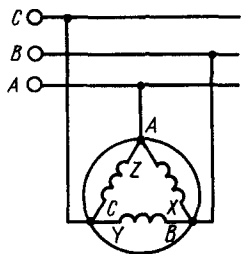


Рис. 15.26

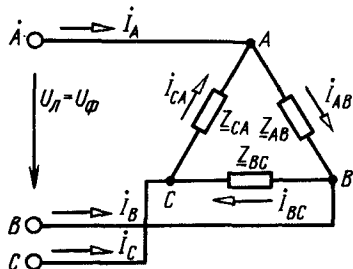


Рис. 15.27

$\angle OBD$  равен  $30^\circ$ . Поэтому  $BD/BO = \cos 30^\circ$ , или  $I_\Delta/2I_\Phi = \sqrt{3}/2$ . Отсюда

$$I_\Delta = \sqrt{3}I_\Phi. \quad (15.11)$$

Таким образом, при симметричной нагрузке фаз приемника, соединенного треугольником, линейный ток больше фазного в  $\sqrt{3}$  раз.

### 3. Активная мощность трехфазной цепи.

Активная мощность приемника энергии, соединенного треугольником  $P = P_{AB} + P_{BC} + P_{CA}$ . Активная мощность первой фазы приемника  $P_{AB} = U_{AB}I_{AB} \cos \varphi_{AB}$ , где  $U_{AB}$  и  $I_{AB}$  — напряжение и ток первой фазы;  $\varphi_{AB}$  —

угол сдвига между напряжением  $U_{AB}$  и током  $I_{AB}$ . Активная мощность второй фазы приемника  $P_{BC} = U_{BC}I_{BC} \cos \varphi_{BC}$ , а третьей фазы  $P_{CA} = U_{CA}I_{CA} \cos \varphi_{CA}$ . При симметричной нагрузке активные мощности фаз равны:  $P_{AB} = P_{BC} = P_{CA} = P_\Phi = U_\Phi I_\Phi \cos \varphi$ . Тогда активная мощность трехфазной цепи  $P = 3P_\Phi = 3U_\Phi I_\Phi \cos \varphi$ . Так как  $U_\Phi = U_\Delta$ , а при симметричной нагрузке  $I_\Phi = I_\Delta/\sqrt{3}$ , то

$$P = 3U_\Phi I_\Phi \cos \varphi = 3U_\Delta \frac{I_\Delta}{\sqrt{3}} \cos \varphi = \sqrt{3} U_\Delta I_\Delta \cos \varphi. \quad (15.12)$$

Такая же формула активной мощности была получена при симметричной нагрузке, соединенной звездой.

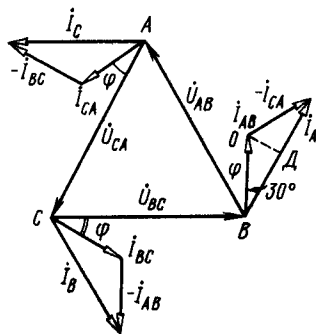


Рис. 15.28

**Пример 15.5.** В трехфазную сеть с линейным напряжением  $U_\Delta = 220$  В включен приемник, фазы которого имеют активное сопротивление  $r = 30$  Ом и индуктивное  $x_L = 40$  Ом. Определить фазный и линейный токи, активную мощность и  $\cos \varphi$ .

**Решение.** Полное сопротивление фазы приемника  $z = \sqrt{r^2 + x_L^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50$  Ом. Фазный ток  $I_\Phi = U_\Phi/z = 220/50 = 4,4$  А, а линейный ток  $I_\Delta = \sqrt{3} I_\Phi = \sqrt{3} \cdot 4,4 = 7,6$  А. Активная мощность  $P = \sqrt{3} U_\Delta I_\Delta \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 7,6 \cdot 0,6 = 1733$  Вт, где  $\cos \varphi = r/z = 30/50 = 0,6$ .

**Пример 15.6.** К сети с симметричными линейными напряжениями  $U_\Delta = 220$  В подключен приемник, соединенный треугольником. Фазы приемника имеют сопротивления  $Z_{AB} = (4 + j3)$  Ом;  $Z_{BC} = (8 + j6)$  Ом;  $Z_{CA} = 10$  Ом. Определить фазные и линейные токи.

**Решение.** Выразим линейные напряжения комплексными числами. Примем  $\dot{U}_{AB} = U_{AB} = 220$  В. В этом случае  $\dot{U}_{BC} = 220e^{-j120^\circ} = 220 \cos(-120^\circ) + j220 \sin(-120^\circ) = (-110 - j190)$  В;  $\dot{U}_{CA} = 220e^{j120^\circ} = 220 \cos 120^\circ + j220 \times \sin 120^\circ = (-110 + j190)$  В. Определим комплексы фазных и линейных токов:  $I_{AB} = \dot{U}_{AB}/Z_{AB} = 220/(4 + j3) = 44e^{-j156^\circ 52'} = (35,2 - j26,4)$  А;  $I_{BC} = \dot{U}_{BC}/Z_{BC} = 220e^{-j120^\circ}/(8 + j6) = 22e^{-j56^\circ 52'} = (-20,2 - j8,64)$  А;  $I_{CA} = \dot{U}_{CA}/Z_{CA} = 220e^{j120^\circ}/10 = 22e^{j120^\circ} = (-11 + j19,05)$  А;  $I_A = I_{AB} - I_{CA} = 35,2 - j26,4 + 11 - j19,05 = (46,2 - j45,45)$  А;  $I_B = I_{BC} - I_{AB} = -20,2 - j8,64 - 35,2 + j26,4 = (-55,4 + j17,76)$  А;  $I_C = I_{CA} - I_{BC} = -11 + j19,05 + 20,2 + j8,64 = (9,2 + j27,69)$  А.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 15.4.

Контрольная карта 15.4

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите						
					части	параграф					
1	Каждая обмотка трехфазного двигателя рассчитана на напряжение 220 В. Укажите линейное напряжение трехфазной сети, в которую можно включить двигатель	220 В 380 В 220 или 380 В		1040 1041 1059	1 1	15.6 15.4					
2	В трехфазную сеть с линейным напряжением $U_L$ включены треугольником три приемника с равными активными сопротивлениями $r$ . Определить линейные токи приемника	1,9 А 3,8 А 6,6 А 3,3 А		1071 413 483 865	2	15.6					
							Значения	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
$U_L, В$ $r, Ом$	220 100	380 200	220 200	380 100							
3	По данным задания 2 определить активную мощность цепи $P$	1442 Вт 4332 Вт 2166 Вт 726 Вт		955 972 993 1012	3	15.6					
4	По данным задания 2 определить ток фазы $AB$ приемника энергии, если отключен линейный провод $A$ . Сопротивления фаз при этом оставить прежними	0,95 А 1,1 А 1,9 А 0,55 А		1043 1023 1060 1072	2	15.6					
5	По данным задания 2 определить линейный ток $I_B$ , если от приемника отключен линейный провод $A$	5,7 А 2,85 А 1,65 А 3,3 А		916 936 939 899	2	15.6					



## § 15.7. Вращающееся магнитное поле трехфазной системы

1. Получение вращающегося магнитного поля. Одним из основных достоинств трехфазной системы является возможность получения вращающегося магнитного поля, которое широко применяется в электрических машинах, измерительных приборах и аппаратах переменного тока. Рассмотрим магнитное поле катушки, по которой проходит синусоидальный ток  $i = I_m \sin \omega t$ . На рис. 15.29 катушка изображена в виде витка, ее начало обозначено  $H$ , а конец —  $K$ . В первый полупериод ток  $i$  положителен. Его можно направить от начала к концу катушки. Пользуясь правилом буравчика, легко определить направление вектора магнитной индукции поля  $B$ . При положительных токах этот вектор направлен по оси катушки вправо. В следующий полупериод ток  $i$  отрицателен и вектор магнитной индукции  $B$  направлен влево. Таким образом, магнитное поле катушки с синусоидальным током изменяется (пульсирует) вдоль оси катушки и называется *пульсирующим*.

Рассмотрим статор трехфазного двигателя с тремя одинаковыми катушками, смещенными друг относительно друга на  $120^\circ$ . Если катушки подключить к симметричной трехфазной сети, то в них возникнут токи  $i_A = I_m \sin \omega t$ ;  $i_B = I_m \sin(\omega t - 120^\circ)$ ;  $i_C = I_m \sin(\omega t - 240^\circ)$ . Графики этих токов изображены на рис. 15.30, где схематически показан статор трехфазного двигателя с тремя катушками. Как и ранее, условимся ток с положительным знаком считать направленным от начала катушки к ее концу, а с отрицательным знаком — от ее конца к началу. Положительное направление тока будем обозначать крестиком в начале катушки и точкой в конце. Проследим за направлением магнитного потока, созданного тремя катушками в течение четырех моментов времени  $t_0$ ,  $t_2$ ,  $t_4$  и  $t_6$ . В начальный момент времени  $t_0$  по первой катушке двигателя ток не проходит ( $i_A = 0$ ). Во второй катушке ток отрицательный. Поэтому в конце второй катушки  $Y$  поставим крестик, а в начале этой катушки  $B$  — точку. В третьей катушке ток положительный. Значит, в начале катушки  $C$  нужно поставить крестик, а в конце катушки  $Z$  — точку. Теперь, когда обозначено направление тока, по правилу буравчика находим направление магнитных силовых линий. Вокруг проводников  $C$  и  $Y$  магнитные силовые линии замыкаются по ходу часовой стрелки, а вокруг проводников  $Z$  и  $B$  — против нее. Тогда результирующий магнитный поток направлен вниз. Основываясь на

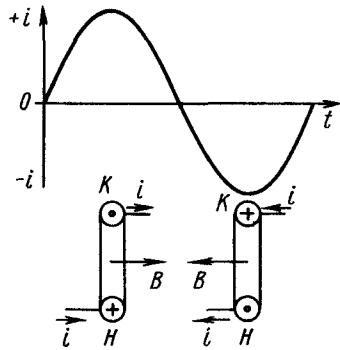


Рис. 15.29

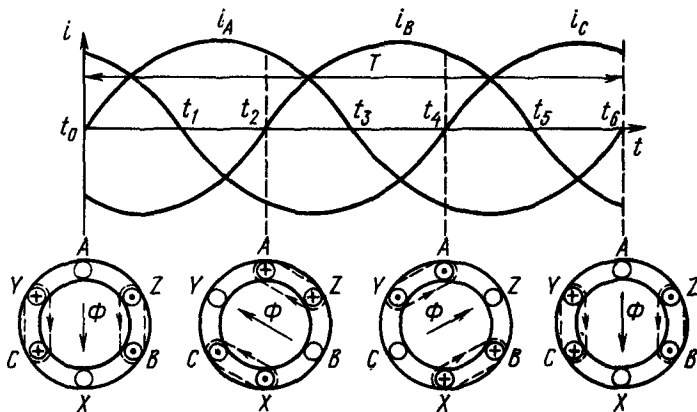


Рис. 15.30

указанных рассуждениях, нетрудно получить картину поля и для последующих моментов времени  $t_2$ ,  $t_4$  и  $t_6$ .

Сравнив направления полученных магнитных потоков, сделаем следующий вывод: *общий магнитный поток статора вращается по ходу часовой стрелки с угловой скоростью один оборот за период  $T$* . При частоте  $f = 50$  Гц магнитное поле вращается с угловой скоростью 50 об/с, или 3000 об/мин. Если требуется изменить направление вращения поля, то достаточно изменить последовательность фаз, т. е. поменять токи в двух катушках, например первую катушку присоединить к фазе  $B$ , а вторую — к  $A$ . Магнитная индукция вращающегося поля не зависит от времени и в 1,5 раза больше амплитуды магнитной индукции каждой катушки, т. е.

$$B = 1,5B_m. \quad (15.13)$$

## 2. Принцип действия трехфазного асинхронного двигателя.

Статор трехфазного двигателя при наличии в его катушках трехфазного тока создает вращающееся магнитное поле. Выясним, какое влияние оказывает это поле на ротор двигателя, в пазах которого имеется короткозамкнутая обмотка. Допустим, что вначале ротор неподвижен. При этом вращающееся магнитное поле пересекает неподвижную, короткозамкнутую обмотку ротора и наводит в ней ЭДС. В результате в обмотке появится ток, который взаимодействует с магнитным полем статора. Механические силы этого взаимодействия заставляют ротор вращаться в ту же сторону, что и магнитное поле статора, но с меньшей скоростью. Частота вращения ротора  $n_2$  не может быть равна частоте магнитного поля статора  $n_1$ , так как при равенстве этих величин вращающееся поле не будет пересекать проводники обмотки ротора, в них исчезнет ток, а значит, и действующие

на ротор механические силы. Вследствие неравенства частот  $n_2$  и  $n_1$  рассмотренный трехфазный электродвигатель называется *асинхронным двигателем*.

## § 15.8. Вращающееся магнитное поле двухфазной системы

1. **Устройство двухфазного статора. Векторная диаграмма токов и напряжения.** Вращающееся магнитное поле можно получить с помощью двухфазной системы переменных токов в двух перпендикулярно расположенных катушках. Двухфазную систему образуют два переменных тока одной амплитуды и частоты, сдвинутых друг относительно друга на  $90^\circ$ . Для создания вращающегося магнитного поля применяется двухфазный статор с двумя обмотками, сдвинутыми одна относительно другой на угол  $90^\circ$ . Такой статор схематически изображен на рис. 15.31, а. Начало первой обмотки обозначено  $A$ , а ее конец —  $X$ . Начало второй —  $B$ , а конец —  $Y$ . Последовательно со второй обмоткой статора включен конденсатор емкости  $C$ . Вторую обмотку с емкостью и первую соединяют параллельно и включают в сеть с напряжением  $U$  (рис. 15.31, б). Общий ток источника  $I$  состоит из двух токов:  $I_A$  и  $I_B$ . Ток  $I_A$  проходит по первой обмотке статора, обладающей активным и индуктивным сопротивлениями. Поэтому он отстает по фазе от напряжения  $U$  на угол  $\varphi_1$  (рис. 15.31, в). Ток второй обмотки  $I_B$  за счет емкости  $C$  опережает напряжение  $U$  на угол  $\varphi_2$ . Емкость конденсатора выбирают с таким расчетом, чтобы  $\varphi_1 + \varphi_2 = 90^\circ$ , а  $I_A = I_B$ . Таким образом получают два одинаковых тока, сдвинутых по фазе на угол  $90^\circ$ .

2. **Получение вращающегося магнитного поля двухфазной системы.** Мгновенные значения токов в обмотках статора можно выразить следующими уравнениями:  $i_A = I_m \sin \omega t$ ;  $i_B = I_m \times \sin(\omega t + 90^\circ)$ . Графики этих токов показаны на рис. 15.32. В начальный момент времени  $t_0$  ток  $i_A = 0$ , а  $i_B = I_m$ , т. е. достигает амплитудного положительного значения. Значит, в начале второй обмотки  $B$  нужно поставить крестик, а в конце  $Y$  — точку. Затем по правилу буравчика найдем направление результирующего магнитного потока  $\Phi$ , направленного от  $X$  к  $A$ . Аналогично определим направление потока  $\Phi$  для моментов времени  $t_1, t_2, t_3$  и  $t_4$ . Из построения (рис. 15.32) видно, что результирующий

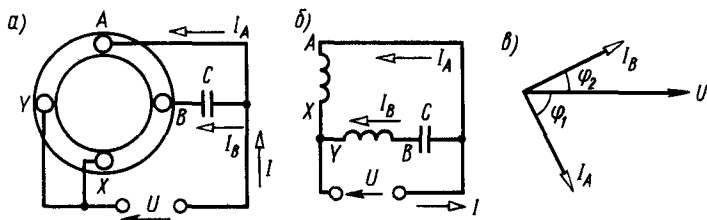


Рис. 15.31

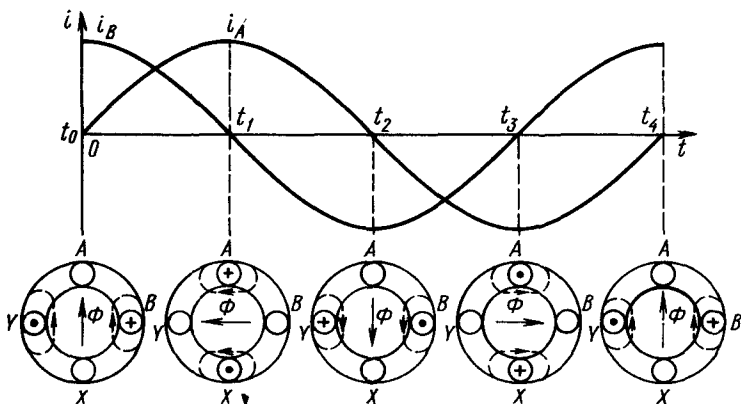


Рис. 15.32

магнитный поток совершает полный оборот за один период переменного тока. Для изменения направления вращения поля нужно поменять местами провода, подходящие к одной из обмоток статора. Индукция вращающегося магнитного поля постоянна и равна амплитуде индукции одной катушки  $B = B_m$ . Вращающееся магнитное поле двухфазной системы используется в однофазных асинхронных двигателях, различных электроизмерительных приборах и других устройствах.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 15.5.

Контрольная карта 15.5

Номера, заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
1	Магнитная индукция первой катушки статора трехфазного двигателя определяется выражением $B = 0,8 \sin \omega t$ . Определить индукцию вращающегося магнитного поля двигателя	$B = 0,8$ Тл $B = 1,2$ Тл Определить нельзя		372 531 862	1	15.7
2	Будет ли работать трехфазный асинхронный двигатель при обрыве электрической цепи ротора?	Нет, так как в обмотке ротора не будет ЭДС Нет, так как в обмотке ротора не будет тока Будет		900 917 918	2	15.7

Продолжение контрольной карты 15.5

Номер задания	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
3	Частота вращающегося магнитного поля статора трехфазного асинхронного двигателя 1500 об/мин. Укажите возможную частоту вращения ротора этого двигателя	30 об/с 25 об/с 23 об/с		940 956 974	2	15.7
4	Ток $I_A$ (рис. 15.31, б) отстает от напряжения $U$ на угол $35^\circ$ . При каких условиях внутри статора возникает круговое вращающееся магнитное поле?	При $\varphi_2 = 55^\circ$ При $\varphi_2 = 35^\circ$ При $\varphi_2 = 55^\circ$ и $I_A = I_B$ При $\varphi_2 = 35^\circ$ и $I_A = I_B$		995 1013 1024 1044	1	15.8
5	Куда направлен вращающийся магнитный поток статора (см. рис. 15.32) при отрицательном токе во второй обмотке?	От $Y$ к $B$ От $B$ к $Y$ От $A$ к $X$ От $X$ к $A$		1062 1073 443 544	2	15.8

### ЗАДАЧИ К ГЛАВЕ 15

15.1. В четырехпроводную трехфазную сеть с линейным напряжением  $U_L = 380$  В включен приемник, соединенный звездой. Каждая фаза приемника имеет активное сопротивление  $r = 36$  Ом и индуктивное  $x_L = 48$  Ом. Определить линейные токи и активную мощность приемника.

Ответ:  $I_n = 3,67$  А,  $P = 1448$  Вт.

15.2. Электродвигатель механической мощностью 4,2 кВт соединен звездой и включен в трехфазную сеть с линейным напряжением 220 В. Коэффициент полезного действия двигателя  $\eta = 0,8$ , коэффициент мощности  $\cos \varphi = 0,85$ . Определить линейные токи двигателя и параметры каждой его фазы ( $r$  и  $L$ ). Частота тока  $f = 50$  Гц.

Ответ:  $I_n = 16,25$  А,  $r = 6,63$  Ом,  $L = 13$  мГн.

15.3. Обмотки трехфазного трансформатора и симметричного приемника соединены звездой. Каждая фаза приемника имеет активное сопротивление  $r = 36$  Ом и индуктивное  $x_L = 48$  Ом. Сопротивление каждого линейного провода  $r_1 = 2$  Ом и  $x_{L1} = 1$  Ом. Линейное напряжение трансформатора  $U_n = 220$  В. Определить фазные напряжения и токи, активную мощность приемника, падение напряжения в каждом проводе линии.

Решение. Фазное напряжение трансформатора

$$U_{\text{ф}} = U_n / \sqrt{3} = 220 / \sqrt{3} = 127 \text{ В.}$$

Полное сопротивление каждой фазы заданной цепи

$$z = \sqrt{(r_1 + r)^2 + (x_{L1} + x_L)^2} = \sqrt{(2 + 36)^2 + (1 + 48)^2} = 62 \text{ Ом.}$$

Линейный и фазный токи приемника  $I_n = I_\phi = U_{\text{фн}}/z = 127/62 = 2,05$  А.  
 Фазное напряжение приемника  $U_{\text{фн}} = I_\phi z_{\text{фн}} = 2,05\sqrt{36^2 + 48^2} = 123$  В.  
 Активная мощность приемника

$$P_n = 3I_\phi^2 r = 3 \cdot 2,05^2 \cdot 36 = 454 \text{ Вт.}$$

Падение напряжения в каждом линейном проводе

$$U_1 = I_n z_1 = 2,05\sqrt{2^2 + 1^2} = 4,58 \text{ В.}$$

15.4. Электрические лампы соединены звездой и включены в четырехпроводную трехфазную сеть с линейным напряжением 380 В. В первую фазу включено 20 ламп, во вторую — 25 ламп и в третью — 30 ламп мощностью 100 Вт каждая. Определить токи в линейных и нейтральном проводах.

Ответ:  $I_A = 15,75e^{j0^\circ}$  А;  $I_B = 19,68e^{-j120^\circ}$  А;

$$I_C = 23,62e^{j120^\circ}$$
 А;  $I_N = 6,82e^{j149^\circ 56'}$  А.

15.5. Трехфазный генератор и симметричный приемник соединены звездой. Линейное напряжение приемника  $U_n = 220$  В, активная мощность приемника 5 кВт при  $\cos \varphi = 0,8$ . Каждый линейный провод имеет активное сопротивление  $r_1 = 0,2$  Ом и индуктивное  $x_{L1} = 0,2$  Ом. Активное сопротивление каждой фазы генератора  $r_2 = 0,3$  Ом и индуктивное  $x_{L2} = 0,4$  Ом. Определить фазную ЭДС генератора.

Решение. Полная мощность приемника  $S = P/\cos \varphi = 5000/0,8 = 6250$  В·А. Полная мощность одной фазы  $S_\phi = S/3 = 6250/3 = 2083$  В·А. Фазное напряжение приемника  $U_\phi = U_n/\sqrt{3} = 220/\sqrt{3} = 127$  В. Фазный ток приемника  $I_\phi = S_\phi/U_\phi = 2083/127 = 16,4$  А. Сопротивления фазы приемника:

$$z_\phi = U_\phi/I_\phi = 127/16,4 = 7,74 \text{ Ом;}$$

$$r_\phi = z_\phi \cos \varphi = 7,74 \cdot 0,8 = 6,2 \text{ Ом;}$$

$$x_{L\phi} = z_\phi \sin \varphi = 7,74 \cdot 0,6 = 4,64 \text{ Ом.}$$

Полное сопротивление фазы цепи

$$z = \sqrt{(r_\phi + r_1 + r_2)^2 + (x_{L\phi} + x_{L1} + x_{L2})^2} = \sqrt{(6,2 + 0,2 + 0,3)^2 + (4,64 + 0,2 + 0,4)^2} = 8,51 \text{ Ом.}$$

Фазная ЭДС генератора

$$E_\phi = I_\phi z = 16,4 \cdot 8,51 = 140 \text{ В.}$$

15.6. Трехфазный генератор с линейным напряжением 380 В питает несимметричную нагрузку, соединенную звездой (рис. 15.33). Сопротивления фаз приемника равны  $x_L = 10$  Ом,  $x_C = 20$  Ом,  $r = 22$  Ом. Определить показание амперметра, включенного в нейтральный провод.

Ответ: 19,4 А.

15.7. Трехфазный асинхронный двигатель, соединенный треугольником, подключен к сети с линейным напряжением 220 В. Определить фазные и линейные токи двигателя, если его механическая мощность 5 кВт при  $\cos \varphi = 0,8$ . КПД двигателя  $\eta = 0,8$ .

Ответ:  $I_n = 20,5$  А;  $I_\phi = 11,9$  А.

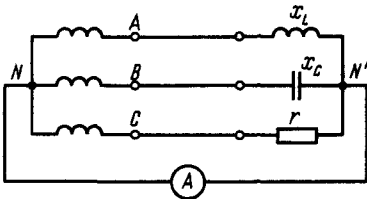


Рис. 15.33

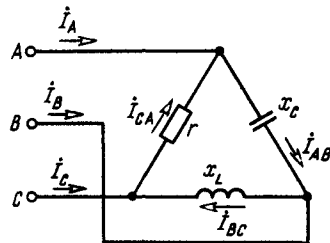


Рис. 15.34

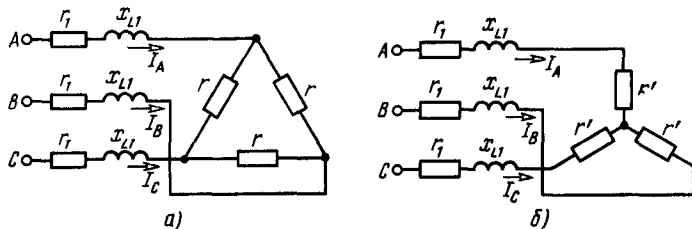


Рис. 15.35

15.8. В трехфазную сеть с линейным напряжением 220 В включен несимметричный приемник, соединенный треугольником (рис. 15.34). Сопротивления  $r = x_L = x_C = 110$  Ом. Определить комплексные значения линейных токов.

Ответ:  $I_A = 1,04e^{j118^\circ}$  А;  $I_B = 2e^{j210^\circ}$  А;  $I_C = 1,04e^{j45^\circ}$  А.

15.9. К трехфазному генератору с линейным напряжением 380 В подключена симметричная активная нагрузка, соединенная треугольником (рис. 15.35, а). Сопротивления фаз нагрузки  $r_{AB} = r_{BC} = r_{CA} = r = 12$  Ом. Каждый провод линии передачи имеет активное сопротивление  $r_l = 0,5$  Ом и индуктивное  $x_{Ll} = 1$  Ом. Определить фазные токи и активную мощность нагрузки.

Решение. Треугольник сопротивлений нагрузки преобразуем в эквивалентную звезду (рис. 15.35, б). Сопротивление каждого луча звезды  $r' = r/3 = 12/3 = 4$  Ом. Полное сопротивление одной фазы цепи  $z = \sqrt{(r_l + r')^2 + x_{Ll}^2} = \sqrt{(0,5 + 4)^2 + 1^2} = 4,61$  Ом. Фазное напряжение генератора  $U_\phi = U_n/\sqrt{3} = 380/\sqrt{3} = 220$  В.

Фазный ток для эквивалентной звезды равен линейному току для заданного треугольника:

$$I_\phi = I_n = U_\phi / z = 220 / 4,61 = 47,7 \text{ А.}$$

Фазный ток в заданном треугольнике нагрузки

$$I_{\phi\Delta} = I_n / \sqrt{3} = 47,7 / \sqrt{3} = 27,5 \text{ А.}$$

Активная мощность нагрузки

$$P = 3I_{\phi\Delta}^2 r = 3 \cdot 27,5^2 \cdot 12 = 27303 \text{ Вт.}$$

15.10. К зажимам генератора (рис. 15.36) с фазным напряжением 127 В присоединен несимметричный приемник с сопротивлениями фаз:

$$\underline{Z}_{AB} = (6 + j8) \text{ Ом, } \underline{Z}_{BC} = (10 - j8) \text{ Ом, } \underline{Z}_{CA} = 10 \text{ Ом.}$$

Определить линейные токи и активную мощность приемника.

Ответ:  $I_A = 43,86e^{-j56^\circ 31'}$  А;  $I_B = 10,6e^{j176^\circ 46'}$  А;

$$I_C = 38,5e^{j110^\circ 42'} \text{ А; } P = 10702 \text{ Вт.}$$

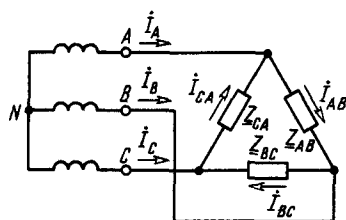


Рис. 15.36

## Глава 16

### ПЕРИОДИЧЕСКИЕ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫЕ ТОКИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

#### § 16.1. Причины возникновения несинусоидальных напряжений и токов

**1. Графики несинусоидальных токов.** Ранее были рассмотрены электрические цепи при постоянных и синусоидальных напряжениях и токах. В автоматике, телемеханике и связи, в различной аппаратуре электронной и вычислительной техники широко используют периодические несинусоидальные токи и напряжения. На рис. 16.1, *а* дана кривая несинусоидального тока, полученного при двухполупериодном выпрямлении. Этот ток, не меняя своего направления, изменяется по значению. Выпрямленные токи сглаживают (т. е. выравнивают их значения) с помощью фильтров и используют для питания различных электротехнических устройств. На рис. 16.1, *б, в* представлены графики пилообразного напряжения и напряжения в виде повторяющихся импульсов прямоугольной формы. Генераторы таких напряжений, называемые релаксационными, используются в различных устройствах импульсной и вычислительной техники. В телефонной связи передача звуковых колебаний связана с их превращением в электрические. Получаемые при этом переменные токи имеют различную несинусоидальную форму.

**2. Причины возникновения несинусоидальных токов.** Несинусоидальные токи возникают в результате включения в электрическую цепь генераторов несинусоидального напряжения специальной формы, из-за наличия в электрической цепи нелинейных элементов. К нелинейным элементам относятся катушки с ферромагнитным магнитопроводом, стабилизаторы напряжения, умножители и делители частоты, магнитные усилители, выпрямители, бареттеры, транзисторы и т. д. Появление в электрических цепях несинусоидальных токов и напряжений в ряде случаев приводит к нежелательным последствиям. Например, в электрических двигателях при наличии несинусоидальных токов возникают дополнительные потери мощности, ухудшаются характеристики. В линиях автоматики, телемеханики и связи несинусоидальные токи создают помехи. При изучении процессов в электрических цепях с несинусоидальными напряжениями и токами пользуются теоремой Фурье, согласно

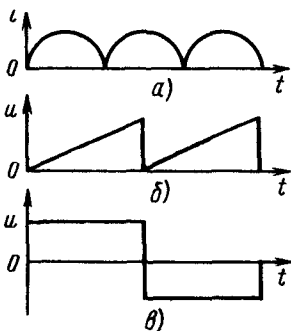


Рис. 16.1



которой любую периодически изменяющуюся величину (ЭДС, напряжение, ток) можно представить в виде суммы постоянной составляющей и ряда синусоидальных величин с кратными частотами.

## 16.2. Выражение несинусоидальных токов и напряжений рядами Фурье

**1. Сложение синусоидальных токов разной частоты.** Предположим, что синусоидальный ток  $i_1$  с частотой  $f$  складывается с синусоидальным током  $i_2$  с частотой  $2f$  (рис. 16.2). Нетрудно заметить, что кривая результирующего тока  $i$  (на рисунке она показана пунктирной линией) имеет несинусоидальную форму. Следовательно, несинусоидальный ток  $i$  можно разложить на синусоидальные  $i_1$  с частотой  $f$  и  $i_2$  с частотой  $2f$ . Результирующую кривую выражают следующим уравнением:  $i = i_1 + i_2 = I_{1m} \sin \omega t + I_{2m} \sin 2\omega t$ . Первая составляющая тока  $i_1 = I_{1m} \sin \omega t$  называется *гармоникой первого порядка*, а вторая  $i_2 = I_{2m} \sin 2\omega t$  — *гармоникой второго порядка*.

**2. Разложение несинусоидальных кривых в ряд Фурье.** Если к двум синусоидальным токам  $i_1$  и  $i_2$  прибавить третий с частотой  $3f$ , то получим новую несинусоидальную кривую, состоящую из трех гармоник: первого, второго и третьего порядков. Продолжая прибавлять синусоиды с частотами  $4f$ ,  $5f$  и т. д., получим разнообразные несинусоидальные кривые. Их количество можно увеличить за счет не только числа суммируемых синусоидальных величин, но и изменения их амплитуд и начальных фаз. Установлено, что любая периодическая несинусоидальная кривая тока, напряжения или ЭДС состоит из ряда синусоид (гармоник). Иногда несинусоидальные кривые содержат не только синусоидальные составляющие (гармоники), но и постоянную составляющую. На основании этого закон изменения периодического несинусоидального тока в общем виде можно выразить следующим уравнением, называемым *рядом Фурье*:

$$i = I_0 + I_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + I_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2) + I_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3) + \dots + I_{nm} \sin(n\omega t + \psi_n), \quad (16.1)$$

где  $I_0$  — постоянная составляющая тока (на графике изображается прямой линией, параллельной оси абсцисс);  $I_{1m}$ ,  $I_{2m}$ ,  $I_{3m}$  — амплитуды первой, второй, третьей гармоник тока, а  $\psi_1$ ,  $\psi_2$ ,  $\psi_3$  — их начальные фазы.

Гармоники первого, третьего, пятого порядков называются *нечетными*, а второго, четвертого, шестого порядков — *четными*. Чем выше номер гармоники, тем меньше ее амплитуда. Поэтому при разложении несинусоидальных

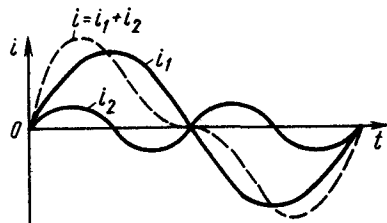


Рис. 16.2

кривых гармоники высоких номеров можно не учитывать. За счет резонансов амплитуды некоторых гармоник резко увеличиваются. Первая гармоника с частотой несинусоидального периодического тока называется *основной*; остальные, частота которых в 2, 3, 4 раза больше основной, — *высшими*. Несинусоидальное напряжение, как и ток, можно выразить рядом Фурье:

$$u = U_0 + U_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + U_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2) + U_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3) + \dots + U_{nm} \sin(n\omega t + \psi_n), \quad (16.2)$$

где  $u$  — мгновенное значение периодического несинусоидального напряжения;  $U_0$  — постоянная составляющая напряжения;  $U_{1m}$ ,  $U_{2m}$ ,  $U_{3m}$  — амплитуды первой, второй, третьей гармоник напряжения;  $\psi_1$ ,  $\psi_2$ ,  $\psi_3$  — начальные фазы гармоник напряжения. Форма ряда Фурье, представленная (16.1), (16.2), удобна для расчетов цепей несинусоидального тока.

Для разложения несинусоидальных кривых на составляющие удобна вторая форма ряда Фурье. Ее получают из первой путем разложения каждой гармоники на две составляющие: синусную и косинусную с нулевыми начальными фазами. При использовании второй формы ряда Фурье несинусоидальный ток

$$i = I_0 + I'_{1m} \sin \omega t + I'_{2m} \sin 2\omega t + I'_{3m} \sin 3\omega t + \dots + I''_{1m} \cos \omega t + I''_{2m} \cos 2\omega t + I''_{3m} \cos 3\omega t + \dots, \quad (16.3)$$

где  $I_0$  — постоянная составляющая;  $I'_{1m}$ ,  $I'_{2m}$ ,  $I'_{3m}$  и  $I''_{1m}$ ,  $I''_{2m}$ ,  $I''_{3m}$  — амплитуды синусных и косинусных составляющих первой, второй и третьей гармоник тока. Несинусоидальные кривые тока, напряжения или ЭДС фотографируются с экрана специального прибора — осциллографа. Для разложения их в ряд Фурье используют аналитические, графические методы или специальные приборы (электрические гармоникоанализаторы).

### § 16.3. Виды несинусоидальных кривых

**1. Кривые, симметричные относительно оси абсцисс.** При разложении некоторых несинусоидальных токов или напряжений в ряды Фурье отсутствуют те или другие составляющие. Например, несинусоидальный ток  $i$  (рис. 16.2) раскладывается на основную гармонику и гармонику второго порядка, где отсутствуют гармоники третьего, четвертого порядков, а также постоянная составляющая. В зависимости от формы несинусоидальные периодические кривые можно разделить на кривые, симметричные относительно осей абсцисс, ординат и начала координат. Рассмотрим каждую группу кривых отдельно. Кривая будет симметрична относительно оси абсцисс, если двум ее абсциссам, различающимся на половину периода, соответствуют равные по величине, но противоположные по знаку ординаты. Одна из таких кривых (см. рис. 16.1, в) раскладывается в ряд Фурье следующего вида:

$$i = \frac{4I_m}{\pi} \sin \omega t + \frac{4I_m}{3\pi} \sin 3\omega t + \frac{4I_m}{5\pi} \sin 5\omega t + \dots$$

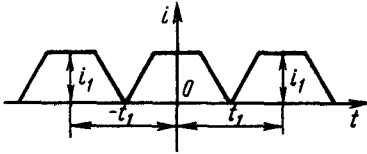


Рис. 16.3

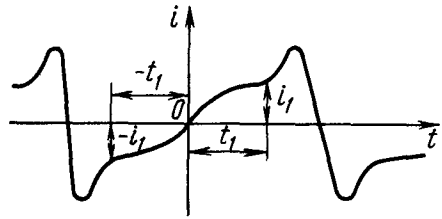


Рис. 16.4

В этом ряду отсутствуют постоянная составляющая и гармоники четного порядка. Это правило относится ко всем кривым первой группы. Отсутствие постоянной составляющей объясняется тем, что среднее значение указанных функций за период

$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} id(\omega t) dt = 0$ . Следовательно, кривые, симметричные относительно оси абсцисс, содержат только нечетные гармоники (первого, третьего, пятого порядков).

**2. Кривые, симметричные относительно оси ординат и начала координат.** Кривая симметрична относительно оси ординат в том случае, если двум ее равным по величине, но противоположным по знаку абсциссам соответствуют одинаковые по величине и знаку ординаты. К этой группе кривых относится кривая, изображенная на рис. 16.3. При разложении в ряд Фурье подобные кривые содержат постоянную составляющую и ряд переменных составляющих, изменяющихся по закону косинуса. Кривая на рис. 16.3 выразится следующим уравнением:

$$i = I_0 + I_{1m} \cos \omega t + I_{2m} \cos 2\omega t + I_{3m} \cos 3\omega t + \dots + I_{nm} \cos n\omega t.$$

Несинусоидальная кривая называется *симметричной относительно начала координат*, если любым двум равным абсциссам с разными знаками соответствуют равные по величине и обратные по знаку ординаты. Кривая такого типа показана на рис. 16.4. Она раскладывается в ряд Фурье следующего вида:

$$i = I_{1m} \sin \omega t + I_{2m} \sin 2\omega t + I_{3m} \sin 3\omega t + \dots + I_{nm} \sin n\omega t.$$

Отмеченные закономерности справедливы для любых периодических несинусоидальных кривых (тока, напряжения или ЭДС).

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 16.1.

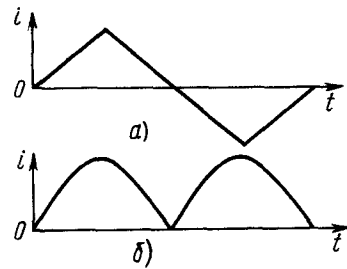


Рис. 16.5

Контрольная карта 16.1

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
1	По катушке с насыщенным стальным сердечником проходит синусоидальный ток. Какое напряжение возникает на зажимах катушки?	Синусоидальное Несинусоидальное Постоянное		864 881 901	1,2	16.1
2	Можно ли с помощью двух источников с синусоидальными ЭДС получить несинусоидальное напряжение?	Можно, если источники имеют одинаковую частоту Можно, если источники имеют разную частоту Нельзя		973  996  1014	1,2	16.2
3	Несинусоидальный ток представлен следующим уравнением: $i = 5 + 3\sin\omega t + 2\sin(3\omega t + 30^\circ) + \sin(5\omega t - 30^\circ)$ . Определить мгновенное значение несинусоидального тока при $t = 0$	11 А 5,5 А 6,5 А		919 953 957	2	16.2
4	Какие составляющие содержит несинусоидальная кривая на рис. 16.5, а?	Гармоники первого, третьего и пятого порядков Гармоники первого, второго и третьего порядков Постоянную составляющую и ряд косинусоид		1025  1045  1061	1,2	16.3
5	Какие составляющие содержит несинусоидальная кривая на рис. 16.5, б?	Гармоники первого, третьего и пятого порядков Гармоники первого, второго и третьего порядков Постоянную составляющую и ряд косинусоид		1074  346  508	1,2	16.3

## § 16.4. Расчет электрической цепи при несинусоидальном напряжении

**1. Замена источника несинусоидального напряжения рядом последовательно соединенных источников.** Рассмотрим расчет линейных электрических цепей, находящихся под несинусоидальным напряжением. Допустим, что к цепи, состоящей из последовательно соединенных активного сопротивления  $r$ , индуктивности  $L$  и емкости  $C$  (рис. 16.6), приложено несинусоидальное напряжение  $u = U_0 + U_{1m} \sin \omega t + U_{3m} \sin 3\omega t + U_{5m} \sin 5\omega t$ . Из уравнения видно, что данное несинусоидальное напряжение содержит постоянную составляющую и нечетные гармоники (рис. 16.7). Известно, что напряжения источников энергии при их последовательном соединении складываются. Поэтому данный источник энергии с несинусоидальным напряжением можно заменить рядом последовательно соединенных источников (рис. 16.8). Первый из них создает постоянное напряжение  $U_0$ , а второй, третий и четвертый — синусоидальные напряжения с частотами  $\omega$ ,  $3\omega$  и  $5\omega$ . Каждой гармонике напряжения соответствует своя гармоника тока. Первая гармоника напряжения создает первую гармонику тока, третья гармоника напряжения — третью гармонику тока и т. д. Значение каждого тока зависит не только от значения соответствующего напряжения, но и от полного сопротивления цепи. Ток на каждом участке электрической цепи определяется по принципу наложения путем суммирования токов, создаваемых каждым из слагаемых напряжения в отдельности.

**2. Расчет сопротивлений для различных составляющих несинусоидального тока.** Если пренебречь поверхностным эффектом и эффектом близости, то активное сопротивление цепи для всех гармоник можно считать постоянным и равным  $r$ . Индуктивное и емкостное сопротивления для разных гармоник различны. С увеличением частоты индуктивное сопротивление  $x_L = 2\pi fL$  увеличивается, а емкостное  $x_C = 1/(2\pi fC)$  уменьшается. Поэтому для  $k$ -й гармоники индуктивное сопротивление  $x_{Lk} = k\omega L$ , а емкостное  $x_{Ck} = 1/(k\omega C)$ .

**Пример 16.1.** Индуктивность цепи  $L = 0,0318$  Гн, емкость  $C = 31,8$  мкФ, угловая частота  $\omega = 314$  рад/с. Определить индуктивное и емкостное сопротивления для первой и третьей гармоник.

**Решение.** Для первой гармоники ( $k = 1$ )  $x_{L1} = 1 \times 314 \cdot 0,0318 = 10$  Ом;  $x_{C1} = \frac{1}{k\omega C} = \frac{1}{1 \cdot 314 \cdot 31,8 \cdot 10^{-6}} = 100$  Ом. Для третьей гармоники ( $k = 3$ )  $x_{L3} = 3\omega L = 3x_{L1} = 3 \cdot 10 = 30$  Ом;  $x_{C3} = 1/(3\omega C) = x_{C1}/3 = 100/3 = 33,3$  Ом.

Определим полное сопротивление цепи (см. рис. 16.6) для каждой составляющей несинусоидального тока. Для постоянной составляющей  $x_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \cdot 0} = \infty$ . Поэтому составляющая

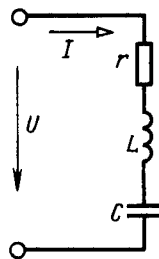


Рис 16 6

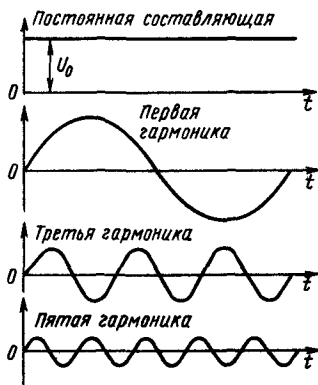


Рис. 16.7

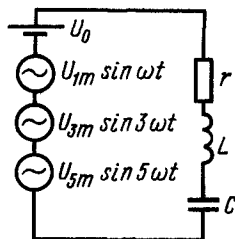


Рис. 16.8

напряжения  $U_0$  тока не создает. Полное сопротивление цепи для

первой гармоники  $z_1 = \sqrt{r^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2}$ , а для третьей и пятой  $z_3 = \sqrt{r^2 + [3\omega L - 1/(3\omega C)]^2}$ ,  $z_5 = \sqrt{r^2 + [5\omega L - 1/(5\omega C)]^2}$ .

**3. Действующие значения несинусоидального тока и напряжения. Активная мощность.** Если задано уравнение несинусоидального напряжения и определены сопротивления, то по закону Ома можно определить амплитуды гармоник тока  $I_{1m} = U_{1m}/z_1$ ;  $I_{3m} = U_{3m}/z_3$ ;  $I_{5m} = U_{5m}/z_5$ . Действующее значение любой гармоники тока равно ее амплитудному значению, деленному на  $\sqrt{2}$ :  $I_1 = I_{1m}/\sqrt{2}$ ;  $I_3 = I_{3m}/\sqrt{2}$ ;  $I_5 = I_{5m}/\sqrt{2}$ . Зная действующие значения токов, можно подсчитать и активные мощности:  $P_1 = I_1^2 r$ ;  $P_3 = I_3^2 r$ ;  $P_5 = I_5^2 r$ . Токи  $I_1, I_3, I_5$  являются составляющими несинусоидального тока в цепи. Выведем формулу действующего значения несинусоидального тока  $I$ . Активная мощность цепи при несинусоидальном токе  $P = I^2 r$ . Эта же мощность равна сумме активных мощностей от отдельных гармоник:  $P = P_1 + P_3 + P_5 = I_1^2 r + I_3^2 r + I_5^2 r$ . Приравнивая правые части полученных равенств, имеем  $I^2 r = I_1^2 r + I_3^2 r + I_5^2 r$ . Отсюда  $I = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + I_5^2}$ . При наличии постоянной составляющей  $I_0$  и других гармоник

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots + I_n^2}. \quad (16.4)$$

Таким образом, действующее значение несинусоидального тока равно корню квадратному из суммы квадратов постоянной составляющей и действующих значений токов всех гармонических составляющих. Аналогично определяем действующее значение приложенного несинусоидального напряжения:

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots + U_n^2}. \quad (16.5)$$

Действующие значения несинусоидальных напряжений и токов показывают приборы электромагнитной и электродинамической систем. Активная мощность цепи при несинусоидальном токе в общем виде выражается формулой

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + U_3 I_3 \cos \varphi_3 + \dots, \quad (16.6)$$

где  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  — разность фаз одноименных гармоник напряжения и тока. В сложных электрических цепях при расчете гармоник тока обычно пользуются символическим методом, в котором электротехнические величины изображаются комплексными числами.

**Пример 16.2.** К цепи, изображенной на рис. 16.6, подведено несинусоидальное напряжение  $u = 150 \sin \omega t + 50 \sin 3\omega t + 30 \sin 5\omega t$ . Известны сопротивления цепи для основной гармоники тока:  $r = 9$  Ом,  $x_{L1} = 5$  Ом и  $x_{C1} = 45$  Ом. Определить действующие значения несинусоидального напряжения  $U$ , тока  $I$  и активную мощность цепи  $P$ .

**Решение.** Полные сопротивления цепи для первой, третьей и пятой гармоник тока:  $z_1 = \sqrt{r^2 + (x_{L1} - x_{C1})^2} = \sqrt{9^2 + (5 - 45)^2} = 41$  Ом;  $z_3 = \sqrt{r^2 + (3x_{L1} - \frac{x_{C1}}{3})^2} = \sqrt{9^2 + (3 \cdot 5 - \frac{45}{3})^2} = 9$  Ом;  $z_5 = \sqrt{r^2 + (5x_{L1} - \frac{x_{C1}}{5})^2} = \sqrt{9^2 + (5 \cdot 5 - \frac{45}{5})^2} = 18,4$  Ом.

Амплитудные значения гармоник тока определяют по закону Ома:  $I_{1m} = U_{1m}/z_1 = 150/41 = 3,66$  А;  $I_{3m} = U_{3m}/z_3 = 50/9 = 5,55$  А;  $I_{5m} = U_{5m}/z_5 = 30/18,4 = 1,63$  А. Действующие значения токов находят по амплитудным  $I_1 = I_{1m}/\sqrt{2} = 3,66/1,41 = 2,59$  А;  $I_3 = I_{3m}/\sqrt{2} = 5,55/1,41 = 3,94$  А;  $I_5 = I_{5m}/\sqrt{2} = 1,63/1,41 = 1,16$  А. Действующие значения: несинусоидального тока  $I = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + I_5^2} = \sqrt{2,59^2 + 3,94^2 + 1,16^2} = 4,85$  А; несинусоидального напряжения

$$U = \sqrt{U_1^2 + U_3^2 + U_5^2} = \sqrt{\left(\frac{U_{1m}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{3m}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{5m}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{U_{1m}^2 + U_{3m}^2 + U_{5m}^2}{2}} = \sqrt{\frac{150^2 + 50^2 + 30^2}{2}} = \sqrt{\frac{25\,900}{2}} = 114 \text{ В.}$$

Активная мощность  $P = I^2 r = 4,85^2 \cdot 9 = 122$  Вт.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 16.2.

Контрольная карта 16.2

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите						
					части	параграф					
1	<p>Определить индуктивное сопротивление для третьей гармоники тока, если известны индуктивность <math>L</math> и частота основной гармоники <math>f</math></p>	<p>30 Ом 20 Ом 15 Ом 90 Ом</p>		<p>866 882 902 920</p>	1,2	16.4					
							Значения	Варианты			
								1-й	2-й	3-й	4-й
	<p><math>L, \text{ Гн}</math> <math>f, \text{ Гц}</math></p>	<p>0,0318 25</p>	<p>0,0159 100</p>	<p>0,0636 75</p>	<p>0,0212 50</p>						
2	К цепи с последовательным соединением индуктив-	<p>1,2 А 1,3 А</p>		<p>941 959</p>	3	16.4					

Продолжение контрольной карты 16.2

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите																									
					части	параграф																								
	ности $L$ и емкости $C$ приложено несинусоидальное напряжение. Определить амплитуду первой гармоники тока с частотой $f = 50$ Гц, если амплитуда первой гармоники напряжения равна $U_{1m}$	1 А 1,5 А		976 1006																										
	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Значения</th> <th colspan="4">Варианты</th> </tr> <tr> <th>1-й</th> <th>2-й</th> <th>3-й</th> <th>4-й</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>L, \text{Гн}</math></td> <td>0,0318</td> <td>0,318</td> <td>0,0318</td> <td>0,318</td> </tr> <tr> <td><math>C, \text{мкФ}</math></td> <td>31,8</td> <td>15,9</td> <td>31,8</td> <td>15,9</td> </tr> <tr> <td><math>U_{1m}, \text{В}</math></td> <td>117</td> <td>150</td> <td>108</td> <td>100</td> </tr> </tbody> </table>	Значения	Варианты				1-й	2-й	3-й	4-й	$L, \text{Гн}$	0,0318	0,318	0,0318	0,318	$C, \text{мкФ}$	31,8	15,9	31,8	15,9	$U_{1m}, \text{В}$	117	150	108	100					
Значения	Варианты																													
	1-й	2-й	3-й	4-й																										
$L, \text{Гн}$	0,0318	0,318	0,0318	0,318																										
$C, \text{мкФ}$	31,8	15,9	31,8	15,9																										
$U_{1m}, \text{В}$	117	150	108	100																										
3	Несинусоидальный ток содержит первую и третью гармоники. Известны действующие значения этих гармоник $I_1, I_3$ и активное сопротивление цепи $r$ . Определить активную мощность цепи $P$	62,5 Вт 125 Вт 200 Вт 100 Вт		1016 1026 1046 1063	3	16.4																								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Значения</th> <th colspan="4">Варианты</th> </tr> <tr> <th>1-й</th> <th>2-й</th> <th>3-й</th> <th>4-й</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>I_1, \text{А}</math></td> <td>4</td> <td>8</td> <td>2</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td><math>I_3, \text{А}</math></td> <td>3</td> <td>6</td> <td>1,5</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td><math>r, \text{Ом}</math></td> <td>5</td> <td>2</td> <td>10</td> <td>4</td> </tr> </tbody> </table>	Значения	Варианты				1-й	2-й	3-й	4-й	$I_1, \text{А}$	4	8	2	4	$I_3, \text{А}$	3	6	1,5	3	$r, \text{Ом}$	5	2	10	4					
Значения	Варианты																													
	1-й	2-й	3-й	4-й																										
$I_1, \text{А}$	4	8	2	4																										
$I_3, \text{А}$	3	6	1,5	3																										
$r, \text{Ом}$	5	2	10	4																										
4	К зажимам цепи, состоящей из последовательно соединенных активного сопротивления $r$ , индуктивности $L$ и емкости $C$ , подведено несинусоидальное напряжение $u = 6 + \sqrt{2}100 \sin \omega t + \sqrt{2} \times 25 \sin 3\omega t$	3,1 А 3,32 А 7,87 А 5,81 А		1075 315 428 868	3	16.4																								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Значения</th> <th colspan="4">Варианты</th> </tr> <tr> <th>1-й</th> <th>2-й</th> <th>3-й</th> <th>4-й</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>r, \text{Ом}</math></td> <td>18</td> <td>10</td> <td>10</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td><math>L, \text{Гн}</math></td> <td>0,0318</td> <td>0,0318</td> <td>0,159</td> <td>0,159</td> </tr> <tr> <td><math>C, \text{мкФ}</math></td> <td>88,5</td> <td>177</td> <td>88,5</td> <td>177</td> </tr> </tbody> </table>	Значения	Варианты				1-й	2-й	3-й	4-й	$r, \text{Ом}$	18	10	10	5	$L, \text{Гн}$	0,0318	0,0318	0,159	0,159	$C, \text{мкФ}$	88,5	177	88,5	177					
Значения	Варианты																													
	1-й	2-й	3-й	4-й																										
$r, \text{Ом}$	18	10	10	5																										
$L, \text{Гн}$	0,0318	0,0318	0,159	0,159																										
$C, \text{мкФ}$	88,5	177	88,5	177																										



Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
	Определить действующее значение несинусоидального тока в цепи. Частота основной гармоники $f=50$ Гц					
5	По данным задания 4 определить активную мощность цепи $P$	198 Вт 48 Вт 337 Вт 620 Вт		883 903 921 942	3	16.4

### ЗАДАЧИ К ГЛАВЕ 16

16.1. Определить действующее значение напряжения

$$u = 282 \sin(\omega t + 10^\circ) + 141 \sin(3\omega t + 15^\circ) + 71 \sin(5\omega t - 20) \text{ В.}$$

Ответ: 229 В.

16.2. Первая гармоника тока в цепи задана уравнением  $i = 10 \sin(\omega t + 22^\circ)$  А. Найти амплитуды синусной и косинусной составляющих этого тока.

Ответ: 3,75 А; 9,27 А.

16.3. Мгновенное значение напряжения на зажимах цепи  $u = 200 + 300 \sin(\omega t + 10^\circ) + 150 \sin(3\omega t - 15^\circ)$  В и тока в ней  $i = 10 \sin(\omega t + 63^\circ) + 5 \sin(3\omega t - 68^\circ)$  А. Определить действующие значения напряжения и тока, активную мощность цепи.

Ответ:  $U = 310$  В,  $I = 7,9$  А,  $P = 1202$  Вт.

16.4. Мгновенное значение напряжения на катушке индуктивности (рис. 16.9)  $u = 15 + 50 \sin(\omega t + 15^\circ) + 30 \sin(3\omega t + 20^\circ)$  В. Активное сопротивление катушки 3 Ом и индуктивное на основной частоте 2 Ом. Определить действующее значение тока и активную мощность цепи.

Решение. Постоянная составляющая тока  $I_0 = U_0/r = 15/3 = 5$  А. Сопротивление цепи для первой гармоники  $z_1 = \sqrt{r^2 + x_{L1}^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = 3,6$  Ом,  $\cos \varphi_1 = r/z_1 = 3/3,6 = 0,83$ .

Действующие значения первой гармоники напряжения и тока  $U_1 = U_{1m}/\sqrt{2} = 50/\sqrt{2} = 35$  В,  $I_1 = U_1/z_1 = 35/3,6 = 9,8$  А. Сопротивление цепи для третьей гармоники

$$z_3 = \sqrt{r^2 + x_{L3}^2} = \sqrt{3^2 + (3 \cdot 2)^2} = 6,7 \text{ Ом, } \cos \varphi_3 = r/z_3 = 3/6,7 = 0,45.$$

Действующие значения третьей гармоники напряжения и тока

$$U_3 = U_{3m}/\sqrt{2} = 30/\sqrt{2} = 21 \text{ В, } I_3 = U_3/z_3 = 21/6,7 = 3,16 \text{ А.}$$

Действующее значение тока в цепи

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_3^2} = \sqrt{5^2 + 9,8^2 + 3,6^2} = 11,4 \text{ А.}$$

Активная мощность цепи  $P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_3 I_3 \cos \varphi_3 = 15 \cdot 5 + 35 \cdot 9,8 \cdot 0,83 + 21 \cdot 3,16 \cdot 0,45 = 390$  Вт.

16.5. Ток конденсатора изменяется по закону  $i_c = 10 \sin(\omega t + 30^\circ) + 5 \sin(3\omega t + 60^\circ) + 2 \sin(5\omega t - 20^\circ)$  А.

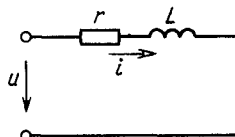


Рис. 16.9

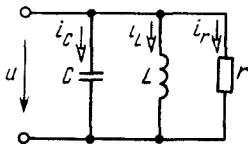


Рис. 16.10

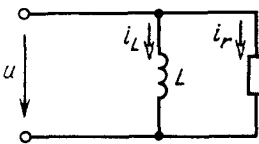


Рис. 16.11

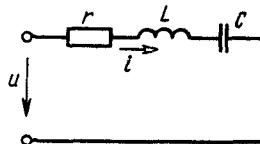


Рис. 16.12

Определить действующее значение напряжения на конденсаторе, если емкостное сопротивление на основной частоте 15 Ом.

Ответ: 107,6 В.

16.6. Ток конденсатора (рис. 16.10) изменяется по закону

$$i_C = 6 \sin \omega t + 3 \sin(3\omega t + 60^\circ).$$

Определить закон изменения токов  $i_L$  и  $i_r$ , если  $r = \omega L = 1/\omega C = 3$  Ом.

Ответ:  $i_L = 6 \sin(\omega t - 180^\circ) + 0,33 \sin(3\omega t - 120^\circ)$ ;  $i_r = 6 \sin(\omega t - 90^\circ) + \sin \times (3\omega t - 30^\circ)$ .

16.7. Ток катушки (рис. 16.11) изменяется по закону  $i_L = 10 \sin(\omega t + 10^\circ) + 2 \sin(3\omega t - 20^\circ)$  А. Определить активную мощность цепи, если  $r = \omega L = 10$  Ом.

Ответ: 680 Вт.

16.8. Напряжение цепи (рис. 16.12) изменяется по закону  $u = 282 \sin \omega t + 141 \sin(3\omega t - 20^\circ)$  В. Определить действующее значение тока и активную мощность цепи, если при частоте  $3\omega$   $x_{C3} = x_{L3} = 30$  Ом, сопротивление  $r = 60$  Ом.

Ответ:  $I = 2,4$  А;  $P = 360$  Вт.

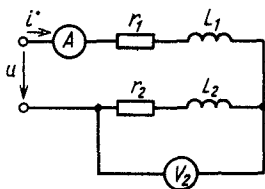


Рис. 16.13

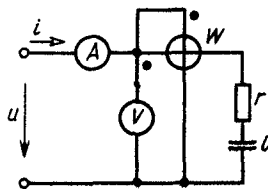


Рис. 16.14

16.9. Мгновенное значение напряжения цепи (рис. 16.13)  $u = 310 \sin \omega t + 155 \sin 3\omega t$  В. Определить показания приборов электромагнитной системы, если  $r_1 = 3$  Ом,  $x_{L1} = \omega L_1 = 4$  Ом,  $r_2 = 8$  Ом,  $x_{L2} = \omega L_2 = 6$  Ом.

Ответ:  $I = 15,1$  А;  $U_2 = 162$  В.

16.10. Напряжение на входе цепи (рис. 16.14)  $u = 100\sqrt{2} \sin \omega t + 20\sqrt{2} \sin \times (3\omega t + 40^\circ) + 10\sqrt{2} \cos 5\omega t$  В, сопротивление конденсатора на основной частоте 30 Ом. Активное сопротивление 5 Ом. Определить показания приборов, написать выражение мгновенного значения тока в цепи.

Ответ:  $U = 102$  В;  $I = 3,96$  А;  $P = 78,3$  Вт;  $i = 4,64 \sin(\omega t + 80^\circ 30') + 2,53 \sin(3\omega t + 103^\circ 30') + 1,81 \sin(5\omega t + 140^\circ)$  А.

## Глава 17

### КАТУШКА С ФЕРРОМАГНИТНЫМ СЕРДЕЧНИКОМ В ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА. ТРАНСФОРМАТОРЫ

#### § 17.1. Кривые напряжения, тока и магнитного потока в катушке с ферромагнитным сердечником

1. **Магнитный поток и напряжение катушки с ферромагнитным сердечником.** В различных электротехнических устройствах (трансформаторах, электрических машинах и т. д.) широко применяются катушки с ферромагнитными сердечниками. Если по обмотке такой катушки проходит переменный ток  $i$ , то в ее сердечнике возникает переменный магнитный поток  $\Phi$ . Графически связь между этими величинами изображается кривой, называемой *петлей гистерезиса*. По этой кривой видно, что магнитный поток  $\Phi$  нелинейно зависит от создающего его тока  $i$ . Например, при магнитном насыщении увеличение тока почти не изменяет магнитного потока. Поэтому отношение  $\Phi/i$ , а значит, и индуктивность катушки со стальным сердечником  $L = \omega\Phi/i$  изменяются с изменением тока  $i$ , т. е. катушки с ферромагнитным сердечником являются нелинейными элементами. Пусть магнитный поток в сердечнике катушки (рис. 17.1) изменяется по синусоидальному закону

$$\Phi = \Phi_m \sin \omega t. \quad (17.1)$$

В витках катушки  $\omega$  он наведет ЭДС самоиндукции

$$\begin{aligned} e_L &= -\omega \frac{d\Phi}{dt} = -\omega \frac{d(\Phi_m \sin \omega t)}{dt} = -\omega \Phi_m \omega \frac{d(\sin \omega t)}{d(\omega t)} = \\ &= -\omega \Phi_m \omega \cos \omega t = E_m \sin(\omega t - 90^\circ), \end{aligned}$$

где  $E_m = \omega \Phi_m \omega$  — амплитуда ЭДС. Из полученного уравнения видно, что ЭДС самоиндукции синусоидальна и отстает по фазе от магнитного потока на  $90^\circ$ . Действующее значение ЭДС самоиндукции

$$E_L = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \frac{\omega \Phi_m \omega}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f \omega}{\sqrt{2}} \Phi_m = 4,44 f \omega \Phi_m.$$

Если активное сопротивление катушки принять равным нулю, то ее напряжение будет уравновешивать ЭДС самоиндукции, т. е.  $u = -e_L = -E_m \sin(\omega t - 90^\circ) = E_m \sin(\omega t + 90^\circ)$ . Так как амплитуда ЭДС самоиндукции  $E_m$  равна амплитуде напряжения  $U_m$ , то

$$u = U_m \sin(\omega t + 90^\circ). \quad (17.2)$$

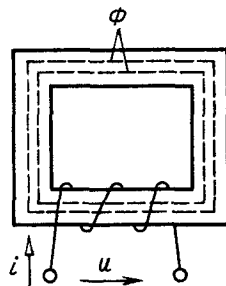


Рис. 17.1

Таким образом, *напряжение на зажимах катушки синусоидально и опережает по фазе магнитный поток на  $90^\circ$ .*

**2. Ток катушки.** Построим кривую тока катушки. Для этого воспользуемся графиком, выражающим зависимость между током и магнитным потоком (петлей гистерезиса). На рис. 17.2, *а* показана петля гистерезиса сердечника катушки, а на рис. 17.2, *б* — кривая магнитного потока (синусоида), выражающая его зависимость от времени  $t$ . При  $t = 0$  магнитный поток  $\Phi = 0$ . Нулевому потоку на рис. 17.2, *а* соответствует ток  $i_0$ . Этот ток отложим в виде первой ординаты на рис. 17.2, *б*. Моменту времени  $t_1$  соответствует поток  $\Phi_1$ . На кривой намагничивания стали потоку  $\Phi_1$  соответствует ток  $i_1$ . Этот ток откладываем в виде второй ординаты на рис. 17.2, *б*. Аналогично определяют ординаты кривой тока для других моментов времени. По ним строят кривую тока, которая несинусоидальна. Кроме основной гармоники она содержит резко выраженную третью гармонику. При большом насыщении сердечника велики также амплитуды пятой и седьмой гармоник. При расчете катушки с ферромагнитным сердечником несинусоидальный ток обычно заменяют эквивалентным синусоидальным, который опережает магнитный поток на некоторый угол  $\alpha$ , называемый *углом гистерезиса*.

## § 17.2. Потери энергии в сердечнике катушки от вихревых токов и гистерезиса.

### Определение эквивалентного синусоидального тока

**1. Потери энергии в сердечнике катушки от вихревых токов и гистерезиса.** Несинусоидальный ток эквивалентен синусоидальному, если имеет одинаковое с ним действующее значение  $I$  и частоту  $f$ . При определении эквивалентного синусоидального тока учитывают потери энергии от вихревых токов и гистерезиса в сердечнике катушки. В результате изменения магнитного потока в сердечнике возникают вихревые токи. Допустим,

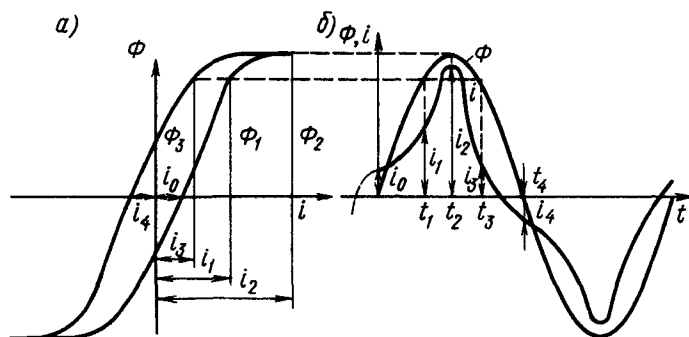


Рис. 17.2

что в рассматриваемый момент времени магнитный поток  $\Phi$  катушки увеличивается и направлен вниз (рис. 17.3). Этот поток должен наводить вихревые токи, создающие по закону Ленца встречный магнитный поток, направленный вверх. Такой поток могут создать токи, замыкающиеся в горизонтальной плоскости сердечника и направленные против часовой стрелки. Если направление магнитного потока останется прежним, а его значение начнет уменьшаться, то вихревые токи примут противоположное направление (по часовой стрелке). В обоих случаях вихревые токи замыкаются по плоскостям сердечника, перпендикулярным магнитному потоку, и нагревают сердечник. Таким образом, часть энергии, потребляемой катушкой от источника питания, преобразуется в тепловую, т. е. теряется.

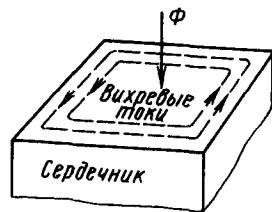


Рис 17.3

Для уменьшения этих потерь ферромагнитные сердечники набирают из тонких изолированных друг от друга листов. При этом уменьшается площадь контуров, охватываемых вихревыми токами. Плоскость листов должна быть параллельна направлению магнитного потока. Изоляция листов осуществляется путем оксидирования или с помощью лаков. При высоких частотах применяются более тонкие листы электротехнической стали, а также магнитодиэлектрики и ферриты. В сердечниках кроме потерь от вихревых токов возникают потери, обусловленные гистерезисом. В § 8.1 указывалось, что перемагничивание ферромагнитных сердечников связано с потерей некоторой энергии, преобразующейся в сердечнике катушки в тепловую. Установлено, что потеря энергии от гистерезиса пропорциональна площади, ограниченной петлей магнитного гистерезиса. Следовательно, для уменьшения потерь энергии необходимо выбирать ферромагнитные материалы с относительно малой площадью петли гистерезиса.

**2. Определение потерь мощности в стали.** Суммарные потери в сердечнике катушки от вихревых токов и гистерезиса называются *потерями в стали*. Мощность потерь в стали при частоте 50 Гц можно определить по формуле

$$P_c = p(B_m)^2 G, \quad (17.3)$$

где  $P_c$  — мощность потерь в стали, Вт;  $p$  — мощность потерь в стали на 1 кг ее массы при амплитуде магнитной индукции 1 Тл и частоте 50 Гц;  $B_m$  — амплитуда магнитной индукции, Тл;  $G$  — масса стали, кг. Значения  $p$  для различных марок электротехнической стали указаны в табл. 17.1.

**3. Определение эквивалентного синусоидального тока.** Эквивалентный синусоидальный ток  $I$  катушки с ферромагнитным сердечником состоит из двух составляющих: активной  $I_a$ , совпадающей по фазе с напряжением  $U$ , и реактивной — намагнич-

Таблица 17.1

Марка стали	Толщина листа, мм	$\rho$ , Вт/кг	Марка стали	Толщина листа, мм	$\rho$ , Вт/кг
Э11	0,5	3,3	Э31	0,35	1,6
Э12	0,5	3,2	Э41	0,5	1,6
Э13	0,5	2,8	Э42	0,5	1,4
Э21	0,5	2,5	Э41	0,35	1,35
Э31	0,5	2	Э42	0,35	1,2

вающей  $I_p$ , отстающей по фазе от напряжения на  $90^\circ$ . Следовательно, ток  $I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2}$ . Активная составляющая тока обусловлена потерями в стали и определяется по формуле  $I_a = P_c/U$ , где  $P_c$  — мощность потерь в стали, Вт;  $U$  — действующее значение напряжения катушки, В. Намагничивающая составляющая тока  $I_p$  создает синусоидальный магнитный поток  $\Phi$  и совпадает с ним по фазе. Эту составляющую тока определяют следующим образом. По заданному напряжению  $U$ , числу витков  $w$  катушки, поперечному сечению  $S$  сердечника и частоте тока  $f$  определяют амплитудное значение магнитной индукции в сердечнике катушки:

$$B_m = U/(4,44fwS). \quad (17.4)$$

Пользуясь кривой намагничивания заданного сорта стали (рис. 8.7), определяют соответствующую индукции  $B_m$  амплитуду напряженности поля  $H_m$ . Находят действующее значение намагничивающей составляющей тока:  $I_p = \frac{H_m l}{\xi \sqrt{2} w}$ , где  $l$  — длина

средней магнитной линии;  $\xi$  — поправочный коэффициент, зависящий от максимальной магнитной индукции (рис. 17.4). Для электротехнической стали  $\xi = 1$ , если амплитуда магнитной индукции не превышает 0,8 Тл. При больших значениях магнитной индукции этот коэффициент находят по графику.

**Пример 17.1.** Сердечник трансформатора выполнен из электротехнической стали марки Э21. Толщина листа 0,5 мм. Определить мощность потерь в стали и активную составляющую тока. Масса стали  $G = 4$  кг, амплитуда магнитной индукции  $B_m = 1,2$  Тл, напряжение на обмотке трансформатора  $U = 120$  В

**Решение.** По табл. 17.1 находим  $\rho$ . Для электротехнической стали марки Э21 с толщиной листов 0,5 мм  $\rho = 2,5$  Вт/кг, отсюда мощность потерь в стали  $P_c = \rho B_m^2 G = 2,5(1,2)^2 4 = 14,4$  Вт. Активная составляющая эквивалентного синусоидального тока катушки со сталью  $I_a = P_c/U = 14,4/120 = 0,12$  А

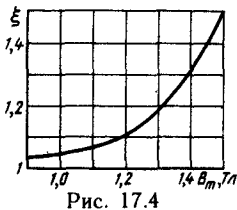


Рис. 17.4

**4. Векторная диаграмма катушки со сталью без учета активного сопротивления.** Построим векторную диаграмму катушки с ферромагнитным сердечником без учета ее активного сопротивления (рис. 17.5). Сначала отложим вектор магнитного потока  $\Phi_m$ .

Вектор ЭДС  $E_L$  повернем относительно вектора  $\Phi_m$  на  $90^\circ$  по ходу часовой стрелки, а вектор напряжения  $U$  — на  $90^\circ$  против часовой стрелки. Вектор активной составляющей тока  $I_a$  отложим по направлению вектора напряжения  $U$ , а вектор намагничивающей составляющей  $I_p$  — по направлению вектора магнитного потока  $\Phi_m$ . Вектор эквивалентного синусоидального тока  $I$  построим, сложив векторы токов  $I_a$  и  $I_p$ . Обратим внимание на то, что эквивалентный синусоидальный ток опережает магнитный поток на угол  $\delta$ , называемый *углом потерь*. Этот угол больше угла гистерезиса  $\alpha$ .

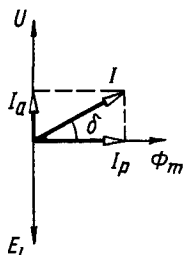


Рис. 17.5

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 17.1.

Контрольная карта 17.1

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите		
					части	параграф	
1	В каком случае ЭДС самоиндукции катушки будет изменяться по уравнению $e_L = E_m \sin \omega t$ ?	Если магнитный поток $\Phi = \Phi_m \sin \omega t$ Если магнитный поток $\Phi = \Phi_m \sin(\omega t + 90^\circ)$ Если магнитный поток $\Phi = \Phi_m \sin(\omega t - 90^\circ)$		998	1	17.1	
				1030			
				1027			
2	При каком магнитном потоке (см. рис. 17.2) в катушке со стальным сердечником возникает максимальный ток?	$\Phi_1$ $\Phi_2$ $\Phi_3$		1047 1065 1077	2	17.1	
3	Определить мощность потерь в стали, если известны: масса стали $G$ ; амплитуда магнитной индукции $B_m$ ; толщина листа; марка стали	5,8 Вт 5,18 Вт 4,8 Вт 9,2 Вт		533	1,2	17.2	
				440			
				870			
				885			
	Значения	Варианты					
		1-й	2-й	3-й	4-й		
	$G$ , кг	2	3	3	3		
	$B_m$ , Тл	1,2	1,1	1	1,2		

Номера заданий	Содержание заданий					Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
									часть	параграф
	Толщина, мм Марка	0,5 Э12	0,35 Э31	0,5 Э41	0,35 Э42					
4	По данным задания 3 определить активную составляющую тока $I_a$ , если действующее значение напряжения катушки $U = 50$ В					0,096 А 0,184 А 0,116 А 0,104 А		923 944 905 979	3	17.2
5	Какая запись выражает активную составляющую тока катушки со стальным сердечником?					$I_p \cos \delta$ $I_p \operatorname{tg} \delta$ $I_p \operatorname{ctg} \delta$ $I_p \sin \delta$		978 1017 1031 1029	4	17.2

### § 17.3. Полная векторная диаграмма.

#### Схема замещения катушки с ферромагнитным сердечником

1. **Полная векторная диаграмма.** До сих пор не учитывалось активное сопротивление катушки и считалось, что весь ее магнитный поток замыкается по стальному сердечнику. Однако обмотка катушки обладает некоторым активным сопротивлением, а часть магнитных линий замыкается по воздуху, образуя магнитный поток рассеяния  $\Phi_p$  (рис. 17.6). Таким образом, переменный ток катушки создает основной поток  $\Phi$ , который замыкается по сердечнику, и поток рассеяния  $\Phi_p$ , замыкаемый по воздуху. Рассмотрим процессы, происходящие в катушке с ферромагнитным сердечником с учетом ее активного сопротивления и магнитного потока рассеяния  $\Phi_p$ .

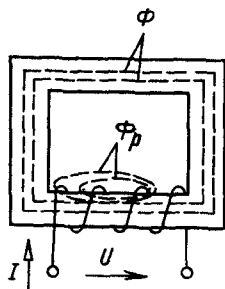


Рис. 17.6

Так как витки катушки пронизываются двумя переменными магнитными потоками, то в катушке возникают две ЭДС:  $E_L$  и  $E_p$ . Первая индуцируется основным потоком  $\Phi$ , вторая — потоком рассеяния  $\Phi_p$ . Известно, что ЭДС самоиндукции отстает по фазе от изменяющегося магнитного потока на  $90^\circ$ . Поэтому ЭДС  $E_L$  отстает на  $90^\circ$  от потока  $\Phi$ , ЭДС  $E_p$  — от потока  $\Phi_p$ . Построим полную векторную диаграмму катушки с ферромаг-



нитным сердечником (рис. 17.7). Отложим вектор основного магнитного потока  $\Phi_m$  в направлении положительной оси абсцисс. Намагничивающая составляющая тока  $I_p$  совпадает по фазе с основным потоком. Поэтому вектор тока  $I_p$  откладываем по направлению вектора основного потока  $\Phi_m$ . К вектору тока  $I_p$  под углом  $90^\circ$  строим вектор активной составляющей тока катушки  $I_a$ . Вектор общего тока  $I$  находим сложением векторов тока  $I_a$  и  $I_p$ . Так как магнитный поток рассеяния замыкается через воздух, то он совпадает по фазе с током  $I$ . Поэтому вектор потока рассеяния проводим по направлению вектора тока  $I$ . Затем строим векторы ЭДС самоиндукции  $E_L$  и  $E_p$ . Вектор ЭДС  $E_L$  отложим под углом  $90^\circ$  к вектору основного потока  $\Phi_m$ , а вектор ЭДС  $E_p$  — под углом  $90^\circ$  к вектору магнитного потока рассеяния  $\Phi_p$ . Приложенное к катушке напряжение состоит из трех составляющих:  $U'$ , уравнивающей ЭДС самоиндукции  $E_L$ ;  $U_p = Ix_{Lp}$ , уравнивающей ЭДС самоиндукции  $E_p$ ; активного падения напряжения  $U_a Ir$ .

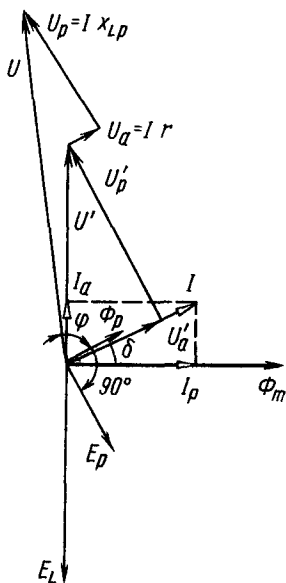


Рис. 17.7

Вектор напряжения  $U'$  равен вектору ЭДС  $E_L$ , но сдвинут относительно его на  $180^\circ$ . Вектор напряжения  $E_p$  равен вектору ЭДС  $E_p$ , но направлен в противоположную сторону. Вектор активного падения напряжения  $U_a$  совпадает по направлению с вектором тока  $I$ . Сложив векторы напряжений  $U'$ ,  $U_p$  и  $U_a$ , найдем вектор напряжения  $U$ , приложенного к катушке. Напряжение  $U'$  состоит из двух составляющих: активного падения напряжения  $U'_a$ , совпадающего по фазе с током  $I$ , и реактивного падения напряжения  $U'_p$ , опережающего ток на угол  $90^\circ$ . Таким образом, общее напряжение катушки равно геометрической сумме четырех составляющих:

$$U = U'_a + U'_p + U_a + U_p. \quad (17.5)$$

**2. Схемы замещения катушки с ферромагнитным сердечником.** При электрических расчетах катушки с ферромагнитными сердечниками заменяют эквивалентными схемами, называемыми *схемами замещения*. Уравнению (17.5) соответствует схема замещения из четырех последовательно соединенных сопротивлений: двух активных и двух индуктивных (рис. 17.8). В этой схеме:  $r_0$  — активное сопротивление, обусловленное потерями энергии в стали ( $r_0 = P_c/I^2$ );  $x_L = \omega L$  — реактивное сопротивление катушки, вызванное основным магнитным потоком;  $r$  — активное сопротивление обмотки катушки;  $x_{Lp} = \omega L_p$  — реактивное сопротивление, вызванное магнитным потоком рассеяния.

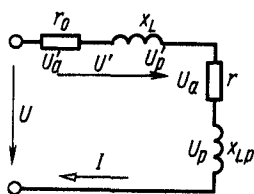


Рис. 17.8

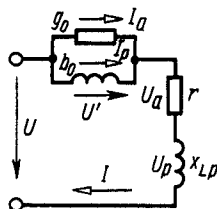


Рис. 17.9

Сопротивления  $r$  и  $x_{LP}$  не зависят от приложенного напряжения, т. е. являются линейными сопротивлениями. Сопротивления  $r_0$  и  $x_L$  нелинейны и зависят от напряжения  $U$  катушки. Участок схемы замещения катушки с последовательным соединением сопротивлений  $r_0$  и  $x_L$  (рис. 17.8) можно заменить участком с параллельным соединением проводимостей: активной  $g_0 = I_a/U'$  и реактивной  $b_0 = I_p/U'$  (рис. 17.9).

## § 17.4. Последовательное соединение катушки с ферромагнитным сердечником и конденсатора

### 1. Вольт-амперные характеристики катушки и конденсатора.

Рассмотрим неразветвленную цепь, состоящую из катушки с ферромагнитным сердечником и конденсатора (рис. 17.10). Обозначим:  $U$  — общее напряжение цепи;  $U_L$  — напряжение на катушке;  $U_C$  — напряжение на конденсаторе;  $I$  — ток в цепи. Не будем учитывать активное сопротивление катушки, потери энергии в сердечнике и магнитный поток рассеяния. При этих условиях в схеме замещения катушки с ферромагнитным сердечником останется только индуктивное сопротивление  $x_L$ . Если в рассматриваемой цепи изменять ток, то будут изменяться все напряжения. Проследим, как с увеличением тока  $I$  в цепи изменяются напряжения  $U_L$ ,  $U_C$  и  $U$  (рис. 17.11). Напряжение на катушке  $U_L = Ix_L$ , т. е. пропорционально току и сопротивлению катушки. До магнитного насыщения сердечника сопротивление  $x_L$  почти не изменяется, напряжение  $U_L$  увеличивается пропорционально току  $I$  (участок  $OA$ ). При магнитном насыщении сердечника увеличение тока снижает индуктивное сопротивление и тогда напряжение катушки почти не зависит от тока (участок  $AB$ ). В отличие от индуктивного емкостное сопротивление  $x_C$  от тока не зависит. Поэтому график зависимости напряжения конденсатора от тока  $U_C(I)$  изображен прямой линией.

**2. Вольт-амперная характеристика неразветвленной цепи.** Напряжения  $U_L$  и  $U_C$  сдвинуты по фазе на  $180^\circ$ . Поэтому напряжение цепи находят как разность напряжений катушки и конденсатора:  $U = U_L - U_C$ . Если для каждого тока  $I$  определить разность напряжений  $U_L - U_C$ , то по полученным ординатам легко построить кривую  $U(I)$ , выражающую зависимость общего напряжения от тока в цепи. Видим, что при токе  $I_b$ , когда

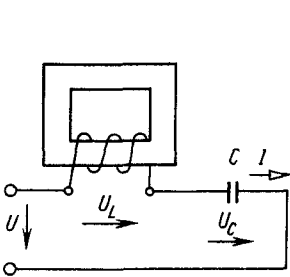


Рис. 17.10

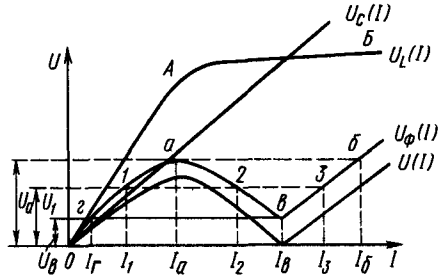


Рис. 17.11

$U_L = U_C$ , общее напряжение  $U = 0$ . При этих условиях в рассматриваемой цепи возникает феррорезонанс напряжений. При токах, меньших  $I_a$ ,  $U_L > U_C$ , а общее напряжение  $U$  опережает по фазе ток  $I$  на  $90^\circ$ . Наоборот, при токах, больших  $I_a$ ,  $U_L < U_C$ , а общее напряжение  $U$  отстает по фазе от тока  $I$  на  $90^\circ$ . Из-за наличия в цепи активного сопротивления, а также потерь в стали кривая общего напряжения цепи расположена несколько выше. Из кривой фактического напряжения  $U_\phi(I)$  видно, что при одном и том же напряжении  $U_1$  на зажимах цепи возможны три значения тока:  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$ . В первых двух режимах (точки 1 и 2 характеристики) ток отстает по фазе от напряжения ( $U_L > U_C$ ), а в третьем (точка 3) — опережает его ( $U_L < U_C$ ).

Проследим за изменением тока  $I$  в цепи при увеличении общего напряжения цепи  $U$ . Если напряжение цепи увеличить от 0 до  $U_a$ , то ток в цепи увеличивается плавно от 0 до  $I_a$ . Дальнейшее незначительное увеличение напряжения приведет к резкому скачку тока от  $I_a$  до  $I_6$ . После этого с ростом напряжения ток продолжает нарастать плавно. Если теперь уменьшать напряжение, то ток будет плавно уменьшаться до  $I_a$ . Этому току соответствует напряжение  $U_a$ . При дальнейшем незначительном снижении напряжения произойдет резкое снижение тока от  $I_6$  до  $I_1$ . Характерно, что при каждом скачке фаза тока по отношению к приложенному напряжению изменяется на  $180^\circ$ . Поэтому это явление иногда называют *опрокидыванием фазы*.

Из изложенного следует, что на участке  $ab$  характеристики  $U_\phi(I)$  цепь работает неустойчиво. Здесь ток изменяется скачкообразно: при увеличении напряжения от  $I_a$  до  $I_6$ , а при его уменьшении — от  $I_6$  до  $I_1$ . После скачка тока напряжение на катушке благодаря магнитному насыщению ее сердечника почти не зависит от общего напряжения цепи. Это явление используется в ферромагнитных стабилизаторах напряжения. В них приемники энергии подключаются параллельно катушке.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 17.2.

## Контрольная карта 17.2

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите		
					часть	параграф	
1	Две одинаковые катушки находятся под одним и тем же переменным напряжением. Сердечник первой катушки выполнен из листовой стали, а сердечник второй из монолитного бруска стали той же марки. У какой катушки угол $\varphi$ больше?	У первой У второй Угол $\varphi$ одинаков в обеих катушках		906 924 962	1,2	17.3	
2	Что происходит с активным сопротивлением катушки, если из нее вынимать стальной сердечник?	Увеличивается Уменьшается Не изменяется		980 999 1018	1,2	17.3	
3	Известны напряжение $U$ , ток $I$ и активная мощность $P$ катушки со стальным сердечником. Частота $f=50$ Гц. Активное сопротивление обмотки $r=1$ Ом, а индуктивное сопротивление рассеяния $x_{Lp}=2$ Ом. Определить сопротивления $r_0$ и $x_L$ (рис. 17.8)	$r_0 = 11,5$ Ом $x_L = 59,25$ Ом $r_0 = 9$ Ом $x_L = 57,16$ Ом $r_0 = 19$ Ом $x_L = 75,46$ Ом $r_0 = 14$ Ом $x_L = 45,4$ Ом		359	2	17.3	
				496			
				872			
	Значения	Варианты					
		1-й	2-й	3-й	4-й		
	$U$ , В	120	125	120	125		
	$I$ , А	2	2	1,5	2,5		
	$P$ , Вт	40	50	45	93,7		
4	Какой ток (см. рис. 17.11) совпадает по фазе с общим напряжением?	$I_a$ $I_6$ $I_a$ $I_r$		907 925 961 981	2	17.4	
5	При изменении напряжения на зажимах катушки со стальным сердечником получены следующие значения токов:	При $I = 4$ А При $I = 2$ А При $I = 1$ А		452 890 887	2	17.4	

Номера заданий	Содержание заданий											Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите		
														части	параграф	
	$U_L, В$	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200				
	$I, А$	0	0,025	0,05	0,25	0,4	0,65	1	1,5	2	3	4				
	Катушка включена последовательно с конденсатором емкостью 26,5 мкФ. При каком токе в этой цепи наступит феррорезонанс напряжений? Частота $f=50$ Гц. Активное сопротивление катушки принять равным нулю															

## § 17.5. Однофазный трансформатор

**1. Устройство и принцип действия.** Трансформатором называют статическое электромагнитное устройство, предназначенное для преобразования переменного тока одного напряжения в переменный ток другого напряжения при неизменной частоте. Простейший однофазный трансформатор состоит из двух катушек — первичной с числом витков  $w_1$  и вторичной с числом витков  $w_2$ , насаженных на стальной сердечник — магнитопровод (рис. 17.12). Работа трансформатора основана на явлении взаимной индукции. Под действием приложенного к первичной обмотке напряжения  $U_1$  по ее виткам проходит переменный ток  $I_1$ . В результате в сердечнике возникает переменный магнитный поток  $\Phi$ , пронизывающий обе обмотки трансформатора и индуцирующий в них ЭДС  $E_1$  и  $E_2$ . Мгновенные значения ЭДС  $e_1 = -w_1 \frac{d\Phi}{dt}$ ;  $e_2 = -w_2 \frac{d\Phi}{dt}$ , действующие значения  $E_1 = 4,44f w_1 \Phi_m$ ;  $E_2 = 4,44f w_2 \Phi_m$ . Отношение ЭДС, равное отношению чисел витков обмоток, называется коэффициентом трансформации трансформатора:

$$k = \frac{E_1}{E_2} = \frac{4,44f w_1 \Phi_m}{4,44f w_2 \Phi_m} = \frac{w_1}{w_2}$$

Пренебрегая незначительным падением напряжения в обмотках, отношение ЭДС можно заменить отношением напряжений:  $k \approx \approx U_1/U_2$ . Следовательно, напря-

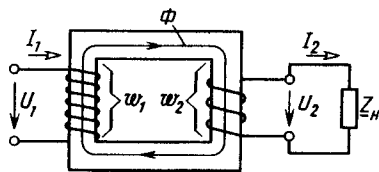


Рис. 17.12

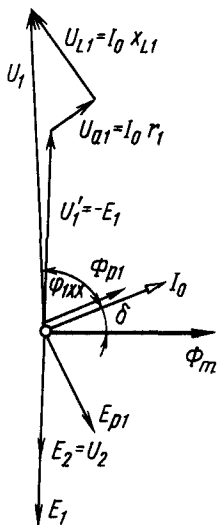


Рис. 17.13

жение вторичной обмотки  $U_2 = U_1/k$ . Различают повышающие трансформаторы ( $w_2 > w_1$ ;  $k < 1$ ;  $U_2 > U_1$ ) и понижающие ( $w_2 < w_1$ ;  $k > 1$ ;  $U_2 < U_1$ ). Преобразование электрической энергии в трансформаторе происходит с незначительными потерями, и подводящая к трансформатору полная мощность  $S_1 = U_1 I_1$  приблизительно равна отдаваемой полной мощности  $S_2 = U_2 I_2$ . Поэтому с увеличением напряжения  $U_2$  происходит соответствующее снижение тока  $I_2$ . Учитывая это, обмотку высшего напряжения, имеющую большее количество витков, выполняют проводом меньшего сечения, чем обмотку низкого напряжения.

**2. Режим холостого хода.** В режиме холостого хода к первичной обмотке трансформатора подведено номинальное напряжение  $U_1$ , вторичная обмотка разомкнута. На рис. 17.13 дана векторная диаграмма ненагруженного трансформатора. Ток холостого хода  $I_0$  создает переменный магнитный поток, большая часть которого  $\Phi$  замыкается по стали сердечника и пронизывает витки обеих обмоток трансформатора.

Небольшая часть магнитных силовых линий замыкается только вокруг витков первичной обмотки и образует магнитный поток рассеяния  $\Phi_{р1}$ , совпадающий по фазе с током  $I_0$ , а основной поток  $\Phi$  отстает от этого же тока на угол потерь  $\delta$ . ЭДС обмоток  $E_1$  и  $E_2$  отстают по фазе от потока  $\Phi$  на угол  $90^\circ$ . Подводимое к первичной обмотке трансформатора напряжение состоит из трех составляющих: напряжения  $U'_1 = -E_1$ , уравновешивающего ЭДС  $E_1$  и сдвинутого относительно нее на  $180^\circ$ ; падения напряжения на активном сопротивлении первичной обмотки  $U_{a1} = I_0 r$ , совпадающего по фазе с током  $I_0$ ; падения напряжения на индуктивном сопротивлении первичной обмотки  $U_{L1} = I_0 x_{L1} = -E_{р1}$ , которое опережает ток  $I_0$  на  $90^\circ$ . После сложения этих составляющих получим вектор первичного напряжения  $U_1$ . Из векторной диаграммы видно, что небольшой ток холостого хода трансформатора  $I_0$  сдвинут относительно подводимого напряжения  $U_1$  на угол  $\varphi_{1xx}$ , близкий к  $90^\circ$  ( $\cos \varphi_{1xx} \approx 0,1$ ).

Режим холостого хода позволяет определить коэффициент трансформации трансформатора, т. е. отношение ЭДС первичной обмотки к вторичной:

$$k = \frac{E_1}{E_2} = \frac{4,44f w_1 \Phi_m}{4,44f w_2 \Phi_m} = \frac{w_1}{w_2} \quad (17.6)$$

При холостом ходе

$$E_1 \approx U_1; \quad E_2 = U_2 \quad \text{и} \quad k = E_1 / E_2 \approx U_1 / U_2. \quad (17.7)$$

**3. Рабочий режим трансформатора.** Если к трансформатору (см. рис. 17.12) присоединить нагрузку с полным сопротивлением  $Z_{\text{н}}$ , то ЭДС  $E_2$  создаст во вторичной цепи ток  $I_2$ . Намагничивающая сила этого тока  $I_2 \omega_2$  возбудит в сердечнике дополнительный магнитный поток, направленный в любой момент времени противоположно основному потоку  $\Phi$ . В результате уменьшится входное сопротивление трансформатора и увеличится его первичный ток  $I_1$ . Увеличение первичного тока происходит до тех пор, пока приращение его намагничивающей силы не скомпенсирует размагничивающее действие вторичного тока. При этом магнитный поток в сердечнике трансформатора восстанавливается до прежнего значения  $\Phi$ . С уменьшением сопротивления  $Z_{\text{н}}$  увеличиваются токи  $I_2$  и  $I_1$ , но магнитный поток  $\Phi$  в сердечнике трансформатора практически не меняется. Следовательно, сумма намагничивающих сил первичной и вторичной обмоток нагруженного трансформатора равна намагничивающей силе ненагруженного трансформатора, т. е.

$$I_1 \omega_1 + I_2 \omega_2 = I_0 \omega_1. \quad (17.8)$$

Разделив (17.8) на  $\omega_1$ , получим  $I_1 + I_2 \frac{\omega_2}{\omega_1} = I_0$ .

Отсюда

$$I_1 = I_0 + \left( -I_2 \frac{\omega_2}{\omega_1} \right). \quad (17.9)$$

Таким образом, комплекс первичного тока состоит из двух составляющих. Первая  $I_0$  выражает ток холостого хода, а вторая  $I_2 = -I_2 \frac{\omega_2}{\omega_1}$ , называемая *приведенным вторичным током*, выражает дополнительный ток первичной обмотки, уравновешивающий размагничивающее действие вторичного тока. Необходимо отметить, что токи  $I_1$  и  $I_2$  сдвинуты на угол, близкий к  $180^\circ$ . Вторичное напряжение трансформатора

$$\dot{U}_2 = \dot{E}_2 - I_2(r_2 + jx_{L2}). \quad (17.10)$$

Зависимость вторичного напряжения от тока называется *внешней характеристикой* (рис. 17.14). При изменении вторичного тока от нуля до номинального значения напряжение трансформатора изменяется от  $U_{2\text{хх}}$  до  $U_{2\text{ном}}$ . Изменение напряжения, определяемое при номинальном токе и  $\cos \varphi_2 = 1$ ,  $\Delta U_2 = \frac{U_{2\text{хх}} - U_{2\text{ном}}}{U_{2\text{ном}}} \times 100\%$ , в современных распределительных трансформаторах составляет 2—3%. У большинства трансформаторов число витков  $\omega_1$  первичной обмотки не равно числу витков  $\omega_2$  вторичной обмотки. Это затрудняет расчет электрических цепей, имеющих трансформаторы. Для упрощения расчетов вторичную обмотку

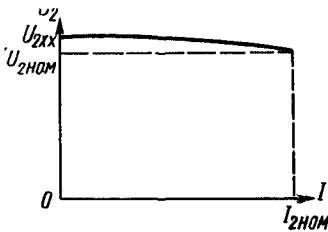


Рис. 17.14

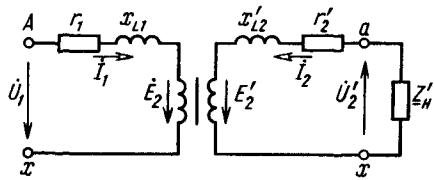


Рис. 17.15

трансформатора приводят к первичной. В результате получают приведенную вторичную обмотку, имеющую, как и первичная,  $\omega_1$  витков. ЭДС первичной и приведенной вторичной обмоток равны и совпадают по фазе. ЭДС, напряжение, ток и сопротивление приведенной обмотки обозначаются теми же буквами, только со штрихом сверху:  $E'_2$ ,  $U'_2$ ,  $I'_2$ ,  $r'_2$ ,  $x'_{L2}$ ,  $z'_2$ . Их определяют по следующим формулам:  $E'_2 = kE_2$ ;  $U'_2 = kU_2$ ;  $I'_2 = I_2/k$ ;  $r'_2 = k^2r_2$ ;  $x'_{L2} = k^2x_{L2}$ ;  $z'_2 = k^2z_2$ . На рис. 17.15 представлена схема замещения обмоток трансформатора.

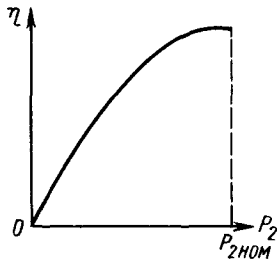


Рис. 17.16

**4. Коэффициент полезного действия.** Отдаваемая трансформатором мощность  $P_2$  меньше подводимой  $P_1$ , так как часть ее теряется в трансформаторе при его работе. Потери в трансформаторе складываются из потерь в стали  $P_c$  и потерь в меди  $P_m$ . КПД трансформатора

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_c + P_m} \cdot 100 \% . \quad (17.11)$$

Для уменьшения потерь в стали от вихревых токов и гистерезиса сердечники трансформаторов изготавливают из листовой трансформаторной стали, содержащей до 5 % кремния. Мощность потерь в меди обмоток определяется по формуле  $P_m = I_1^2 r_1 + I_2^2 r_2$  и зависит от нагрузки трансформатора. Для снижения этих потерь уменьшают активные сопротивления  $r_1$  и  $r_2$  обмоток, увеличивая до определенного предела сечения медного обмоточного провода. КПД трансформатора зависит от нагрузки (рис. 17.16) и достигает 98—99 %.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 17.3.



Контрольная карта 17.3

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите																				
					части	параграф																			
1	Каким будет ток в первичной обмотке трансформатора, если к ее зажимам подвести постоянное напряжение, равное номинальному значению переменного напряжения?	Очень большм Равным нулю Его значение зависит от вторичного тока		1085 466 530	1	17.5																			
2	<p>Известны первичное напряжение трансформатора <math>U_1</math> и вторичное при полной нагрузке <math>U_{2ном}</math>. Определите коэффициент трансформации, если измененне напряжения <math>\Delta U_2 \% = 3 \%</math></p> <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Значения</th> <th colspan="4">Варианты</th> </tr> <tr> <th>1-й</th> <th>2-й</th> <th>3-й</th> <th>4-й</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>U_1, В</math></td> <td>120</td> <td>120</td> <td>220</td> <td>125</td> </tr> <tr> <td><math>U_{2ном}, В</math></td> <td>24</td> <td>60</td> <td>100</td> <td>24,3</td> </tr> </tbody> </table>	Значения	Варианты				1-й	2-й	3-й	4-й	$U_1, В$	120	120	220	125	$U_{2ном}, В$	24	60	100	24,3	1,94 2,13 4,85 5		1019 1032 1049 1066	1,2	17.5
			Значения	Варианты																					
		1-й		2-й	3-й	4-й																			
$U_1, В$	120	120	220	125																					
$U_{2ном}, В$	24	60	100	24,3																					
3	Напряженне $U_1$ и ток $I_2$ трансформатора не изменяются. При каком значении угла $\varphi_2$ между напряжением $U_2$ и током $I_2$ мощность первичной обмотки трансформатора становится максимальной?	<p>При <math>\varphi_2 = 0</math>                      При <math>\varphi_2 = 90^\circ</math>                      При <math>\varphi_2 = -90^\circ</math>                      При <math>\varphi_2 = 30^\circ</math></p>		871 888 908 945	3	17.5																			
4	Известны напряжения однофазного трансформатора $U_1, U_2$ и площадь поперечного сечения его сердечника $S$ . Определить ориентировочно число витков обмоток $w_1$ и $w_2$ , если максимальная индукция в сердечнике $B_m = 1,5 Тл$	<p><math>w_1 = 95, w_2 = 27</math>  <math>w_1 = 133, w_2 = 15</math>  <math>w_1 = 76, w_2 = 15</math>  <math>w_1 = 165, w_2 = 27</math></p>		963 982 1001 926	1	17.5																			

Продолжение контрольной карты 17.3

Номера заданий	Содержание заданий				Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
								части	параграф
	Значения	Варианты							
		1-й	2-й	3-й	4-й				
	$U_1, В$ $U_2, В$ $S, см^2$	127 24 50	127 36 40	220 24 50	220 36 40				
5	Известны КПД трансформатора $\eta$ , его активная мощность $P_2$ и потери в меди обмоток $P_m$ . Определить мощность потерь в стали				10 Вт 4 Вт 15 Вт 7 Вт		1086 481 1078 891	4	17.5
	Значения	Варианты							
		1-й	2-й	3-й	4-й				
	$\eta$ $P_2, Вт$ $P_m, Вт$	0,9 180 5	0,95 190 3	0,92 184 6	0,93 186 10				

**ЗАДАЧИ К ГЛАВЕ 17**

17.1. При переменном напряжении  $U = 220 В$  ток катушки с ферромагнитным сердечником  $I = 2 А$ , активная мощность  $P = 80 Вт$ . Определить потери мощности в меди и стали, если активное сопротивление обмотки катушки  $r = 2 Ом$ .

Ответ:  $P_m = 8 Вт$ ,  $P_c = 72 Вт$ .

17.2. Обмотка катушки с ферромагнитным сердечником, имеющая 200 витков, включена в сеть с напряжением  $U = 120 В$  и частотой  $f = 50 Гц$ . Сердечник катушки набран из листов электротехнической стали Э42 толщиной 0,5 мм и имеет поперечное сечение 25 см<sup>2</sup>. Длина средней магнитной линии  $l = 55 см$ . Определить активную составляющую тока катушки. Сопротивление обмотки и рассеяние при расчетах не учитывать.

Решение. По условию задачи активное сопротивление обмотки и магнитный поток рассеяния не учитываются. При этих условиях напряжение на зажимах катушки равно ЭДС, наводимой в обмотке основным магнитным потоком. Амплитуда магнитной индукции в сердечнике катушки

$$B_m = \frac{U}{4,44f\omega S} = \frac{120}{4,44 \cdot 50 \cdot 200 \cdot 25 \cdot 10^{-4}} = 1,08 \text{ Тл.}$$

Масса стали сердечника  $G = 25 \cdot 55 \cdot 7,8 \cdot 10^{-3} = 10,725 кг$ . По табл. 17.1 находим мощность потерь в стали на 1 кг ее массы. Для электротехнической стали марки Э42 с толщиной листов 0,5 мм  $p = 1,4 Вт/кг$ . Мощность потерь в стали

$$P_c = pB_m^2 G = 1,4 \cdot 1,08^2 \cdot 10,725 = 17,5 Вт.$$

Активная составляющая тока катушки

$$I_a = P_c / U = 17,5 / 120 = 0,146 \text{ А.}$$

17.3. Катушка с ферромагнитным сердечником имеет активное сопротивление 1 Ом и 240 витков. Сердечник катушки выполнен из листов стали марки Э31 толщиной 0,5 мм и имеет поперечное сечение 20 см<sup>2</sup>. При напряжении 120 В и частоте 50 Гц в катушке проходит ток 5 А, а мощность потерь составляет 80 Вт. Определить массу сердечника. Магнитным рассеянием пренебречь.

Ответ: 21,7 кг.

17.4. Мощность потерь в катушке с ферромагнитным сердечником при напряжении 125 В и токе 4 А равна 46 Вт. Активное сопротивление обмотки 1,5 Ом, индуктивное сопротивление рассеяния  $x_{Lp} = 1,25$  Ом. Определить сопротивления  $r_0$  и  $x_L$  схемы замещения катушки, представленной на рис. 17.8.

Решение. Мощность потерь в обмотке

$$P_m = I^2 r = 4^2 \cdot 1,5 = 24 \text{ Вт.}$$

Мощность потерь в стали  $P_c = P - P_m = 46 - 24 = 22$  Вт. Активное сопротивление, обусловленное потерями в стали,

$$r_0 = P_c / I^2 = 22 / 4^2 = 1,37 \text{ Ом.}$$

Полное сопротивление схемы замещения  $z_c = U / I = 125 / 4 = 31,25$  Ом.

Реактивное сопротивление схемы замещения

$$x_{Lc} = \sqrt{z_c^2 - (r + r_0)^2} = \sqrt{31,25^2 - (1,5 + 1,37)^2} = 31,11 \text{ Ом.}$$

Индуктивное сопротивление

$$x_L = x_{Lc} - x_{Lp} = 31,11 - 1,25 = 29,86 \text{ Ом.}$$

17.5. Катушка с числом витков  $w = 300$  намотана на сердечник из электро-технической стали марки Э21. Поперечное сечение сердечника 30 см<sup>2</sup>, масса 5 кг, толщина листов 0,5 мм. Напряжение на зажимах катушки изменяется по уравнению  $u = 310 \sin 314t$  В. Определить мощность потерь в стали сердечника. Активное сопротивление обмотки и магнитный поток рассеяния не учитывать.

Ответ: 15 Вт.

17.6. При номинальном первичном напряжении мощность потерь в стали трансформатора  $P_c = 100$  Вт. Какое значение она получит при увеличении напряжения на 10 % от номинального при той же частоте и форме кривой напряжения?

Ответ: 121 Вт.

17.7. На сердечник трансформатора поперечным сечением 50 см<sup>2</sup> намотана измерительная обмотка из 20 витков. После включения трансформатора в сеть с частотой 50 Гц в измерительной обмотке индуцируется ЭДС 22,2 В. Определить амплитуду магнитной индукции в сердечнике трансформатора.

Ответ: 1 Тл.

17.8. Первичное напряжение однофазного трансформатора 220 В, вторичное 60 В, частота 50 Гц. Площадь поперечного сечения сердечника 36 см<sup>2</sup>. Определить ориентировочно число витков первичной и вторичной обмоток, если амплитуда магнитной индукции в сердечнике  $B_m = 1,1$  Тл.

Ответ:  $w_1 = 250$ ,  $w_2 = 68$ .

17.9. Мощность осветительного трансформатора 100 кВ·А. В году он работает  $t_1 = 3200$  ч с полной нагрузкой,  $t_2 = 1500$  ч с нагрузкой 50 кВт и  $t_3 = 760$  ч вхолостую. Определить годовой коэффициент полезного действия трансформатора, если мощность потерь в стали  $P_c = 800$  Вт, а мощность потерь в меди  $P_m = 1200$  Вт.

Решение. Энергия, полученная нагрузкой за год,  $W_2 = P_1 t_1 + P_2 t_2 = 100 \cdot 3200 + 50 \cdot 1500 = 395\,000$  кВт·ч. Годовые потери энергии в стали  $W_c = P_c (t_1 + t_2 + t_3) = 0,8(3200 + 1500 + 760) = 4368$  кВт·ч. Годовые потери энергии в меди  $W_m = P_m t_1 + \frac{P_m}{4} t_2 = 1,2 \cdot 3200 + \frac{1,2}{4} \cdot 1500 = 4290$  кВт·ч. Годовой КПД трансформатора

$$\eta = \frac{W_2}{W_2 + W_c + W_m} 100 \% = \frac{395\,000 \cdot 100}{395\,000 + 4368 + 4290} = 97,8 \%$$

17.10. Полная мощность трансформатора 4,4 кВ · А, первичное напряжение 380 В, вторичное 220 В. Определить число витков первичной и вторичной обмоток и их поперечные сечения, если допустимая плотность тока в обмотках 2 А/мм<sup>2</sup>, а на один виток обмотки приходится напряжение 2 В.

Ответ: 190 и 110 витков; 5,8 и 10 мм<sup>2</sup>.

## Глава 18

### ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

#### § 18.1. Закон коммутации

До сих пор были рассмотрены процессы, происходящие в электрических цепях постоянного, синусоидального и периодического несинусоидального токов при установившихся режимах. При этом токи и напряжения оставались постоянными или изменялись по периодическому закону длительное время. Большое значение имеет изучение переходных процессов, возникающих в цепях при переходе их от одного установившегося режима работы к другому. Эти процессы происходят при включении и отключении цепи или отдельных ее элементов и изменении параметров цепи. Несмотря на то что эти процессы протекают очень быстро и обычно заканчиваются в течение долей секунды, они оказывают большое влияние на работу различных электротехнических устройств. Переходные процессы происходят в результате коммутации, т. е. процесса замыкания или размыкания различных контактов (рубильников, выключателей и т. д.). Рассмотрим переходный процесс в катушке с индуктивностью  $L$ . До начала коммутации току катушки  $i_1$  соответствовала энергия магнитного поля  $W_{L1} = Li_1^2/2$ . По окончании переходного процесса в катушке устанавливается ток  $i_2 (i_2 > i_1)$  и энергия магнитного поля  $W_{L2} = Li_2^2/2$ . Таким образом, за время переходного процесса  $\Delta t$  происходит изменение тока  $\Delta i = i_2 - i_1$  и энергии магнитного поля  $\Delta W_L = W_{L2} - W_{L1}$ . Полученным  $\Delta i$  и  $\Delta W_L$  соответствует ЭДС самоиндукции

$$e_L = -L \frac{\Delta i}{\Delta t} \quad (18.1)$$

и мощность источника энергии

$$P = \Delta W_L / \Delta t. \quad (18.2)$$

Если время переходного процесса принять равным нулю ( $\Delta t = 0$ ), то ЭДС  $e_L = -\infty$  и мощность  $P = \infty$ , т. е. становятся бесконечно большими. В реальных цепях ЭДС самоиндукции и мощность генератора могут иметь только конечные значения.

Следовательно, продолжительность переходного процесса  $\Delta t \neq 0$  и ток на участке с индуктивностью не может изменяться скачкообразно. На основании изложенного сформулируем первый закон коммутации: *на участке с индуктивностью ток и магнитный поток в момент коммутации (в начальный момент переходного процесса) сохраняют те значения, которые они имели в последний момент предшествующего установившегося режима.*

Во время переходного процесса не могут скачкообразно изменяться напряжение и электрический заряд на участке с емкостью. Это положение выражено вторым законом коммутации: *на участке с емкостью напряжение и электрический заряд в момент коммутации сохраняют те значения, которые они имели в последний момент предшествующего установившегося режима.*

Законы коммутации используются для определения начальных значений изменяющихся величин (токов, напряжений) в конкретных электрических цепях. Переходные процессы рассматривают как результат наложения двух процессов: принужденного и свободного. Принужденный процесс создается в результате воздействия постоянного или периодически изменяющегося напряжения источника электрической энергии по окончании переходных явлений. Однако полагают, что этот процесс наступает мгновенно, сразу после коммутации. Свободный процесс возникает без воздействия внешних источников за счет изменения запаса энергии, накопленной в магнитном и электрическом полях (в индуктивностях и емкостях) до начала переходного процесса. Следовательно, токи и напряжения переходного процесса можно разложить на принужденные и свободные составляющие:  $i = i_{пр} + i_{св}$ ;  $u = u_{пр} + u_{св}$ . Принужденные составляющие токов и напряжений совпадают с установившимися значениями этих величин после окончания переходных процессов и определяются с помощью ранее рассмотренных методов.

## § 18.2. Процесс разряда конденсатора

**1. Уравнение разрядного тока.** Пусть конденсатор емкостью  $C$  и параллельно включенный резистор  $r$  (рис. 18.1) находятся под постоянным напряжением  $U$ . В какой-то момент времени рассматриваемую цепь отсоединим от источника напряжения (посредством ключа  $K$ ). В этот момент времени напряжение на пластинах конденсатора  $u_c = U$ , а заряд каждой пластины  $q = CU$ . Затем начнется разряд конденсатора через сопротивление  $r$ . Напряжение  $u_c$  и заряд  $q$  постепенно уменьшаются до нуля. Процесс перехода конденсатора от заряженного состояния к разряженному является переходным процессом разряда конденсатора. Разрядный ток конденсатора равен скорости уменьшения заряда на пластнах конденсато-

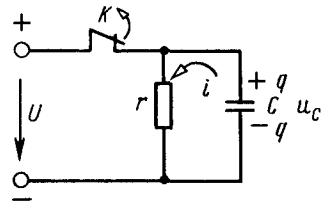


Рис. 18.1

ра, т. е.  $i = -\frac{dq}{dt} = -C \frac{du_c}{dt}$ . Этот ток можно определить и по закону Ома:  $i = u_c/r$ . Приравняв правые части полученных равенств, получим  $-C \frac{du_c}{dt} = \frac{u_c}{r}$  или  $\frac{du_c}{u_c} = -\frac{dt}{rC}$ . Произведение  $rC$  называется *постоянной времени цепи*, обозначается  $\tau$  и выражается в секундах (с). Таким образом,  $du_c/u_c = -dt/\tau$ . Интегрируя это уравнение почленно, найдем, что  $\ln u_c = -\frac{t}{\tau} + \ln k$ , где

$\ln k$  — постоянная интегрирования. Последнее уравнение преобразуем следующим образом:  $\ln u_c - \ln k = -t/\tau$  или  $\ln \frac{u_c}{k} = -\frac{t}{\tau}$ , откуда  $u_c/k = e^{-t/\tau}$ , а  $u_c = ke^{-t/\tau}$ . При  $t = 0$   $u_c = ke^0 = k$ .

Значит, постоянная  $k$  равна напряжению на пластинах конденсатора в начальный момент времени. По второму закону коммутации, напряжение на конденсаторе в этот момент времени  $u_c = U$ . Следовательно, постоянная интегрирования  $k = U$  и напряжение конденсатора во время переходного процесса

$$u_c = Ue^{-t/\tau}. \quad (18.3)$$

Разрядный ток конденсатора

$$i = \frac{u_c}{r} = \frac{U}{r} e^{-t/\tau}. \quad (18.4)$$

**2. Построение кривых разрядного тока и напряжения конденсатора.** По полученным уравнениям построим кривые изменения напряжения конденсатора  $u_c$  и его разрядного тока (рис. 18.2).

Если  $t = 0$ , то  $u_c = Ue^0 = U$ , а ток  $i = \frac{U}{r} e^0 = \frac{U}{r} = I$ . При  $t = \tau$   $u_c = Ue^{-1} = 0,37U$ , а  $i = \frac{U}{r} e^{-1} = 0,37I$ . Если  $t = 2\tau$ , то

$u_c = Ue^{-2} = U/e^2 = 0,14U$ , а  $i = U/re^2 = 0,14I$ . При  $t = 3\tau$   $u_c = Ue^{-3} = U/e^3 = 0,05U$ ,  $i = U/re^3 = 0,05I$ . Таким образом, за

время, равное  $\tau$ , напряжение конденсатора и его разрядный ток уменьшаются в  $e = 2,718$  раза. Рассмотренный переходный процесс возникает и в кабельной линии со значительной емкостью  $C$  и очень большим сопротивлением изоляции  $r$ . На жилах кабеля после отключения от источника длительное время остаются электрические заряды, создающие напряжение, опасное для обслуживающего персонала. Поэтому жилы кабеля после отключе-

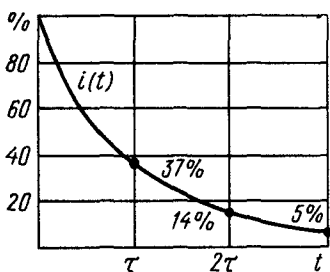


Рис. 18.2

ния от источника должны быть замкнуты накоротко друг с другом и с металлической оболочкой для разряда кабеля.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 18.1.

Контрольная карта 18.1

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите																								
					части	параграф																							
1	<p>Емкость конденсатора <math>C</math>, сопротивление резистора <math>r</math> и постоянное напряжение <math>U</math> (см. рис. 18.1) указаны в таблице вариантов. Определить: установившийся ток источника <math>I</math>; заряд <math>q</math> на пластинах конденсатора</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Значения</th> <th colspan="4">Варианты</th> </tr> <tr> <th>1-й</th> <th>2-й</th> <th>3-й</th> <th>4-й</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>C, \text{ мкФ}</math></td> <td>2</td> <td>3</td> <td>2,5</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td><math>r, \text{ кОм}</math></td> <td>10</td> <td>100</td> <td>100</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td><math>U, \text{ В}</math></td> <td>100</td> <td>200</td> <td>100</td> <td>200</td> </tr> </tbody> </table>	Значения	Варианты				1-й	2-й	3-й	4-й	$C, \text{ мкФ}$	2	3	2,5	4	$r, \text{ кОм}$	10	100	100	10	$U, \text{ В}$	100	200	100	200	<p>1 мА, <math>250 \cdot 10^{-6}</math> Кл            10 мА, <math>200 \cdot 10^{-6}</math> Кл            20 мА, <math>800 \cdot 10^{-6}</math> Кл            2 мА, <math>600 \cdot 10^{-6}</math> Кл</p>	<p>984            1003            1021            1034</p>	1	18.2
			Значения	Варианты																									
		1-й		2-й	3-й	4-й																							
$C, \text{ мкФ}$	2	3	2,5	4																									
$r, \text{ кОм}$	10	100	100	10																									
$U, \text{ В}$	100	200	100	200																									
2	<p>По данным задания 1 определить постоянную времени <math>\tau</math></p>	<p>0,25 с            0,3 с            0,04 с            0,02 с</p>	<p>1051            1068            1079            510</p>	1	18.2																								
3	<p>Чему равно напряжение конденсатора (см. рис. 18.1), если после отключения источника энергии прошло время <math>t = 10\tau</math>?</p>	<p><math>U/e</math>  <math>U/e^3</math>  <math>0,07U</math>  <math>U/e^{10}</math></p>	<p>507            893            910            929</p>			1,2	18.2																						
4	<p>По данным задания 1 определить разрядный ток конденсатора в момент времени <math>t = 3\tau</math>. Время отсчитывается с момента отключения цепи от источника энергии</p>	<p>0,1 мА            0,5 мА            1 мА            0,05 мА</p>	<p>948            966            985            1000</p>			2	18.2																						
5	<p>По данным задания 1 определить напряжение конденсатора в момент времени <math>t = 3\tau</math></p>	<p>10 В            33 В            5 В            66 В</p>	<p>1022            1035            1052            1069</p>	2	18.2																								

## § 18.3. Процесс заряда конденсатора

1. **Уравнение зарядного тока.** Из § 18.1 известно, что ток переходного процесса в цепях с постоянными параметрами содержит две составляющие: принужденную и свободную, т. е.  $i = i_{np} + i_{св}$ . Принужденная составляющая обуславливается подключением к рассматриваемой цепи источника энергии. При постоянном напряжении источника энергии эта составляющая является постоянным током и определяется по закону Ома. При разряде конденсатора (см. § 18.2) цепь с сопротивлением  $r$  и емкостью  $C$  отключается от источника питания. Поэтому принужденная составляющая тока  $i_{np} = 0$ , а полный ток во время переходного процесса равен свободной составляющей, т. е.  $i = i_{св} = \frac{U}{r} e^{-t/\tau}$ . Рас-

смотрим переходный процесс заряда конденсатора, когда цепь с сопротивлением  $r$  и емкостью  $C$  подключается к источнику с постоянным напряжением  $U$  (рис. 18.3). Постоянный ток через емкость не проходит, значит принужденная составляющая зарядного тока  $i_{np} = 0$ , отсюда зарядный ток конденсатора равен свободной составляющей:  $i = i_{св} = \frac{U}{r} e^{-t/\tau}$ , где  $\tau = rC$  — постоянная времени цепи. Таким образом, зарядный ток изменяется по тому же закону, что и разрядный (рис. 18.4). При  $t = 0$  ток имеет наибольшее значение  $I = U/r$ . Затем зарядный ток снижается при  $t = \tau$  до 37% от наибольшего значения, при  $t = 2\tau$  — до 14% и при  $t = 3\tau$  — до 5%.

2. **Уравнение напряжения на конденсаторе.** В начальный момент заряда ( $t = 0$ ) на пластинах конденсатора нет электрических зарядов и его напряжение  $u_c = 0$ . Это подтверждается и вторым законом коммутации. С течением времени увеличивается электрический заряд, а значит, и напряжение на конденсаторе  $u_c$ , которое можно определить как разность напряжения источника  $U$  и падение напряжения на сопротивлении  $r$ , т. е.  $u_c = U - ir$ . Если в это равенство подставить значение зарядного тока, то получим уравнение напряжения на конденсаторе при его заряде:

$$u_c = U - \frac{U}{r} e^{-t/\tau} \cdot r = U(1 - e^{-t/\tau}). \quad (18.5)$$

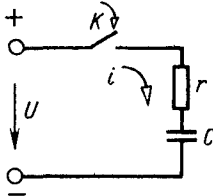


Рис. 18.3

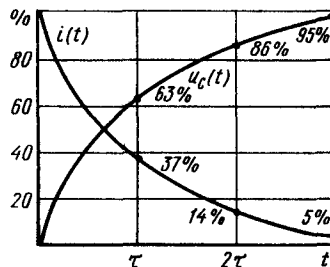


Рис. 18.4



Определим напряжение в различные моменты времени. Если  $t = 0$ , то  $u_c = U(1 - e^0) = U(1 - 1) = 0$ . При  $t = \tau$   $u_c = U(1 - e^{-1}) = U(1 - 1/e) = 0,63U$ . Если  $t = 2\tau$ , то  $u_c = U(1 - e^{-2}) = U(1 - 1/e^2) = 0,86U$ . При  $t = 3\tau$   $u_c = U(1 - e^{-3}) = U(1 - 1/e^3) = 0,95U$ . Таким образом, напряжение конденсатора увеличивается при  $t = \tau$  до 63 % от напряжения источника  $U$ , при  $t = 2\tau$  — до 86 % и при  $t = 3\tau$  — до 95 %. Теоретически зарядный ток снизится до нуля, а напряжение на конденсаторе  $u_c$  будет равно напряжению источника  $U$  при  $t = \infty$ . Практически переходный процесс заканчивается при  $t = 5\tau$ . График  $u_c(t)$  дан на рис. 18.4.

### § 18.4. Короткое замыкание участка цепи с сопротивлением и индуктивностью

На рис. 18.5 показан участок цепи с сопротивлением  $r$  и индуктивностью  $L$ . До замыкания ключа  $K$  по этому участку проходит постоянный ток  $I$ . Если рассматриваемый участок цепи замкнуть накоротко, то ток  $i$  в нем мгновенно не исчезнет. Он будет поддерживаться некоторое время ЭДС самоиндукции  $e_L = -L \frac{di}{dt}$ , направленной по току в цепи до коммутации. По второму закону Кирхгофа для короткозамкнутого контура с  $r$  и  $L$  следует, что  $0 = ir + L \frac{di}{dt}$ . Отсюда  $-L \frac{di}{dt} = ir$  или  $\frac{di}{i} = -\frac{r dt}{L}$ . Величина  $L/r$  называется *постоянной времени цепи*, обозначается  $\tau$  и выражается в секундах. Таким образом,  $\frac{di}{i} = -\frac{dt}{\tau}$ . Полученное равенство представляет собой дифференциальное уравнение. Интегрируя его почленно, найдем  $\ln i = -\frac{t}{\tau} + \ln k$  или  $\ln i - \ln k = -t/\tau$ . Преобразуя это уравнение, находим  $\ln \frac{i}{k} = -t/\tau$ . Отсюда  $i/k = e^{-t/\tau}$  или  $i = ke^{-t/\tau}$ . В момент короткого замыкания при  $t = 0$   $i = ke^0$ . По первому закону коммутации, ток в начале переходного процесса  $i = I$ . Следовательно, постоянная интегрирования  $k = I$ , а ток переходного процесса  $i = Ie^{-t/\tau}$ . (18.6)

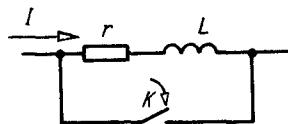


Рис. 18.5

Определим ток в короткозамкнутом контуре в различные моменты времени. При  $t = 0$   $i = Ie^0 = I$ . При  $t = \tau$   $i = Ie^{-1} = 0,37I$ . При  $t = 2\tau$   $i = Ie^{-2} = 0,14I$ . При  $t = 3\tau$   $i = Ie^{-3} = 0,05I$ . За время, равное  $\tau$ , ток в контуре уменьшается в  $e = 2,718$  раза. График тока  $i(t)$  дан на рис. 18.6.

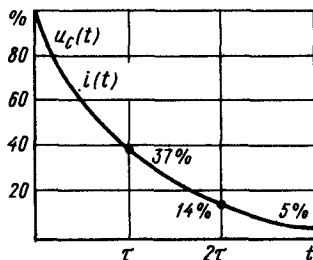


Рис. 18.6

## § 18.5. Включение цепи с сопротивлением и индуктивностью к источнику с постоянным напряжением

При коротком замыкании участка цепи с последовательным соединением  $r$  и  $L$  (см. § 18.4) приложенное к этому участку напряжение  $U = 0$ . В этом случае ток переходного процесса содержит только свободную составляющую  $i = i_{св} = \frac{U}{r} e^{-t/\tau}$ . Если цепь с сопротивлением  $r$  и индуктивностью  $L$  подключается к источнику с постоянным напряжением  $U$  (рис. 18.7), то ток переходного процесса содержит и принужденную, и свободную составляющие. Принужденная создается постоянным напряжением источника:  $i_{пр} = U/r$ . Свободная изменяется по уравнению  $i_{св} = -\frac{U}{r} e^{-t/\tau}$ . Знак минус показывает, что при включении цепи с последовательным соединением  $r$  и  $L$  свободный ток направлен противоположно току, возникающему в этой цепи при ее коротком замыкании. Ток при рассматриваемом переходном процессе

$$i = i_{пр} + i_{св} = \frac{U}{r} - \frac{U}{r} e^{-t/\tau} = \frac{U}{r} (1 - e^{-t/\tau}). \quad (18.7)$$

При  $t = 0$   $i = \frac{U}{r} (1 - e^0) = 0$ ; при  $t = \tau$   $i = \frac{U}{r} (1 - e^{-1}) = 0,63 \frac{U}{r}$ ; при  $t = 2\tau$   $i = \frac{U}{r} (1 - e^{-2}) = 0,86 \frac{U}{r}$ ; при  $t = 3\tau$   $i = \frac{U}{r} (1 - e^{-3}) = 0,95 \frac{U}{r}$ . Таким образом, ток в рассматриваемой

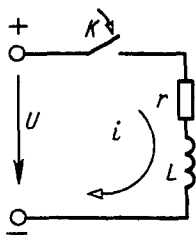


Рис. 18.7

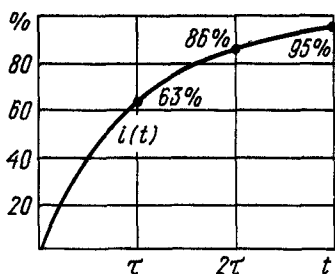


Рис. 18.8

цепи увеличивается и при  $t = \tau$  достигает 63 % от установившегося значения, при  $t = 2\tau$  — 86 %, при  $t = 3\tau$  — 95 %. График изменения тока  $i(t)$  показан на рис. 18.8. Продолжительность рассматриваемого переходного процесса зависит от постоянной времени  $\tau = L/r$ . Чем больше индуктивность цепи  $L$  и меньше ее

сопротивление  $r$ , тем больше постоянная времени  $\tau$  и дольше устанавливается ток в цепи.

**Задание.** Ответьте на вопросы контрольной карты 18.2.

Контрольная карта 18.2

Номера заданий	Содержание заданий	Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите	
					части	параграф
1	По известному сопротивлению $r$ , емкости $C$ и напряжению $U$ (см. рис. 18.3) определить наибольший зарядный ток конденсатора	5 мА 4 мА 20 мА 10 мА		1070 1081 444 458	1	18.3
	Значения	Варианты				
		1-й	2-й	3-й	4-й	
	$r, \text{кОм}$ $C, \text{мкФ}$ $U, \text{В}$	10 2 100	40 3 200	25 4 100	10 5 200	
2	По данным задания 1 определить время, через которое зарядный ток конденсатора снизится до 5 % от его наибольшего значения	0,36 с 0,06 с 0,15 с 0,3 с		529 930 949 967	1	18.3
3	Цепь с током $I = 10 \text{ А}$ , с сопротивлением $r$ и индуктивностью $L$ замыкается накоротко. Через какое время после замыкания ток в ней станет равным 3,7 А?	0,08 с 0,12 с 0,06 с 0,05 с		314 1036 1053 360		18.4
	Значения	Варианты				
		1-й	2-й	3-й	4-й	
	$r, \text{Ом}$ $L, \text{Гн}$	5 0,3	5 0,4	10 0,5	5 0,6	
4	В цепи (см. рис. 18.7) известны сопротивление $r$ , индуктивность $L$ и напряжение источника $U$ . Определить постоянную времени цепи $\tau$	0,015 с 0,02 с 0,004 с 0,01 с		379 557 415 556		18.5

Номера заданий	Содержание заданий				Ответы	Числа кода	Номера консультаций	При неправильном ответе повторите		
	Значения	Варианты						части	параграф	
		1-й	2-й	3-й						4-й
	$r, \text{ Ом}$ $L, \text{ Гн}$ $U, \text{ В}$	10 0,1 100	20 0,4 80	15 0,225 75	25 0,1 75					
5	По данным задания 4 определить ток переходного процесса при $t = 3\tau$				2,85 А 9,5 А 3,8 А 4,75 А		370 476 559 512		18.5	

### ЗАДАЧИ К ГЛАВЕ 18

18.1. При замкнутом положении выключателя  $B$  (рис. 18.9) вольтметр показывает напряжение сети  $U = 220$  В. Через 5 с после отключения конденсатора от сети показание вольтметра снизилось до 20 В. Определить емкость конденсатора, если сопротивление вольтметра 10 000 Ом.

Ответ: 208 мкФ.

18.2. Двухжильный кабель емкостью  $C = 1$  мкФ и сопротивлением каждой жилы  $r = 1$  Ом включается на постоянное напряжение  $U = 1000$  В. Определить начальный ток и время  $t_1$ , в течение которого зарядный ток снизится до 5 % своего начального значения.

Решение. На рис. 18.10 представлена эквивалентная схема двухжильного кабеля. Емкость  $C$  кабеля сосредоточена в середине его длины. При включении кабеля на постоянное напряжение в цепи возникает ток  $i = \frac{U}{r} e^{-t/\tau}$ .

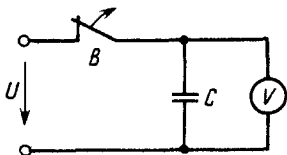


Рис. 18.9

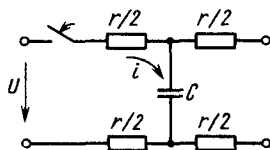


Рис. 18.10

В момент времени  $t = 0$  ток  $i = U/r = 1000/1 = 1000$  А. Постоянная времени цепи  $\tau = rC = 1 \cdot 1 \cdot 10^{-6} = 1 \cdot 10^{-6}$  с. Время  $t_1 = 3\tau = 3 \cdot 1 \cdot 10^{-6} = 3 \cdot 10^{-6}$  с.

18.3. Цепь с сопротивлением  $r = 110$  Ом и емкостью  $C = 100$  мкФ вклю-

чается в сеть с постоянным напряжением  $U = 220$  В. Через какое время после включения напряжение на конденсаторе достигнет 110 В?

*Ответ:* через  $7,6 \cdot 10^{-3}$  с.

18.4. Двухжильный кабель длиной 570 м с медными жилами сечением  $25 \text{ мм}^2$  включается на постоянное напряжение 220 В. Емкость между жилами кабеля равна  $0,025 \text{ мкФ/км}$ . Определить начальный ток в линии и заряд, который останется на жилах кабеля после его отключения.

*Ответ:* 275 А;  $3,13 \cdot 10^{-6}$  Кл.

18.5. Катушка с сопротивлением  $r_1 = 1$  Ом и индуктивностью  $L = 0,1$  Гн включена последовательно с реостатом, сопротивление которого  $r_2 = 9$  Ом. Цепь находится под постоянным напряжением  $U = 15$  В. При наличии тока катушка замыкается накоротко. Определить ток в катушке через 10 мс после коммутации.

*Ответ:* 0,55 А.

18.6. Катушка с сопротивлением  $r = 10$  Ом и индуктивностью  $L = 0,2$  Гн включается в сеть с постоянным напряжением  $U = 60$  В. Определить ток и энергию магнитного поля катушки для момента времени  $t = 0,06$  с после включения.

*Ответ:* 5,7 А; 3,25 Дж.

18.7. Сопротивление катушки  $r = 2$  Ом, индуктивность  $L = 20$  мГн. Через какое время после включения катушки на постоянное напряжение ток в ней достигнет 50 % установившегося значения?

*Ответ:* через 6,9 мс.

18.8. Катушка с сопротивлением  $r = 1$  Ом включается в сеть постоянного тока. Через 10 мс после включения ток катушки достиг 25 % своего установившегося значения. Определить индуктивность катушки.

*Ответ:* 35 мГн.

## Консультации

1. Ответ правильный для третьего варианта. Из (3.4) определим удельное электрическое сопротивление проводника:  $\rho = rS/l = 28 \cdot 0,5/10 = 1,4 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$ . По табл. 3.1 находим материал проводника — фехраль. 2. Вы ошиблись. Обратите внимание на то, что при  $U = E/2$  внутреннее падение напряжения  $U_{\text{вн}} = U$ . 3. Правильно. При  $r = r_{\text{вн}}$  внутреннее падение напряжения  $U_{\text{вн}} = U = E/2$ . В этом случае внутри источника теряется энергия  $A_{\text{вн}} = U_{\text{вн}}It = (E/2)It = A/2$ . 4. Вы правы. Площадь полученного прямоугольника  $S = It$ , т. е. выражает электрический заряд, который переместится по проводнику за время  $t$ . 5. Ответ правильный для первого варианта. Ток в цепи  $I = P/U = 200/100 = 2 \text{ А}$ , напряжения  $U_1 = Ir_1 = 2 \cdot 10 = 20 \text{ В}$ ,  $U_2 = Ir_2 = 2 \cdot 20 = 40 \text{ В}$ ,  $U_3 = U - U_1 - U_2 = 100 - 20 - 40 = 40 \text{ В}$ . Сопротивление  $r_3 = U_3/I = 40/2 = 20 \text{ Ом}$ . 6. Вы ошиблись. Еще раз прочтите первую часть § 1.1. Обратите внимание на то, что заряд электрона  $e = 16 \cdot 10^{-20}$  Кл. 7. Для вычисления искомых напряжений необходимо определить потенциалы проводов  $A, B, C$ . Так как потенциал земли  $\varphi_3 = 0$ , то  $U_{A3} = \varphi_A - \varphi_3 = \varphi_A$ ;  $U_{B3} = \varphi_B - \varphi_3 = \varphi_B$ ;  $U_{C3} = \varphi_C - \varphi_3 = \varphi_C$ . Исправьте допущенные ошибки и найдите правильный ответ. 8. Напряженность электрического поля  $E = F/q$ . Из этой формулы и следует определить силу  $F$ . 9. Вы неверно определили абсолютную диэлектрическую проницаемость среды  $\epsilon_a = \epsilon_r \epsilon_0$ . Поток вектора напряженности электрического поля  $N = Q/\epsilon_a$ . 10. Очень плохо. Селен относится к полупроводникам. Вам же нужно указать вещество со свойствами проводников первого рода. 11. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 50. 12. Ответ правильный для второго варианта. При последовательном соединении одинаковых конденсаторов их эквивалентная емкость  $C = C_1/n = 1/4 = 0,25 \text{ мкФ}$ , а рабочее напряжение  $U_p = 300n = 300 \cdot 4 = 1200 \text{ В}$ . 13. Правильно. Поток вектора напряженности электрического поля сквозь сферическую поверхность  $N = Q/\epsilon_a = Q/(\epsilon_r \epsilon_0) = 4,4 \cdot 10^{-11}/(2,8 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}) = 20/8,85 = 2,26 \text{ В} \cdot \text{м}$ . 14. Правильно. Алюминий относится к проводникам первого рода, из перечисленных веществ имеет большую концентрацию свободных электронов. 15. Неверно. См. консультацию 8. 16. Неправильно учли знак напряжения  $U_{CA}$ . 17. Ответ правильный для первого варианта. Примерный расчет см. в консультации 50. 18. Неверно. См. консультацию 2. 19. Ответ правильный для третьего варианта. Эквивалентная емкость трех конденсаторов, соединенных параллельно.  $C_{\text{эkv}} = 3C_1$ , а всего соединения  $C = C_{\text{эkv}}C_1/(C_{\text{эkv}} + C_1) = 3C_1C_1/(3C_1 + C_1) = 3/4 = 0,75 \text{ мкФ}$ . 20. Ответ правильный для четвертого варианта. Ток в цепи  $I = (E_2 - E_1)/(r_1 + r_2 + r_3 + r_{\text{вн1}} + r_{\text{вн2}}) = (95 - 25)/(20 + 5 + 5 + 2,5 + 2,5) = 70/35 = 2 \text{ А}$ . Потенциал  $\varphi_r = \varphi_A - E_1 - I(r_{\text{вн1}} + r_3 + r_2) = 0 - 25 - 2(2,5 + 5 + 5) = -50 \text{ В}$ . 21. Ответ правильный для третьего варианта. 22. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 41. 23. Вы ошибаетесь. Если сопротивление  $r_1$  замкнуть накоротко, то напряжение на этом участке  $U_{12} = Ir_{12} = I0 = 0$ . В результате увеличатся напряжение  $U_{345} = U - U_{12}$  и ток  $I_5 = U_{345}/r_5$ . 24. Неверно. Для выполнения этого задания рекомендуем задаться числовыми значениями напряжения источника  $U$  и сопротивления одной секции  $r_1$ . Для последовательного и параллельного соединений вычислите тепловую мощность  $P = I^2r$  и дайте правильный ответ. 25. Ответ правильный для четвертого варианта. 26. Это правильный ответ для четвертого варианта. Примерный расчет см. в консультации 46. 27. Правильно. Заряд электрона  $e = 16 \cdot 10^{-20}$  Кл; заряд, удаленный с поверхности тела,  $Q = 16 \cdot 10^{-20} \cdot 10^{12} = 16 \cdot 10^{-8}$  Кл. Так как тело теряет электроны, то оно заряжается положительно. 28. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 69. 29. Ответ пра-

вильный для второго варианта. **30.** Правильно. Пусть напряжение источника  $U = 100$  В, а сопротивление одной секции реостата  $r_1 = 50$  Ом. Тогда ток плитки при последовательном соединении секций  $I_1 = U/r = 100/(50+50) = 1$  А, а при параллельном соединении секций  $I_2 = U/r = 100/25 = 4$  А. В первом случае мощность  $P_1 = I_1^2 r = 1^2 \cdot 100 = 100$  Вт, а во втором случае  $P_2 = 4^2 \cdot 25 = 400$  Вт. **31.** Вы неправильно определили знак заряда тела. **32.** Неправильно. См. консультацию 9. **33.** Правильно. Искомая сила  $F = E q = 500 \cdot 2 \cdot 10^{-12} = 10^{-9}$  Н. **34.** Правильно. Потенциал земли  $\varphi_3 = 0$ . Поэтому потенциалы проводов линии передачи  $\varphi_A = U_{A3} = 310$  В;  $\varphi_B = U_{B3} = -155$  В;  $\varphi_C = U_{C3} = -155$  В. Искомые напряжения равны:  $U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = 310 + 155 = 465$  В;  $U_{BC} = \varphi_B - \varphi_C = -155 + 155 = 0$ ;  $U_{CA} = \varphi_C - \varphi_A = -155 - 310 = -465$  В. **35.** Вы неправы. Площадь полученного прямоугольника выражает электрический заряд:  $S = It = Q$ . **36.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 1. **37.** Ответ правильный для второго варианта. Примерный расчет см. в консультации 20. **38.** Неправильно. В этом случае внутри источника теряется  $1/3$  всей вырабатываемой энергии. **39.** Ответ правильный для второго варианта. Примерный расчет см. в консультации 5. **40.** Это правильный ответ для первого варианта. **41.** Ответ правильный для первого варианта. Участки с сопротивлениями  $r_3$ ,  $r_4$  и  $r_5$  соединены параллельно и находятся под одним напряжением  $U_{345} = I_5 r_5 = 2 \cdot 20 = 40$  В. Ток  $I_3 = U_{345}/r_3 = 40/40 = 1$  А. **42.** Правильно. См. консультацию 23. **43.** Ответ правильный для четвертого варианта. **44.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 41. **45.** Неверно. См. консультацию 23. **46.** Ответ правильный для первого варианта. Падение напряжения в контактноом проводе и рельсовом пути  $\Delta U = I r_{\text{пр}} = 1000(0,04 + 0,025)4 = 260$  В. **47.** Вы ошибаетесь. См. консультацию 24. **48.** Ответ правильный для первого варианта. Примерный расчет см. в консультации 263. **49.** Неверно. Изучите материал § 1.1 ч. 1. **50.** Ответ правильный для четвертого варианта. Емкость кабельной линии  $C = 0,04l = 0,04 \cdot 0,25 = 0,01$  мкФ. Заряд на каждой жиле кабеля  $Q = CU = 0,01 \cdot 10^{-6} \cdot 220 = 2,2 \cdot 10^{-6}$  Кл. **51.** Неправильно. Водный раствор серной кислоты относится к проводникам второго рода. **52.** Ответ правильный для первого варианта. Конденсаторы соединены параллельно, поэтому их эквивалентная емкость  $C = 4C_1 = 4 \cdot 1 = 4$  мкФ, а рабочее напряжение  $U_p = 300$  В. **53.** Правильно. На рис. 3.3 представлен график постоянного тока. **54.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 1. **55.** Вы правы. При  $U = E/2$  внутреннее падение напряжения  $U_{\text{вн}} = U$  или  $I r_{\text{вн}} = Ir$ , откуда  $r_{\text{вн}} = r$ . **56.** Это правильный ответ для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 5. **57.** Неверно. В этом случае внутри источника теряется  $2/3$  всей вырабатываемой энергии. **58.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерный расчет см. в консультации 20. **59.** Неверно. Слода — изоляционный материал, практически не имеющий свободных электронов. **60.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерный расчет см. в консультации 50. **61.** Ответ правильный для четвертого варианта. Эквивалентная емкость  $C = C_1/2 + C_1/2 = C_1 = 1$  мкФ, а рабочее напряжение  $U_p = 2 \cdot 300 = 600$  В. **62.** Неверно. На рис. 3.4, а представлен график синусоидального тока. **63.** Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 1. **64.** Ответ правильный для третьего варианта. Ток короткого замыкания  $I = E/r_{\text{вн}} = 200/0,4 = 550$  А. В этом случае вся мощность источника теряется на его внутреннем сопротивлении:  $P = P_{\text{вн}} = E I = 220 \cdot 550 = 121\,000$  Вт = 121 кВт. **65.** Это правильный ответ для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 5. **66.** Это правильный ответ для первого варианта. Примерный расчет см. в консультации 20. **67.** Вы неправы. Поток вектора напряженности электрического поля  $N = Q/\epsilon_0$  не зависит от радиуса указанной сферической поверхности. **68.** Ответ правильный для четвертого варианта. Напряженность поля в точке *B* от заряда  $Q_1$

$$E_1 = \frac{Q_1}{4\pi R_1^2 \epsilon_0} = \frac{3 \cdot 10^{-11} \cdot 36\pi \cdot 10^9}{4\pi \cdot 100 \cdot 10^{-4}} = 27 \text{ В/м.}$$

Напряженность поля в точке *B* от заряда  $Q_2$

$$E_2 = \frac{Q_2}{4\pi R_2^2 \epsilon_0} = \frac{3 \cdot 10^{-11} \cdot 36\pi \cdot 10^9}{4\pi \cdot 100 \cdot 10^{-4}} = 27 \text{ В/м.}$$

Так как векторы напряженности  $E_1$  и  $E_2$  направлены в одну сторону, то искомая напряженность  $E = E_1 + E_2 = 27 + 27 = 54$  В/м. **69.** Ответ правильный для четвертого варианта:  $E = I(r + r_{\text{вн}}) = 22(2,75 + 0,25) = 66$  В. Внутреннее падение напряжения  $U_{\text{вн}} = Ir_{\text{вн}} = 22 \cdot 0,25 = 5,5$  В, а внешнее напряжение батареи  $U = E - U_{\text{вн}} = 66 - 5,5 = 60,5$  В. **70.** Ответ правильный для второго варианта. Потенциал поля в точке А

$$\varphi_A = \frac{Q}{4\pi R_A \epsilon_0} = \frac{5 \cdot 10^{-10} \cdot 36\pi \cdot 10^9}{4\pi \cdot 10 \cdot 10^{-2}} = 45 \text{ В.}$$

**71.** Ответ правильный для первого варианта при  $r = 2R$ . Напряженность электрического поля  $E$  заряженного шара определяется по формуле

$$E = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2} = \frac{2 \cdot 10^{-8} \cdot 5^2}{\frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot 10^2} = \frac{36\pi \cdot 50 \cdot 10^{-8}}{10^{-9} \cdot 100} = 180\pi \text{ В/м.}$$

Таким же образом подсчитайте  $E$  при  $r = R$ ;  $r = 4R$  и  $r = 10R$ . По полученным данным постройте график  $E(r)$ . **72.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерный расчет см. в консультации 70. **73.** Вы недостаточно внимательно прочитали первую часть § 1.6. Обратите внимание на то, что изоляционный материал находится внутри своеобразного металлического экрана (металлической фольги). **74.** Ответ правильный для четвертого варианта. Емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10 \cdot 10^{-4}}{0,885 \cdot 10^{-3}} = 52 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} = 52 \text{ пФ.}$$

**75.** Ответ правильный для четвертого варианта. Магнитный поток  $\Phi = BS \cos \beta = 1,2 \cdot 50 \cdot 10^{-4} \cos 60^\circ = 3 \cdot 10^{-3}$  Вб. **76.** Ответ правильный для второго варианта. Емкость  $C_{23} = C_2 + C_3 = 1 + 2 = 3$  мкФ. Емкости  $C_1, C_{23}, C_4$  соединены последовательно. Поэтому  $1/C = 1/C_1 + 1/C_{23} + 1/C_4 = 1/6 + 1/3 + 1/8 = (4 + 8 + 3)/24 = 15/24$ ;  $C = 24/15 = 1,6$  мкФ. **77.** Вы ошибаетесь. Обратите внимание на то, что с увеличением диаметра провода в два раза его поперечное сечение  $S = \pi d^2/4$  увеличится в четыре раза. **78.** Ответ правильный для второго варианта. **79.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 41. **80.** Неверно. См. консультацию 24. **81.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 46. **82.** Вы ошиблись. См. консультацию 304. **83.** Вы ошибаетесь. Падение напряжения в проводах первого участка  $\Delta U_1 = (I_1 + I_2)r_{\text{пр}}$ , а напряжение на первом приемнике  $U_1 = U - \Delta U_1$ . Если отключить второй приемник ( $I_2 = 0$ ), то уменьшится падение напряжения  $\Delta U_1$  и увеличится напряжение первого приемника  $U_1$ . **84.** Вы ошибаетесь. Рекомендуем в рабочей тетради нарисовать три заряженных тела и указать знаки их зарядов: сначала третьего, затем второго и первого. **85.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерный расчет см. в консультации 68. **86.** Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 46. **87.** Правильно. **88.** Вы правы. Напряженность электрического поля плоского конденсатора  $E = \sigma/\epsilon_0$ . В условии задания величина заряда, а значит, и его плотность остаются без изменения. Следовательно, не изменится и напряженность поля  $E$ . **89.** Ответ правильный для четвертого варианта. Электрической схеме на рис. 4.8, г соответствует потенциальная диаграмма на рис. 4.9, в. **90.** Правильно. **91.** Ответ правильный для второго варианта. Примерный расчет см. в консультации 68. **92.** Это правильный ответ. Внутри оболочки из металлической фольги электрическое поле отсутствует. Поэтому рассматриваемый изоляционный материал не подвергается поляризации и пробое. **93.** Ответ правильный для третьего варианта при  $r = 10R$ . Примерный расчет см. в консультации 71. **94.** Неверно. На рис. 3.4, б дан график тока, постоянного по направлению, переменного по значению. **95.** Ответ правильный для первого варианта. В первом задании вы определили ток в цепи  $I = 2$  А (консультация 5). Мощность второго резистора  $P_2 = I^2 r_2 = 4 \cdot 20 = 80$  Вт. **96.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерный расчет см. в консультации 64. **97.** Это правиль-



ный ответ для третьего варианта. Потенциал  $\varphi_{\text{ж}} = \varphi_{\text{А}} - E_1 = 0 - 20 = -20$  В;  $U_{\text{жГ}} = \varphi_{\text{ж}} - \varphi_{\text{Г}} = -20 - (-55) = 35$  В. 98. Ответ правильный для третьего варианта. Напряжение цепи  $U = U_1 = I_1 r_1 = 2 \cdot 60 = 120$  В. Токи в ветвях равны  $I_2 = U/r_2 = 120/30 = 4$  А;  $I_3 = U/r_3 = 120/60 = 2$  А. Ток цепи  $I = I_1 + I_2 + I_3 = 2 + 4 + 2 = 8$  А. Мощность цепи  $P = UI = 120 \cdot 8 = 960$  Вт. 99. Ответ правильный для четвертого варианта. Эквивалентное сопротивление  $r_{23} = r_2 r_3 / (r_2 + r_3) = 60 \cdot 120 / (60 + 120) = 40$  Ом, а  $r_{123} = r_1 + r_{23} = 20 + 40 = 60$  Ом. Сопро- твления  $r_{123}$  и  $r_4$  соединены параллельно. Их эквивалентное сопротивление  $r_{1234} = r_{123} r_4 / (r_{123} + r_4) = 60 \cdot 30 / (60 + 30) = 20$  Ом. Эквивалентное сопротивление цепи  $r = r_{1234} + r_5 = 20 + 5 = 25$  Ом. 100. Вы ошибаетесь. См. консультацию 143. 101. Ответ правильный для четвертого варианта. Ток  $I_4 = U_{345}/r_4 = 40/20 = 2$  А, а  $I_3 = U_{345}/r_3 = 40/20 = 2$  А. Ток цепи  $I = I_3 + I_4 + I_5 = 2 + 2 + 4 = 8$  А. 102. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерный расчет см. в кон- сультации 97. 103. Правильно. Ток спирали  $I = \delta S = 20 \cdot 0,2 = 4$  А, а мощность нагревательного элемента  $P = I^2 r = 4^2 \cdot 30 = 480$  Вт. 104. Ответ правильный для первого варианта. Примерный расчет см. в консультации 319. 105. Ответ правильный для третьего варианта. КПД сети

$$\eta = \frac{U_2}{U_1} 100\% = \frac{2975}{3300} 100\% = 90,1\% .$$

106. Неверно. См. консультацию 83. 107. Вы допустили ошибку при вычислении сопротивления катушки в нагретом состоянии. При нагревании ее сопротивление увеличивается. 108. Неверно. См. консультацию 84. 109. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 68. 110. Ответ правильный для второго варианта при  $r = R$ . Примерный расчет см. в консуль- тации 71. 111. Ответ правильный для первого варианта. Примерный расчет представлен в консультации 70. 112. Неверно. См. консультацию 73. 113. Ответ правильный для третьего варианта. Примерный расчет см. в консультации 70. 114. Неверно. Нужно знать, что  $1 \text{ Кл} = 1 \text{ А} \cdot 1 \text{ с}$ . 115. Ответ правильный для первого варианта. Примерный расчет см. в консультации 74. 116. Вы правы. С увеличением диаметра провода в два раза его поперечное сечение  $S = \pi d^2/4$  увеличится в четыре раза. Поэтому сопротивление первого провода в два раза меньше сопротивления второго. 117. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерный расчет см. в консультации 76. 118. Ответ правильный для третьего варианта. Примерный расчет см. в консультации 69. 119. Ответ правильный для первого варианта. Примерный расчет см. в консультации 98. 120. Ответ правиль- ный для первого варианта. Примерный расчет см. в консультации 4. 121. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 99. 122. Ответ правильный для третьего варианта. Пример расчета см. в консуль- тации 95. 123. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 101. 124. Правильно. Сопротивление катушки при повышен- ной температуре  $r_2 = r_1 [1 + \alpha(t_2 - t_1)] = 100(1 + 0,004 \cdot 20) = 108$  Ом, а ее про- водимость  $g = 1/r_2 = 1/108 = 9,26 \cdot 10^{-3}$  См. 125. Ответ правильный для третьего варианта. Примерный расчет см. в консультации 227. 126. Неверно. См. консуль- тацию 304. 127. Неверно. См. консультацию 84. 128. Вы ошиблись. Определите направление вектора напряженности  $E_1$  и  $E_2$  в точке  $B$  (см. рис. 1.5, а). После этого найдите искомую напряженность электрического поля. 129. Это ошибочный ответ. Обратите внимание на физическую сущность и размерность электрической прочности. 130. Ответ правильный для второго варианта. Искомая напряжен- ность электрического поля  $E = \sigma/\epsilon_0 = Q/(S\epsilon_0) = 4,5 \cdot 10^{-10} / (150 \cdot 10^{-4} \cdot 50 \cdot 10^{-12}) = 600$  В/м. 131. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 191. 132. Вы ошибаетесь. См. консультацию 153. 133. Ответ правильный для третьего варианта. Примерный расчет см. в консультации 74. 134. Вы допустили ошибку, так как не учли емкостный КПД. 135. Ответ пра- вильный для первого варианта. Примерный расчет см. в консультации 76. 136. Это правильный ответ для первого варианта. Примерное решение см. в кон- сультации 69. 137. Это правильный ответ для первого варианта. Примерный расчет см. в консультации 97. 138. Ответ правильный для второго варианта. Примерный расчет см. в консультации 64. 139. Ответ правильный для второго варианта. Примерный расчет см. в консультации 98. 140. Это правильный

ответ для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 95. 141. Ответ правильный для первого варианта. Примерный расчет см. в консультации 99. 142. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 101. 143. Неверно. Определите ток спирали нагревательного элемента, а затем его мощность  $P = I^2 r$ . 144. Ответ правильный для второго варианта. Примерный расчет см. в консультации 105. 145. Правильно. В рассматриваемом случае напряжение конденсатора  $U$  не меняется, а расстояние между пластинами  $d$  увеличивается. Поэтому напряженность электрического поля  $E = U/d$  уменьшается. 146. Ответ правильный для первого варианта. Примерный расчет см. в консультации 311. 147. Сила взаимодействия двух электрических зарядов  $F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi R^2 \epsilon_a}$ . Если оба заряда уменьшить в 2,2 раза, то сила

уменьшается в  $2,2 \cdot 2,2 = 4,84$  раза. Исправьте ошибку. 148. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерный расчет см. в консультации 130. 149. Вы правы. Электрическая прочность имеет размерность напряженности электрического поля и зависит от материала, а не от его толщины. 150. Правильно. Векторы напряженности поля  $E_1$  и  $E_2$  в точке  $B$  равны по величине и направлены в разные стороны. Поэтому искомая напряженность  $E = E_1 - E_2 = 0$ . 151. Вы правы. Искомое количество электричества  $Q_p = Q_3 \eta_{\text{емк}} = I_3 t_3 \eta_{\text{емк}} = 6 \cdot 10 \cdot 3600 \times 0,9 = 194\,400$  Кл. 152. Ответ правильный для второго варианта. Примерный расчет см. в консультации 74. 153. Неверно. Нужно учесть, что сечение круглого провода  $S = \pi d^2/4$ , а его электрическое сопротивление  $r = \rho \frac{l}{S}$ . 154. Ответ

правильный для третьего варианта. Примерный расчет см. в консультации 76. 155. Это правильный ответ для четвертого варианта. Внутреннее падение напряжения  $U_{\text{вн}} = I r_{\text{вн}}$  характеризуется прямой, проходящей через начало координат. Чем больше внутреннее сопротивление, тем больше угол наклона прямой к горизонтальной оси. 156. Вы ошиблись. Сначала определите электрическую мощность двигателя  $P = UI$ . Механическая мощность двигателя меньше его электрической мощности и равна  $P_{\text{мех}} = P \eta$  (Вт). Эту мощность следует выразить в лошадиных силах. 157. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерный расчет см. в консультации 98. 158. Это правильный ответ для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 95. 159. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 99. 160. Правильный ответ для второго варианта. Примерный расчет см. в консультации 97. 161. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 101. 162. Неверно. См. консультацию 143. 163. Ответ правильный для первого варианта. Примерный расчет см. в консультации 105. 164. Ответ неправильный. См. консультацию 183. 165. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 105. 166. Ответ правильный для второго варианта. Напряжение  $U_{12} = I r_{12} = 2 \frac{20}{2} = 20$  В. Общее напря-

жение  $U = U_{12} + U_{345} = 20 + 15 = 35$  В. 167. Ответ правильный для третьего варианта. Примерный расчет см. в консультации 297. 168. Неправильно. Напишите формулу емкости плоского конденсатора. Обратите внимание на то, что с уменьшением толщины диэлектрика емкость конденсатора увеличивается. 169. Вы ошибаетесь. Примерное решение см. в консультации 191. 170. Неверно. Сечение  $S_2 < S_1$ . Поэтому  $\delta_2 > \delta_1$ . 171. Ответ правильный для второго варианта. Электрический заряд эквивалентного конденсатора  $Q = CU = 1,6 \cdot 10^{-6} \cdot 200 = 320 \cdot 10^{-6}$  Кл. Энергия электрического поля конденсатора

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{1,6 \cdot 10^{-6} \cdot 200^2}{2} = 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ Дж.}$$

172. Ответ правильный для третьего варианта. Сопротивление  $r_2 = r_1 [1 + \alpha(t_2 - t_1)] = 80[1 + 0,004(100^{\circ} - 20^{\circ})] = 80 \cdot 1,32 = 105,6$  Ом. 173. Это правильный ответ для второго варианта. Пояснение см. в консультации 155. 174. Правильно. Электрическая мощность двигателя  $P = UI = 1500 \cdot 240 = 360\,000$  Вт = 360 кВт.

Механическая мощность двигателя, выраженная в лошадиных силах,  $P_{\text{мех}} = P_{\eta} \times 1,36 = 360 \cdot 0,75 \cdot 1,36 = 367,2$  л. с. 175. Вы правы. При включении лампы  $L_3$  эквивалентное сопротивление цепи уменьшается, ток  $I$  и падение напряжения в линии увеличатся; следовательно, напряжение на лампах  $L_1, L_2$  и их яркость уменьшатся. 176. Ответ правильный для первого варианта. При постановке переключателя в положение 1:  $r_1 + r_2 = U/I_1 = 12/1 = 12$  Ом; в положении 2:  $r_1 = U/I_2 = 12/4 = 3$  Ом;  $r_2 = 12 - 3 = 9$  Ом. 177. Ответ правильный для первого варианта. Примерный расчет см. в консультации 172. 178. Это правильный ответ для третьего варианта. Пояснение см. в консультации 155. 179. Неверно. См. консультацию 156. 180. Ответ правильный для второго варианта. 181. Ответ правильный для четвертого варианта. Пример расчета дан в консультации 176. 182. Это правильный ответ для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 166. 183. Правильно. При увеличении всех ЭДС и прежних значениях сопротивлений ток в цепи увеличится в два раза, а следовательно, потенциалы точек и их разности также увеличатся в два раза. 184. Ответ правильный для третьего варианта. Примерный расчет см. в консультации 291. 185. Вы ошибаетесь. В данном задании требуется выполнить анализ соответствующей расчетной формулы без числового расчета. 186. Правильно. В точке  $A$  вектор напряженности поля  $E_1$  направлен влево, а вектор напряженности поля  $E_2$  — вправо. Так как  $E_1 > E_2$ , то искомый вектор напряженности направлен влево (см. рис. 1.5, б). 187. Вы правы. Абсолютная диэлектрическая проницаемость трансформаторного масла (см. табл. 1.1) больше электрической постоянной в 2,2 раза. Поэтому замена среды трансформаторным маслом при прежних остальных величинах, входящих в (1.1), приведет к уменьшению силы взаимодействия в 2,2 раза. 188. Ответ правильный для первого варианта. Примерный расчет см. в консультации 130. 189. Ответ правильный для третьего варианта. Пробивное напряжение  $U_{\text{пр}} = E_{\text{пр}} d = 80 \cdot 0,03 = 2,4$  кВ = 2400 В. Рабочее напряжение  $U_p = U_{\text{пр}}/3 = 2400/3 = 800$  В. 190. Неверно. См. консультацию 128. 191. Ответ правильный для первого и третьего вариантов. Напряженность электрического поля между пластинами конденсатора  $E = U/d = 100/(0,1 \times 10^{-3}) = 10^6$  В/м. Поверхностная плотность заряда  $\sigma = E \cdot \epsilon_0 = E \cdot \epsilon_r \cdot \epsilon_0 = 10^6 \times 5,2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} = 46 \cdot 10^{-6}$  Кл/м<sup>2</sup>. Заряд пластины  $Q = \sigma S = 46 \cdot 10^{-6} \cdot 1 = 46 \times 10^{-6}$  Кл. 192. Правильно. С увеличением площади пластин и уменьшением толщины диэлектрика емкость плоского конденсатора увеличивается. 193. Ответ правильный для первого варианта. Примерный расчет см. в консультации 171. 194. Вы указали общую формулу плотности электрического тока. А в данном случае ее необходимо выразить через  $\delta_1, S_1$  и  $S_2$ . 195. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерный расчет см. в консультации 171. 196. Вы правы:  $\delta_2 = I/S = \delta_1 S_1/S_2$ . 197. Это правильный ответ для первого варианта. Пояснение см. в консультации 155. 198. Ответ неправильный. См. консультацию 156. 199. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерный расчет см. в консультации 172. 200. Это правильный ответ (см. консультацию 175). А ваша задача — найти неправильный ответ. 201. Ответ правильный для первого варианта. Примерный расчет см. в консультации 297. 202. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 513. 203. Ответ правильный для четвертого варианта. Сечение магистральных проводов  $S = \frac{2}{\gamma \Delta U} (I_1 L_1 + I_2 L_2) = \frac{2}{57 \cdot 10} (5 \cdot 57 + 2,5 \cdot 114) = \frac{2 \cdot 10}{10} = 2$  мм<sup>2</sup>. Ближайшее большее стандартное сечение 2,5 мм<sup>2</sup>. 204. Ответ правильный для третьего варианта. Электрической схеме на рис. 4.8, в соответствует потенциальная диаграмма на рис. 4.9, г. 205. Если расстояние между зарядами уменьшить в 2,2 раза, то их сила взаимодействия  $F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi R^2 \epsilon_0}$  увеличится в  $2,2 \cdot 2,2 = 4,84$  раза. Исправьте ошибку. 206. Ответ правильный для третьего варианта. Примерный расчет см. в консультации 130. 207. Ответ правильный для первого варианта. Примерный расчет см. в консультации 189. 208. Неверно. См. консультацию 128. 209. См. консультацию 168. 210. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 191. 211. Вы ошибаетесь. Напряжение на конденсаторе  $U = E d$ , а напряженность электрического поля между его

пластинами  $E = \sigma/\epsilon_0$ . При анализе этих формул учтите, что после отключения напряжения заряд пластины, а значит, и его плотность  $\sigma$  остаются неизменными. 212. Неверно. Обратите внимание на то, что с увеличением длины кабеля увеличивается поверхность каждой его жилы. А это изменяет емкость. 213. Верно для третьего варианта. Плотность тока

$$\delta = I/S = \frac{4I}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 62,8}{3,14 \cdot 4^2} = 5 \text{ А/мм}^2.$$

214. Ответ правильный для третьего варианта. Примерный расчет см. в консультации 171. 215. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение представлено в консультации 172. 216. Это правильный ответ для первого варианта. Напряжение источника  $U = E - Ir_{\text{вн}}$  изменяется по прямой линии. При холостом ходе  $I = 0$  и  $U = E$ . При коротком замыкании, когда  $I = E/r_{\text{вн}} = 30/6 = 5$  А, напряжение источника  $U = E - Ir_{\text{вн}} = 30 - 5 \cdot 6 = 0$ . 217. Это правильный ответ для второго варианта. Примерный расчет дан в консультации 176. 218. Ответ неправильный. См. консультацию 183. 219. Это правильный ответ для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 166. 220. Ответ правильный для второго варианта. Ток нагрузки  $I = P/U = 2400/120 = 20$  А. Этому току (см. табл. 5.1) соответствует медный провод сечением  $2,5 \text{ мм}^2$ . 221. Это правильный ответ для третьего варианта. Примерный расчет см. в консультации 203. 222. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 227. 223. Верно для второго варианта. Примерный расчет см. в консультации 319. 224. Неверно. Для решения этой задачи необходимо определить направление векторов напряженности поля  $E_1$  и  $E_2$  в каждой из указанных точек (см. рис. 1.5, б). По условию необходимо найти точку, в которой векторы  $E_1$  и  $E_2$  имеют противоположное направление и  $E_2 > E_1$ . 225. Ответ правильный для второго варианта. Примерный расчет см. в консультации 189. 226. Ответ правильный для первого варианта. Напряженность электрического поля одной пластины плоского конденсатора  $E_{\text{пл}} = E/2 = 1000/2 = 500 \text{ В/м}$ . 227. Ответ правильный для второго варианта. Искомое напряжение

$$U_2 = U_{23} = \frac{Q}{C_{23}} = \frac{320 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-6}} = 106,7 \text{ В}.$$

228. Ответ правильный для третьего варианта. Сила взаимодействия

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi R^2 \epsilon_0} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 11 \cdot 10^{-6} \cdot 36\pi \cdot 10^9}{4\pi \cdot 30^2 \cdot 10^{-4} \cdot 2,2} = \frac{22 \cdot 9 \cdot 10^{-3}}{900 \cdot 10^{-4} \cdot 2,2} = 1 \text{ Н}.$$

229. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерный расчет см. в консультации 189. 230. Неверно. См. консультацию 224. 231. Вы правы. С увеличением длины кабеля увеличивается поверхность его жил, а это увеличивает емкость кабельной линии. 232. Ответ правильный для второго варианта. Пример расчета представлен в консультации 226. 233. Ответ правильный для четвертого варианта. Сопротивление одного витка реостата  $r_{\text{в}} = r/n = 100/600 = 1/6$  Ом. Электрический ток проходит по 570 виткам ( $600 - 30 = 570$ ). Сопротивление реостата в цепи тока  $r_{13} = 570 \cdot 1/6 = 95$  Ом. 234. Ответ правильный для второго варианта. Электрической схеме на рис. 4.8, б соответствует потенциальная диаграмма на рис. 4.9, а. 235. Неправильно. Нужно учесть, что полная мощность источника энергии в два раза больше его максимальной полезной мощности. По полной мощности и ЭДС можно определить ток в цепи, а затем сопротивление приемника. 236. Ответ правильный для третьего варианта. Примерный расчет дан в консультации 176. 237. Ответ правильный для четвертого варианта при  $r = 4R$ . Примерный расчет см. в консультации 71. 238. Ответ правильный для второго варианта. Примерный расчет см. в консультации 297. 239. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 166. 240. Ответ правильный для четвертого варианта. 241. Ответ правильный для первого варианта. Примерный расчет см. в консультации 203. 242. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 295. 243. Ответ правильный для первого варианта. Пример

расчета представлен в консультации 227. 244. Ответ правильный для третьего варианта. Вы определили напряжение  $U_{AB} = 80$  В и сопротивление  $r_{123} = 40$  Ом. Ток  $I_{123} = U_{AB}/r_{123} = 80/40 = 2$  А. Напряжение  $U_{23} = I_{123}r_{23} = 2 \cdot 30 = 60$  В. Отсюда ток  $I_2 = U_{23}/r_2 = 60/45 = 1,33$  А. 245. Ответ правильный для первого варианта. 246. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 261. 247. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерный расчет см. в консультации 319. 248. Ответ правильный для второго варианта. Примерный расчет см. в консультации 311. 249. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерный расчет см. в консультации 228. 250. Вы правы. После отключения от сети заряд пластины, а значит, и его поверхностная плотность  $\sigma$  остаются неизменными. Поэтому напряженность электрического поля  $E = \sigma/\epsilon_0$  не изменится. Напряжение между пластинами  $U = Ed$  при увеличении расстояния увеличивается. 251. Неверно. См. консультацию 211. 252. Ответ правильный для третьего варианта. Напряжение на четвертом конденсаторе  $U_4 = Q/C_4 = 240 \cdot 10^{-6}/(3 \cdot 10^{-9}) = 80$  В. 253. Ответ правильный для первого и четвертого вариантов. Примерный расчет см. в консультации 213. 254. Ответ правильный для третьего варианта. Пояснение см. в консультации 216. 255. Ответ правильный. Полная мощность источника энергии в два раза больше его максимальной отдаваемой мощности:  $P_{\text{н}} = 2 \cdot 300 = 600$  Вт. Ток в цепи  $I = P_{\text{н}}/E = 600/120 = 5$  А, а сопротивление приемника  $r = U/I = 60/5 = 12$  Ом. 256. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 203. 257. Вы ошибаетесь. При последовательном соединении ламп их напряжения и мощности будут отличаться от номинальных значений. По номинальным данным необходимо определить (с некоторой погрешностью) сопротивления ламп. Лампа с большим сопротивлением окажется под большим напряжением. 258. Ответ правильный для третьего варианта. Примерный расчет см. в консультации 311. 259. Ответ правильный для третьего варианта. При равенстве ЭДС  $E_1$  и  $E_2$  ток в цепи  $I = (E_2 - E_1)/\Sigma r = 0$ . Потенциал  $\varphi_r = -E_1 - I(r_{\text{вн.1}} + r_3 + r_2) = -E_1 = -20$  В. 260. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 244. 261. Ответ правильный для первого варианта:

$$U_{12} = U_3 = U_4 = I_3 r_3 = 5 \cdot 20 = 100 \text{ В}; I_1 = U_{12}/(r_1 + r_2) = 100/(30 + 10) = 2,5 \text{ А};$$

$$I_4 = U_4/r_4 = 100/40 = 2,5 \text{ А}; I_5 = I_1 + I_3 + I_4 = 2,5 + 5 + 2,5 = 10 \text{ А};$$

$$U_5 = I_5 r_5 = 10 \cdot 2 = 20 \text{ В}; U = U_5 + U_4 = 20 + 100 = 120 \text{ В}.$$

262. Ответ правильный для третьего варианта. 263. Ответ правильный для второго варианта. Медный провод поперечным сечением  $S = 10 \text{ мм}^2$  при открытой проводке может выдерживать ток до 70 А (см. табл. 5.1). 264. См. консультацию 302. 265. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 291. Напряжение между пластинами  $U = Ed$  при увеличении расстояния  $d$  увеличивается. 266. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерный расчет см. в консультации 226. 267. Вы ошиблись. Миканит — изоляционный материал, по своим свойствам резко отличается от полупроводников. 268. Неверно. См. консультацию 224. 269. Ответ неправильный. Обратите внимание на то, что с увеличением длины возрастает поверхность каждой жилы кабеля. 270. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 233. 271. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерный расчет см. в консультации 252. 272. Ответ правильный для второго варианта. Пояснение см. в консультации 216. 273. Ответ правильный для второго варианта. Примерный расчет см. в консультации 213. 274. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерный расчет см. в консультации 259. 275. Вы ошибаетесь. См. консультацию 235. 276. Вы правы. Ток лампы  $I = P/U$ , ее сопротивление  $r = U/I$ . Из этих формул вытекает, что при номинальном напряжении вторая лампа имеет меньший ток и большее сопротивление. При последовательном соединении по лампам проходит один и тот же ток, но напряжение и мощность второй лампы будут больше, чем первой. 277. См. консультацию 453. 278. Ответ правильный для первого варианта. Примерный расчет см. в консультации 259. 279. Неверно. См. консультацию 257. 280. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 244. 281. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 261.

282. Ответ правильный для первого варианта. 283. Ответ правильный для третьего варианта. Примерный расчет см. в консультации 263. 284. См. консультацию 307. 285. Ответ правильный для первого варианта. Расчет см. в консультации 228. 286. Вы правы. В точке  $\Gamma$  векторы напряженности поля  $E_1$  и  $E_2$  направлены в разные стороны и  $E_2 > E_1$ . Следовательно, искомая напряженность

$$E = E_2 - E_1 = \frac{Q_2}{4\pi R_2^2 \epsilon_0} - \frac{Q_1}{4\pi R_1^2 \epsilon_0}$$

287. Это правильный ответ. 288. Ответ правильный для третьего варианта. Примерный расчет см. в консультации 226. 289. Это правильный ответ для четвертого варианта. Пояснение см. в консультации 216. 290. См. консультацию 211. 291. Ответ правильный для второго варианта. Энергия электрического поля конденсатора

$$W_C = \frac{CU^2}{2} = \frac{177 \cdot 10^{-12} \cdot 10^4}{2} = 88,5 \cdot 10^{-8} \text{ Дж.}$$

292. Ответ правильный для первого варианта. Примерный расчет см. в консультации 252. 293. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 233. 294. Ответ правильный для первого варианта. Электрической схеме на рис. 4.8, а соответствует потенциальная диаграмма на рис. 4.9, б. 295. Ответ правильный для третьего варианта. Цена деления ваттметра:  $C_p = \frac{U_{ном} I_{ном}}{\alpha_{ном}} = 300 \cdot 2,5 / 100 = 7,5$  Вт/дел. Измеряемая мощность  $P = C_p \alpha$ . Отсюда  $\alpha = P / C_p = 450 / 7,5 = 60$  дел. 296. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 259. 297. Ответ правильный для четвертого варианта. Расход электрической энергии  $A = Pt = nP_{дл} \cdot 30t = = 10 \cdot 60 \cdot 30 \cdot 8 = 144$  кВт·ч; ее стоимость  $144 \cdot 0,04 = 5$  р. 76 к. 298. Ответ правильный. Делитель из трех сопротивлений имеет четыре отвода: 1, 2, 3, 4. С этих выводов можно получить шесть различных напряжений:  $U_{12}$ ,  $U_{23}$ ,  $U_{34}$ ,  $U_{13}$ ,  $U_{24}$ ,  $U_{14}$ . 299. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 244. 300. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 261. 301. Ответ правильный для третьего варианта. 302. Это неправильный ответ. Нарисуйте схему делителя напряжения из трех резисторов и подсчитайте количество напряжений на его выходе. 303. Ответ правильный для второго варианта. Примерный расчет см. в консультации 228. 304. Неверно. Определите направления векторов напряженности поля в названной точке (см. рис. 1.5, б) и установите, какой из них преобладает. 305. Вы ошибаетесь. Напишите формулу напряженности электрического поля плоского конденсатора и установите зависимость напряженности от расстояния между пластинами конденсатора. 306. Кремний — полупроводник, но предыдущий ответ более полный, а значит, и более правильный. 307. Неверно. При анализе формулы напряженности электрического поля плоского конденсатора учтите, что его напряжение в рассматриваемом случае не меняется. 308. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерный расчет см. в консультации 291. 309. Ответ правильный для второго варианта. Примерный расчет см. в консультации 252. 310. Верно для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 233. 311. Ответ правильный для четвертого варианта. Напряжение источника  $U = Ir = 0,2 \cdot 13 = 2,6$  В, внутреннее падение напряжения  $U_{вн} = E - U = 3 - 2,6 = 0,4$  В, а внутреннее сопротивление  $r_{вн} = U_{вн} / I = 0,4 / 0,2 = 2$  Ом. 312. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 295. 313. Ответ правильный для четвертого варианта. При включенной ЭДС  $E_1$  и выключенной ЭДС  $E_2$  эквивалентное сопротивление цепи

$$r = r_{вн} + r_1 + \frac{(r_2 + r_{вн2})r_3}{r_2 + r_{вн2} + r_3} = 10 + 50 + \frac{(50 + 10)30}{50 + 10 + 30} = 80 \text{ Ом.}$$

Ток  $I_1 = E_1 / r = 120 / 80 = 1,5$  А. 314. Ответ правильный для второго варианта. При  $t = \tau = L / r = 0,4 / 5 = 0,08$  с ток переходного процесса  $i = 0,37 \cdot 10 = = 3,7$  А. 315. Ответ правильный для первого варианта. Сопротивления цепи для первой гармоники:  $r = 18$  Ом;  $x_{L1} = \omega L = 2\pi \cdot 0,0318 = 10$  Ом;  $x_{C1} = = 1 / (\omega C) = 10^3 / (314 \cdot 88,5) = 36$  Ом;  $z_1 = \sqrt{r^2 + (x_{L1} - x_{C1})^2} = \sqrt{18^2 + (10 - 36)^2} = = 31,6$  Ом. Полное сопротивление цепи для третьей гармоники  $z_3 =$

$$= \sqrt{r^2 + \left(3x_{L1} - \frac{x_{C1}}{3}\right)^2} = \sqrt{18^2 + (3 \cdot 10 - 36/3)^2} = 25,4 \text{ Ом. Сопrotивление це-}$$

пи для постоянной составляющей тока равно бесконечности, так как в цепи имеется конденсатор. Поэтому постоянная составляющая тока равна нулю. Действующие значения токов первой и третьей гармоник:  $I_1 = U_1/z_1 = \sqrt{2} \cdot 100 / (\sqrt{2} \cdot 31,6) = 3,16 \text{ А}$ ;  $I_3 = U_3/z_3 = \sqrt{2} \cdot 25 / (\sqrt{2} \cdot 25,4) = 1 \text{ А}$ . Действующее значение несинусоидального тока  $I = \sqrt{I_1^2 + I_3^2} = \sqrt{3,16^2 + 1^2} = 3,32 \text{ А}$ . 316. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерный расчет см. в консультации 263. 317. Неверно. См. консультацию 305. 318. Неверно. Подсчитайте сопротивление катушки при повышенной температуре, а затем ее проводимость  $g = 1/r$ . 319. Ответ правильный для третьего варианта. Абсолютная диэлектрическая проницаемость резины  $\epsilon_a = \epsilon_r \epsilon_0 = 2,7 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м} = 23,9 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ . 320. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 295. 321. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерный расчет см. в консультации 341. 322. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерный расчет см. в консультации 523. 323. Ответ правильный для второго варианта. Узловое напряжение

$$U = \frac{E_1 g_1 + E_2 g_2}{g_1 + g_2 + g_3} = \frac{100 \cdot 0,1 + 100 \cdot 0,1}{0,1 + 0,1 + 0,05} = \frac{20}{0,25} = 80 \text{ В.}$$

Ток первого источника  $I_1 = (E_1 - U)g_1 = (100 - 80)0,1 = 2 \text{ А}$ . 324. Неверно. При правильном включении напряжения всех аккумуляторов равны. 325. Ответ правильный. Переходите к изучению следующего материала. 326. Опыт 3 не является единственным из указанных в задании, при котором в рамке появится ЭДС. 327. ЭДС можно получить и в неподвижном контуре, если изменять пронизывающий этот контур магнитный поток. 328. Ответ правильный для второго варианта. Взаимная индуктивность катушек

$$M = \mu_a \frac{\omega_1 \omega_2}{2\pi R} S = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{500 \cdot 1000}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^{-2}} \cdot 16 \cdot 10^{-4} = 1,6 \text{ мГн.}$$

329. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 551. 330. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 341. 331. Ответ правильный для третьего варианта. Примерный расчет см. в консультации 323. 332. Вы правы. Так как обмотки статора смещены в пространстве на  $120^\circ$  и имеют разное количество витков, то их ЭДС имеют разные начальные фазы и амплитуды. Причем в обмотке с большим числом витков индуцируется переменная ЭДС с большей амплитудой. 333. Ответ правильный для третьего варианта. 334. Неправильно. Определите напряженности, создаваемые токами первого и второго проводников. Затем произведите сложение полученных векторов. 335. Вы ошибаетесь. С увеличением поперечного сечения уменьшается магнитное сопротивление участков и увеличивается магнитный поток  $\Phi = I\omega/\Sigma R_m$ . 336. Ответ неправильный. Магнитное сопротивление  $R_m = l/(\mu_a S)$ . Чем больше абсолютная магнитная проницаемость материала, тем меньше магнитное сопротивление цепи и больше ее магнитный поток. 337. Неверно. Вы определили длину наибольшей магнитной линии в заданном сердечнике. 338. Вы правы. В указанных опытах будет меняться пронизывающий рамку магнитный поток. В результате в ней появится ЭДС. 339. Правильно. При указанных условиях в обмотке якоря появится ЭДС за счет изменяющегося магнитного потока, пронизывающего неподвижную обмотку якоря. 340. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 551. 341. Ответ правильный для третьего варианта. Положительное направление контурных токов  $I_1$  и  $I_{II}$  указано на рис. 6.6. Составим для каждого контура уравнение по второму закону Кирхгофа. Для контуров: первого  $E_1 + E_3 = I_1(r_1 + r_2 + r_3) - I_{II}r_5$ , второго  $E_2 - E_3 = I_{II}(r_3 + r_4 + r_6) - I_1 r_5$ . Подставляя в них заданные значения, получим  $160 = 40I_1 - 20I_{II}$ ,  $-140 = 40I_{II} - 20I_1$ . После решения этой системы уравнений найдем токи  $I_1 = 3 \text{ А}$ ,  $I_{II} = -2 \text{ А}$ . 342. Ответ неправильный. Ток в третьей ветви  $I_3 = I_1 - I_{II}$ . 343. Ответ правильный для третьего и четвертого вариантов. Для третьего варианта контурные токи  $I_1 = 3 \text{ А}$ ,  $I_{II} = -2 \text{ А}$ , ток третьей ветви  $I_3 = I_1 - I_{II} = 3 + 2 = 5 \text{ А}$ . 344. Правильно. При

равных ЭДС большой ток отдает аккумулятор с меньшим внутренним сопротивлением (с большей проводимостью). 345. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 313. 346. Неверно. Гармоники 1, 2 и 3-го порядков содержат несинусоидальные кривые, симметричные относительно начала координат. 347. Ответ правильный для второго варианта. Внутреннее сопротивление батарее (см. рис. 4.25, б)  $r_{\text{вн}} = nr_3/m = 3 \cdot 1/2 = 1,5$  Ом. 348. Ваш ответ был бы правильным, если бы напряженности поля в точке А от первого и второго проводников с токами совпадали по направлению. 349. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 376. 350. Ответ правильный для первого варианта. 351. Ответ правильный для четвертого варианта. 352. Правильно. С увеличением длины участков  $l_1$  и  $l_2$  воздушного зазора увеличивается магнитное сопротивление цепи (см. рис. 8.5) и уменьшается ее магнитный поток  $\Phi = I\omega/\Sigma R_m$ . 353. Правильно. Переходите к выполнению второго задания. 354. Во втором опыте рамка перемещается вдоль магнитных силовых линий. Поэтому ЭДС в ней возникать не будет. 355. См. консультацию 327. 356. Ответ правильный для первого варианта. Примерный расчет см. в консультации 323. 357. Ток аккумулятора  $I = (E - U)g$ . ЭДС и напряжения всех аккумуляторов равны. Следовательно, разрядный ток второго аккумулятора увеличен за счет большей его проводимости. 358. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 313. 359. Ответ правильный для второго варианта. Общее активное сопротивление катушки  $r_k = P/I^2 = 50/4 = 12,5$  Ом; полное сопротивление  $z = U/I = 125/2 = 62,5$  Ом. Активное сопротивление  $r_0 = r_k - r = 12,5 - 1 = 11,5$  Ом, а индуктивное  $x_L = \sqrt{z^2 - r_0^2} - x_{Lp} = \sqrt{62,5^2 - 11,5^2} - 2 = 59,25$  Ом. 360. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 314. 361. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 478. 362. Правильно. Напряженность поля в точке А от первого проводника с током  $H_1 = I/(2\pi x)$ , а от второго проводника  $H_2 = I/(2\pi x)$ . Нетрудно установить, что векторы  $\mathbf{H}_1$  и  $\mathbf{H}_2$  направлены в разные стороны. Поэтому результирующая напряженность  $H = H_1 - H_2$ . 363. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 376. 364. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 328. 365. Ответ правильный для третьего варианта. Магнитное сопротивление цепи

$$R_m = \frac{l\omega}{\Phi} = \frac{1 \cdot 300}{1,50 \cdot 10^{-3}} = 2 \cdot 10^5 \text{ 1/Гн.}$$

Размерность магнитного сопротивления в СИ:

$$[R_m] = \left[ \frac{l}{\mu_0 S} \right] = \frac{\text{м}}{\frac{\text{Гн}}{\text{м}} \cdot \text{м}^2} = \frac{1}{\text{Гн}}.$$

366. Неверно. Вы определили длину наименьшей магнитной линии в сердечнике. 367. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 551. 368. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 341. 369. Ответ правильный для первого и второго вариантов. Примерное решение см. в консультациях 341 и 343. 370. Ответ правильный для четвертого варианта. При  $t = 3\tau$  ток переходного процесса (см. рис. 18.7)

$$i = 0,95 \frac{U}{r} = 0,95 \frac{75}{25} = 0,95 \cdot 3 = 2,85 \text{ А.}$$

371. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 323. 372. 0,8 Тл — амплитуда магнитной индукции одной катушки. 373. Ответ правильный для третьего варианта. Примерный расчет см. в консультации 313. 374. Неверно. См. консультацию 414. 375. Ответ правильный для второго варианта. 376. Ответ правильный для первого варианта. Напряженность магнитного поля прямолинейного проводника с током  $H = I/(2\pi x)$ . Отсюда ток проводника  $I = H2\pi x = 1 \cdot 2\pi \cdot 100 = 628$  А. Напряженность поля на поверхности проводника  $H = I/(2\pi x) = 628/(2\pi \cdot 0,5) = 200$  А/см. 377. Неверно. Ток в



третьей ветви  $I_3 = I_1 - I_1$ . **378.** Ответ правильный для третьего варианта. При включенной ЭДС  $E_2$  и выключенной ЭДС  $E_1$  эквивалентное сопротивление цепи

$$r = r_{\text{вн}2} + r_2 + \frac{(r_1 + r_{\text{вн}1})r_3}{r_1 + r_{\text{вн}1} + r_3} = 1 + 9 + \frac{(9+1)10}{9+1+10} = 15 \text{ Ом.}$$

Ток  $I_2'' = E_2/r = 100/15 = 6,66 \text{ А}$ , а ток  $I_1'' = I_2'' \frac{r_3}{r_3 + r_1 + r_{\text{вн}1}} = 6,66 \frac{10}{10+9+1} = 3,33 \text{ А}$ . **379.** Ответ правильный для третьего варианта. Постоянная времени цепи (см. рис. 18.7)  $\tau = L/r = 0,225/15 = 0,015 \text{ с}$ . **380.** Ответ правильный для второго варианта. Сопротивления эквивалентной звезды равны

$$r_A = \frac{r_4 r_5}{r_3 + r_4 + r_5} = \frac{30 \cdot 30}{30 + 30 + 30} = 10 \text{ Ом}; r_B = r_B = 10 \text{ Ом.}$$

Эквивалентное сопротивление полученной цепи

$$r = r_{\text{вн}} + r_A + \frac{(r_2 + r_B)(r_1 + r_B)}{r_2 + r_B + r_1 + r_B} = 5 + 10 + \frac{(5+10)(20+10)}{5+10+20+10} = 35 \text{ Ом.}$$

Ток  $I = E/r = 10,5/35 = 0,3 \text{ А}$ . Ток  $I_1 = I \frac{r_2 + r_B}{r_1 + r_B + r_2 + r_B} = 0,3 \frac{50+10}{20+10+50+10} = 0,2 \text{ А}$ . **381.** См. консультацию 354. **382.** Ответ правильный для третьего варианта. Мощность источника  $P = UI = 110 \cdot 6 = 660 \text{ Вт}$ . Тепловая мощность  $P_\tau = I^2 r = 6^2 \cdot 1 = 36 \text{ Вт}$ , а механическая мощность  $P_m = P - P_\tau = 660 - 36 = 624 \text{ Вт}$ . **383.** Неверно. Сопротивление катушки  $r = \rho \frac{l}{S}$ , а индуктивность

$L = \mu_a \frac{\omega^2}{l} S$ . С каждым витком увеличиваются длина провода, сопротивление и

индуктивность. Однако темп их увеличения не одинаков. **384.** Ответ правильный для второго варианта. Ток катушки  $I = U/r = 110/55 = 2 \text{ А}$ . Энергия магнитного поля катушки  $W_L = LI^2/2 = 0,15 \cdot 2^2/2 = 0,3 \text{ Дж}$ . **385.** Первое уравнение для контура  $АВВГЖА$  составлено правильно. **386.** Ответ правильный для первого варианта. Узловое напряжение

$$U = \frac{E_1 g_1 + E_2 g_2}{g_1 + g_2 + g_3} = \frac{100 \cdot 0,1 + 100 \cdot 0,1}{0,1 + 0,1 + 0,1} = \frac{20}{0,3} = 66,7 \text{ В.}$$

Ток  $I_2 = (E_2 - U)g_2 = (100 - 66,7)0,1 = 3,33 \text{ А}$ . **387.** Вы торопитесь с ответом. Обратите внимание на то, что при автоблокировке рельсовые нити используются как проводники электрического тока, поступающего в обмотку путевого реле  $ПР$  (см. рис. 8.13). **388.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 328. **389.** Магнитное поле катушки, направленное в воздушном зазоре сверху вниз, при выключении тока начнет исчезать. Индуцируемый ток при этих условиях стремится поддержать исчезающий магнитный поток. Поэтому он направлен по ходу часовой стрелки. **390.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 382. **391.** Ответ правильный. С увеличением числа витков индуктивность катушки  $L =$

$= \mu_a \frac{\omega^2}{l} S$  возрастает быстрее, чем сопротивление  $r = \rho l/S$ . **392.** Ответ пра-

вильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 438. **393.** Вы правы. Во втором уравнении, составленном для контура  $АВГЖА$ , неверно указан знак ЭДС  $E_2$ . Эта ЭДС не совпадает с направлением обхода контура (с направлением движения стрелки часов). **394.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 758. **395.** Вы правы. Поверхности, ограниченные первой и второй окружностями, пронизываются одним и тем же током проводника  $I$ . Поэтому  $F_1 = I$  и  $F_2 = I$  или  $F_1 = F_2$ . **396.** Вы ошибаетесь. Направление магнитных силовых линий на этом рисунке соответствует направлению тока. **397.** Ответ правильный для второго варианта. Пояснение см. в консультации 376. **398.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 365. **399.** Ответ правильный для второго и четвертого вариантов. Площадь поперечного сечения заданного сердечника  $S =$

$= 50 \cdot 50 = 2500 \text{ мм}^2 = 25 \text{ см}^2$ . Магнитная индукция  $B = \Phi/S = 37,5 \cdot 10^{-4} / (25 \cdot 10^{-4}) = 1,5 \text{ Тл}$ . 400. Вы неправы. Направление магнитных силовых линий на этом рисунке соответствует направлению тока. 401. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 365. 402. Неверно. Определите площадь поперечного сечения заданного сердечника, а затем магнитную индукцию  $B = \Phi/S$ . 403. Правильно. Если лопнет рельс, то иарушится электропитание путевого реле. В этом случае на светофоре зажжется красный свет. 404. Неверно. См. консультацию 389. 405. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 382. 406. См. консультацию 383. 407. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 328. 408. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 438. 409. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 386. 410. Ответ правильный для первого варианта. Напряжение батарей  $U = E - I r_{\text{вн}} = 9 - 0,6 = 8,4 \text{ В}$ . 441. Ответ правильный для первого аарианта. Примерное решение см. в консультации 378. 412. Ответ правильный для первого варианта. Примерный расчет см. в консультации 380. 413. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 1071. 414. Неверно. Нужно учесть, что замкнутые поверхности, ограниченные первой и второй окружностями, пронизываются одним и тем же током проводника. 415. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 379. 416. Ответ правильный для четвертого варианта. Ток катушки  $I = U/\rho = 24/40 = 0,6 \text{ А}$ . Напряженность магнитного поля по среднему радиусу

$$H = \frac{Iw}{2\pi R} = \frac{0,6 \cdot 157}{2 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 10^{-2}} = 300 \text{ А/м}.$$

417. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 365. 418. Ответ правильный для первого и третьего вариантов. Примерное решение см. в консультации 399. 419. См. консультацию 387. 420. Вы ошибаетесь. См. консультацию 389. 421. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 382. 422. Вы правы. На отрезке времени  $t_3$  магнитный поток не меняется. При этом условии ЭДС самоиндукции в катушке не возникает. 423. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 438. 424. Четвертое уравнение для контура ГДЕЖГ составлено правильно. 425. Третье уравнение для контура АБГДЕЖА составлено правильно. 426. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 386. 427. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерный расчет см. в консультации 380. 428. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 315. 429. См. консультацию 1082. 430. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 378. 431. Правильно. Только при наличии указанных условий можно написать  $\sum H_1 \Delta l = H \sum \Delta l$ . 432. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 416. 433. Ответ правильный для второго варианта. Сила взаимодействия двух проводников

$$F = \mu_0 \frac{I_1 I_2 l}{2\pi a} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{10 \cdot 13}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 10^{-2}} \cdot 50 = 2,6 \cdot 10^{-3} \text{ Н}.$$

434. Вы ошибаетесь. Направление магнитных силовых линий на этом рисунке соответствует направлению тока. 435. Неверно. На отрезках времени  $t_2$  и  $t_4$  происходит изменение магнитного потока катушки. При этом условии в ней возникает ЭДС. 436. Ответ правильный для четвертого варианта. Взаимная индуктивность вариометра  $M = (L_{\text{max}} - L_{\text{min}})/4 = (16 - 2)/4 = 3,5 \text{ мГн}$ . 437. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 384. 438. Ответ правильный для второго варианта. При включении катушки ЭДС самоиндукции направлена навстречу постоянному напряжению источника  $U$ . Поэтому ток в цепи  $i = (U - e_L)/r$ . Из этой формулы определим сопротивление катушки  $r = (U - e_L)/i$ . ЭДС самоиндукции  $e_L = -L \frac{di}{dt} = 40 \cdot 10^{-3} \cdot 1000 = 40 \text{ В}$ . Сопротивление катушки  $r = (U - e_L)/i = (50 - 40)/5 = 2 \text{ Ом}$ . Установившийся ток  $I = U/r = 50/2 = 25 \text{ А}$ , а энергия магнитного поля катушки

$$W_L = \frac{LI^2}{2} = \frac{40 \cdot 10^{-3} \cdot 25^2}{2} = 12,5 \text{ Дж.}$$

**439.** Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 386. **440.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 533. **441.** Ответ правильный для второго варианта. Примерный расчет см. в консультации 378. **442.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерный расчет см. в консультации 380. **443.** Правильно. В момент времени  $t_2$ , когда ток  $i_a$  достигает отрицательного максимального значения, вращающийся магнитный поток статора направлен от  $A$  к  $X$ . **444.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 1070. **445.** Правильно. **446.** Вы неправы. Одного указанного условия недостаточно для записи данной формулы. **447.** Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 416. **448.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 433. **449.** Неверно. См. консультацию 402. **450.** Вы ошибаетесь. С увеличением длины любого участка увеличивается магнитное сопротивление цепи, а следовательно, уменьшается магнитный поток. **451.** Ответ правильный для третьего варианта.  $\text{ЭДС } E = \omega \times \frac{d\Phi}{dt}$ . Отсюда скорость изменения магнитного потока  $\frac{d\Phi}{dt} = \frac{E}{\omega} = \frac{90}{30} = 3 \text{ Вб/с}$ . **452.** Неправильно. По данным таблицы постройте график  $U_L(I)$ . Затем вычислите емкостное сопротивление  $x_C = 1/(2\pi fC)$  и постройте прямую  $U_C(I)$ . Абсцисса точки пересечения построенных графиков выражает ток феррорезонанса напряжений. **453.** Неверно. На векторной диаграмме векторы всех фазных ЭДС будут повернуты относительно своего нормального положения на  $180^\circ$ . В результате получим симметричную систему фазных ЭДС обратной последовательности. **454.** Вы допускаете две ошибки. Повторите правило буравчика для кругового тока. **455.** Неверно. Обратите внимание на то, что напряженность поля  $H$  в указанной формуле стоит перед знаком суммы. **456.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 416. **457.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 433. **458.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 1070. **459.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 477. **460.** Ответ правильный для третьего варианта. Узловое напряжение

$$U = \frac{E_1 g_1 + E_2 g_2}{g_1 + g_2 + g_3} = \frac{100 \cdot 0,1 + 100 \cdot 0,1}{0,1 + 0,1 + 0,2} = \frac{20}{0,4} = 50 \text{ В.}$$

Ток  $I_3 = U g_3 = 50 \cdot 0,2 = 10 \text{ А}$ . **461.** Неверно. Ток  $I_1$  находят путем алгебраического сложения частичных токов  $I'_1$  и  $I''_1$ . **462.** Ответ правильный для второго варианта. Вы уже определили общий ток  $I = 0,3 \text{ А}$  и ток  $I_1 = 0,2 \text{ А}$  (см. консультацию 380). Для узловой точки  $\Gamma$  (см. рис. 6.11) напомним уравнение по первому закону Кирхгофа:  $I = I_1 + I_2$ . Отсюда ток  $I_2 = I - I_1 = 0,3 - 0,2 = 0,1 \text{ А}$ . **463.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 460. **464.** Ответ правильный для четвертого варианта. Ток  $I_1 = I'_1 - I''_1 = 1,5 - 0,5 = 1 \text{ А}$ . **465.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 462. **466.** Ток равен нулю при обрыве первичной цепи, когда ее сопротивление  $z_1 = \infty$ . **467.** Вы неверно указываете направление тока в первой катушке. **468.** Вы ошибаетесь. Определите напряженность магнитного поля в точке  $B$  от каждого проводника с током в отдельности. Результирующая напряженность  $H_B = H_{1B} + H_{2B}$ . **469.** Ответ правильный для второго варианта. Ток катушки  $I = U/r = 24/80 = 0,3 \text{ А}$ . Напряженность магнитного поля  $H = \frac{I\omega}{2\pi R} = \frac{0,3 \cdot 57}{2 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 10^{-2}} = 150 \text{ А/м}$ , а магнитная индукция  $B = \mu_0 H = 4\pi \times 10^{-7} \cdot 150 = 1,88 \cdot 10^{-4} \text{ Тл}$ . **470.** Правильно. Все указанные вами действия уменьшают магнитное сопротивление цепи, что приводит к увеличению магнитного потока. **471.** Неверно. Обратите внимание на две шкалы напряженности магнитного поля (см. рис. 8.7). Нижняя шкала относится только к литой стали.

472. Ответ правильный для первого варианта. Примерный расчет см. в консультации 451. 473. Вы ошибаетесь. На отрезках времени  $t_1$  и  $t_5$  происходит изменение магнитного потока катушки. При этом условии в ней появляется ЭДС. 474. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 436. 475. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 384. 476. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 370. 477. Ответ правильный для второго варианта. По законам Кирхгофа составляем три уравнения (см. рис. 6.5):  $I_1 + I_3 = I_2$ ,  $E_1 = I_1 r_1 + I_2 r_2$ ,  $E_2 = I_3 r_3 - I_1 r_1$ . После подстановки значений ЭДС, сопротивлений и решения системы уравнений получим  $I_2 = 4$  А. 478. Ответ правильный для четвертого варианта. Входное сопротивление четырехполюсника  $r_{вх} = U_1/I_1 = 53/13 = 4,1$  Ом. 479. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерный расчет см. в консультации 462. 480. Верно для второго варианта. Примерный расчет см. в консультации 460. 481. Правильно для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 1078. 482. Ответ правильный для первого и третьего вариантов. Примерное решение см. в консультации 464. 483. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 1071. 484. Вы неверно указываете направление тока во второй катушке. 485. Правильно. Напряженность магнитного поля в точке  $B$

$$H_B = H_{1B} + H_{2B} = \frac{I}{2\pi 3x} + \frac{I}{2\pi x} = \frac{I}{2\pi x} \left( \frac{1}{3} + 1 \right) = \frac{2I}{2\pi x}.$$

486. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 469. 487. Неверно. На первый проводник действуют две силы  $F_{12}$  и  $F_{13}$ . Нужно определить направление этих сил и написать формулу результирующей силы  $F_1$ . 488. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерный расчет см. в консультации 433. 489. Неверно. Увеличение воздушного зазора резко увеличивает магнитное сопротивление цепи, что приводит к уменьшению магнитного потока. 490. Ответ правильный для второго и четвертого вариантов. 491. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 451. 492. См. консультацию 473. 493. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 436. 494. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 384. 495. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 477. 496. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 359. 497. Вы ошибаетесь. См. консультацию 450. 498. Неверно. Обратите внимание на две шкалы напряженности магнитного поля для кривых намагничивания. Нижняя из них относится только к литой стали. 499. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 451. 500. Ответ неправильный. В рассматриваемом варианте изменяются направления магнитного потока и тока якоря. Пользуясь правилом левой руки, нетрудно установить, что направление сил  $F$  в этих условиях не изменится. 501. Взаимную индуктивность можно определить из формулы ЭДС  $e_M = -M \frac{di}{dt}$ . В ней отсутствует расстояние между катушками. 502. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 436. 503. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 477. 504. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерный расчет см. в консультации 460. 505. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 462. 506. Ответ правильный для второго варианта. Примерный расчет в консультации 464. 507. Напряжение конденсаторов во время переходного процесса  $u_C = Ue^{-t/\tau}$ . Определите напряжение  $u_C$  при  $t = 10\tau$ . 508. Вы правы. Кривая на рис. 16.5, б симметрична относительно оси ординат. Она содержит постоянную составляющую и ряд косинусоид. 509. Ответ правильный. 510. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 1051. 511. Вы допускаете ошибку. Обратите внимание на указанную размерность магнитной индукции. 512. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 370. 513. Ответ правильный для первого варианта. В первом задании вы определили ток  $I_1 = 3,33$  А. Мощность первого источника  $P_1 = E_1 I_1 = 100 \cdot 3,33 = 333$  Вт. 514. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в кон-

сультации 469. **515.** Неверно. Вы указываете формулу напряженности магнитного поля в точке *B*, создаваемого только одним проводом. **516.** Правильно. На первый проводник действуют силы  $F_{12}$  и  $F_{13}$ . Они направлены в разные стороны. Поэтому результирующая сила  $F_1 = F_{12} - F_{13}$ . **517.** Вы допускаете грубую ошибку. Еще раз повторите первый закон Кирхгофа для магнитной цепи. **518.** Ответ правильный для первого и третьего вариантов. **519.** Магнитный поток, пронизывающий катушку, в указанные промежутки времени изменяется с наибольшей скоростью. При этом условии ЭДС становится максимальной. **520.** Правильно. В данном варианте изменится направление магнитного потока электродвигателя. Пользуясь правилом левой руки, нетрудно установить направление сил  $F$  (см. рис. 9.9, *a*), действующих на якорь. Они изменят свое направление, и двигатель будет вращаться по ходу стрелки часов. **521.** Вы правы. ЭДС взаимной индукции  $e_M = -M \frac{di}{dt}$ .

Если известны ЭДС  $e_M$  и скорость изменения тока  $\frac{di}{dt}$ , то легко определить и взаимную индуктивность  $M$ . **522.** Вы допускаете ошибку в определении напряженности магнитного поля по кривым намагничивания (см. рис. 8.7). **523.** Ответ правильный для второго варианта. По первому закону Кирхгофа (см. рис. 6.5),  $I_1 + I_3 = I_2$ , а по второму закону Кирхгофа,  $E_1 = I_2 r_2 + I_1 r_1$  и  $E_1 + E_2 = I_2 r_2 + I_3 r_3$ . В результате решения этой системы уравнений получим  $I_1 = -1$  А. **524.** Вы ошибаетесь. ЭДС индукции прямо пропорциональна скорости изменения магнитного потока, пронизывающего катушку. Определите, в какие промежутки времени эта скорость достигнет наибольшего значения. **525.** Неверно. С увеличением напряжения увеличится ток электродвигателя, а его направление останется прежним. Значит, не изменится направление сил  $F$  и вращения якоря двигателя. **526.** Неверно. При  $M = 0$  ЭДС самоиндукции во втором контуре наводиться не будет. Это не соответствует условию задания. **527.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 523. **528.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерный расчет см. в консультации 513. **529.** Ответ правильный для второго варианта. Зарядный ток снизится до 5 % от наибольшего значения при  $t = 3\tau = 3rC = 3 \cdot 40 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-6} = 360 \cdot 10^{-3} = 0,36$  с. **530.** При постоянном напряжении ток первичной обмотки и магнитный поток в трансформаторе не меняются. При этих условиях во вторичной обмотке трансформатора ЭДС не возникает и вторичный ток  $I_2 = 0$ . **531.** Правильно. Индукция вращающегося магнитного поля  $B = 1,5 B_m = 1,5 \cdot 0,8 = 1,2$  Тл. **532.** Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 75. **533.** Ответ правильный для второго варианта. Для электротехнической стали марки Э31 с толщиной листов 0,35 мм  $p = 1,6$  Вт/кг (см. табл. 17.1). Значит, мощность потерь в стали  $P_C = p(B_m)^2 G = 1,6 \cdot 1,2^2 \cdot 3 = 1,6 \cdot 1,21 \cdot 3 = 5,8$  Вт. **534.** Правильно. Все указанные единицы величин относятся к СИ. **535.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 469. **536.** Неправильно. Учтите, что силы  $F_{12}$  и  $F_{13}$  направлены в разные стороны. **537.** Правильно. Это уравнение справедливо для двух узловых точек магнитной цепи *A* и *G*. **538.** Ответ правильный для второго и четвертого вариантов.  $I\omega = Hl = 30 \cdot 100 = = 3000$  А. **539.** См. консультацию 524. **540.** Неверно. Вы принимаете ток катушки за скорость его изменения. **541.** Вы неверно указываете знаки магнитных напряжений. Повторите правило и исправьте ошибку. **542.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерный расчет см. в консультации 523. **543.** Ответ правильный для четвертого варианта. Фазное напряжение приемника  $U_\phi = U_n / \sqrt{3} = = 220 / \sqrt{3} = 127$  В. Фазные токи равны:  $I_A = U_\phi / r_A = 127 / 42,3 = 3$  А;  $I_B = = U_\phi / r_B = 127 / 127 = 1$  А;  $I_C = I_B = 1$  А. Активная мощность трехфазной цепи  $P = U_A I_A \cos \phi_A + U_B I_B \cos \phi_B + U_C I_C \cos \phi_C = 127 \cdot 3 + 127 \cdot 1 + + 127 \cdot 1 = 635$  Вт.

**544.** Вращающийся магнитный поток статора направлен от *X* к *A* в моменты времени  $t_0$  и  $t_4$ , когда ток  $I_B$  достигает положительного максимального значения. **545.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерный расчет см. в консультации 75. **546.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 844. **547.** Неверно. Обратите внимание на размерность магнитной индукции и потока. **548.** Правильно. На третий проводник действуют две силы:  $F_{31}$  и  $F_{32}$ . Так как они направлены в одном направлении, то результирующая

сила  $F_3 = F_{31} + F_{32}$ . **549.** Неверно. Не учтены знаки магнитных потоков. Потоки, направленные от узловой точки, пишут в левую часть уравнения с минусовым знаком. **550.** Допущена ошибка в определении напряженности магнитного поля по кривым намагничивания (см. рис. 8.7). **551.** Ответ правильный для третьего варианта. Индуктивность цилиндрической катушки  $L = \mu_0 \frac{\omega^2}{l} S$ . Отсюда число витков катушки

$$\omega = \sqrt{\frac{LI}{\mu_0 S}} = \sqrt{\frac{1 \cdot 10^{-3} \cdot 12,56 \cdot 10^{-2}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 16 \cdot 10^{-4}}} = 250.$$

**552.** Вы ошибаетесь. На третий проводник действуют силы  $F_{31}$  и  $F_{32}$ , направленные в одну сторону. Поэтому результирующая сила  $F_3 = F_{31} + F_{32}$ . **553.** Ответ правильный для четвертого варианта. Магнитная индукция в воздушном зазоре  $B = B_m \sin \alpha$ . Отсюда  $B_m = B / \sin \alpha = 0,707 / \sin 45^\circ = 0,707 \cdot 2 / \sqrt{2} = 1$  Тл. **554.** Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 824. **555.** Правильно. Произведение коэффициентов амплитуды и формы:  $k_a k_\Phi = \frac{U_m U}{U U_{cp}} = \frac{U_m}{U_{cp}}$ . Среднее значение напряжения заданной формы выражается средней ординатой треугольника. Оно равно площади треугольника, деленной на его основание:  $U_{cp} = U_m \cdot U_m / (2 U_m) = U_m / 2$ . Поэтому  $k_a k_\Phi = U_m / U_{cp} = U_m 2 / U_m = 2$ .

**556.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 379. **557.** Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 379. **558.** Ответ правильный для первого варианта. Примерный расчет см. в консультации 75. **559.** Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 370. **560.** Неверно. Обратите внимание на указанную размерность напряженности магнитного поля. **561.** Ответ правильный для второго варианта. Примерный расчет см. в консультации 513. **562.** Неверно. На третий проводник действует не одна, а две силы. Нужно определить их направление и написать формулу результирующей силы  $F_3$ . **563.** Неверно указан знак намагничивающей силы. Повторите правило и исправьте ошибку. **564.** Ответ правильный для первого и третьего вариантов. Примерное решение см. в консультации 538. **565.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 847. **566.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 848. **567.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 873. **568.** Правильно. Проводимости параллельных ветвей и всей цепи (см. рис. 13.7) образуют прямоугольный треугольник. Поэтому полная проводимость цепи  $y = \sqrt{g_1^2 + (b_2 - b_3)^2}$ . **569.** По формуле  $P = UI$  вычисляется активная мощность реального колебательного контура при резонансе токов. **570.** Ответ правильный для второго варианта. Общий ток  $I_k = I_n \cos \varphi = 10 \cos 60^\circ = 5$  А. **571.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 666. **572.** Неверно. Вы указали арифметическую сумму амплитуд заданных токов. Нужно определить мгновенные значения токов  $i_1$  и  $i_2$  при  $t = 0,001$  с. Искомый ток  $i = i_1 + i_2$ . **573.** Вы ошибаетесь. Учтите, что магнитный поток совпадает по фазе с током, а ЭДС самоиндукции отстает от тока на угол  $90^\circ$ . **574.** См. консультацию 842. **575.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 844. **576.** Ответ неправильный. Среднее значение мгновенной мощности за один период переменного тока равно нулю только на реактивных сопротивлениях индуктивности и емкости. **577.** Неверно. На рис. 12.13, а представлена векторная диаграмма заданной электрической цепи, когда  $U_{L1} + U_{L2} > U_{C1} + U_{C2}$ . Из диаграммы видно, что в этом режиме напряжение цепи опережает ток на угол  $\varphi$ . Значит, цепь имеет индуктивный, а не емкостный характер. **578.** Ответ неправильный. При  $x_L < x_C$  цепь имеет емкостный характер (общее напряжение отстает от тока на угол  $\varphi$ ). На указанном графике (см. рис. 12.11) ток и напряжение совпадают по фазе ( $\varphi = 0$ ). **579.** Правильно. При указанном режиме напряжение цепи отстает по фазе от тока на угол  $\varphi$ . Цепь при этом имеет емкостный характер. **580.** Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 847. **581.** Ответ правильный для второго варианта. Ток первой катушки  $I_1 = U / z_1 = 50 / \sqrt{40^2 + 30^2} = 1$  А, второй катуш-

ки  $I_2 = U / z_2 = 50 / \sqrt{80^2 + 60^2} = 0,5$  А. Активные и реактивные составляющие токов в параллельных ветвях:

$$I_{a1} = I_1 \cos \varphi_1 = I_1 \frac{r_1}{z_1} = 1 \frac{40}{50} = 0,8 \text{ А}; I_{p1} = I_1 \sin \varphi_1 = \\ = I_1 \frac{x_{L1}}{z_1} = 1 \frac{30}{50} = 0,6 \text{ А}; I_{a2} = I_2 \cos \varphi_2 = I_2 \frac{r_2}{z_2} = 0,5 \frac{80}{100} = 0,4 \text{ А}; \\ I_{p2} = I_2 \sin \varphi_2 = I_2 \frac{x_{L2}}{z_2} = 0,5 \frac{60}{100} = 0,3 \text{ А}.$$

Активная составляющая тока цепи  $I_a = I_{a1} + I_{a2} = 0,8 + 0,4 = 1,2$  А. **582.** Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 553. **583.** Ответ правильный для третьего варианта. Действующее значение переменного тока находим из уравнения  $i^2 r t_2 = I^2 r (t_1 + t_2)$ . Отсюда

$$I = \sqrt{\frac{i^2 t_2}{t_1 + t_2}} = i \sqrt{\frac{t_2}{t_1 + t_2}} = 1,41 \sqrt{\frac{0,2}{0,2 + 0,2}} = 1 \text{ А}.$$

**584.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 619. **585.** Неверно. Определите мгновенные значения токов  $i_1$  и  $i_2$  при  $t = 0,001$  с. Затем вычислите суммарный ток  $i = i_1 + i_2$ . **586.** Неверно. Определите мгновенное значение напряжения при  $\omega t = 30^\circ$ . Амплитуда напряжения  $U_m = u / \sin \omega t$ . **587.** Правильно. Магнитный поток и ток в индуктивности опережают по фазе ЭДС самоиндукции на  $90^\circ$ . Поэтому мгновенное значение магнитного потока  $\Phi = \Phi_m \sin(\omega t + 90^\circ)$ . **588.** Неверно. Определите продолжительность одного периода переменного напряжения. За каждый период конденсатор заряжается два раза. **589.** Правильно. При увеличении индуктивности увеличивается и индуктивное сопротивление  $x_L = 2\pi f L$ . Из треугольника сопротивлений (см. рис. 12.2, б) видно, что угол сдвига фаз  $\varphi$  при этом будет увеличиваться. **590.** Правильно. При  $t = 0,001$  с мгновенные значения токов:  $i_1 = 10 \sin(\omega t + 20^\circ) = 10 \sin(2\pi \cdot 50 \times 0,001 \frac{360}{2\pi} + 20^\circ) = 10 \sin(18^\circ + 20^\circ) = 10 \sin 38^\circ = 10 \cdot 0,6157 = 6,157$  А;

$i_2 = 5 \sin(\omega t - 5^\circ) = 5 \sin(18^\circ - 5^\circ) = 5 \sin 13^\circ = 5 \cdot 0,225 = 1,125$  А. Суммарный ток  $i = i_1 + i_2 = 6,157 + 1,125 = 7,28$  А. **591.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 553. **592.** Ответ правильный, но требует пояснения. **593.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 619. **594.** См. консультацию 573. **595.** Ошибается. С возрастанием индуктивности увеличивается индуктивное сопротивление цепи  $x_L = 2\pi f L$ . По треугольнику сопротивлений (см. рис. 12.2, б) легко установить зависимость угла сдвига фаз  $\varphi$  от сопротивления  $x_L$  при постоянном активном сопротивлении. **596.** См. консультацию 588. **597.** Правильно. При равенстве реактивных сопротивлений  $x_L = x_C$  общее напряжение совпадает по фазе с током и цепь (см. рис. 12.7) будет иметь активный характер. **598.** Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 873. **599.** Правильно. В идеальном контуре отсутствуют тепловые потери электрической энергии. При этом условии ток источника  $I = 0$  и активная мощность  $P = 0$ . **600.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 570. **601.** Неверно. Комплексы  $A$  и  $B$  имеют разные модули. **602.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 583. **603.** Ошибается. При указании вам режиме напряжение цепи и ток совпадают по фазе. Цепь будет иметь активный характер. **604.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 873. **605.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 847. **606.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 581. **607.** Неправильно. При резонансе токов колебательный контур потребляет только активную энергию. **608.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 570. **609.** Неверно. Комплексы  $A$  и  $C$  имеют разные по величине аргументы. **610.** Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 583. **611.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 553. **612.** См. консультацию 585. **613.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 619. **614.** Вы не правы. Ток и напряжение на активном сопротивлении совпадают по фазе. Это значит, что их начальные фазы должны быть равны по величине и знаку. **615.** См. кон-

сультацию 573. 616. См. консультацию 588. 617. См. консультацию 595. 618. Неверно. Два заданных синусоидальных напряжения изобразите векторами. Определите вектор общего напряжения и его начальную фазу. 619. Ответ правильный для второго варианта. При  $t = 0,001$  с мгновенное значение синусоидального тока

$$i = I_m \sin(2\pi ft + \psi) = 10 \sin\left(\frac{2\pi \cdot 50 \cdot 0,001 \cdot 360}{2\pi} + 60^\circ\right) = 10 \sin(18^\circ + 60^\circ) =$$

$= 10 \sin 78^\circ = 10 \cdot 0,978 = 9,78$  А. 620. Правильно. Ток и напряжение на активном сопротивлении имеют одинаковые начальные фазы (в данном случае  $-\pi/2$ ).

621. Правильно. Продолжительность одного периода переменного напряжения промышленной частоты  $T = 1/f = 1/50$  с. За это время конденсатор заряжается два раза (см. рис. 11.10). За 1 с конденсатор зарядится 100 раз. 622. Вы ошибаетесь. Полное сопротивление рассматриваемого фильтра  $z = x_L - x_C$ . Учтите, что с возрастанием частоты индуктивное сопротивление увеличивается, а емкостное — уменьшается. 623. Неверно. Еще раз повторите § 13.1, ч. 1 и 2. 624. Для

изменения частоты собственных колебаний контура  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}$  необходимо изме-

нить его емкость или индуктивность. Это противоречит условию задания. 625. Ошибаетесь. Советуем построить векторную диаграмму напряжения и токов для заданной цепи. Нужно учесть, что ток первой ветви  $I_1$  совпадает по фазе с общим напряжением, ток второй  $I_2$  отстает от напряжения на угол  $90^\circ$ , а ток третьей  $I_3$  опережает напряжение на  $90^\circ$ . Из векторной диаграммы легко определить угол  $\varphi$  между напряжением и общим током цепи. 626. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 570. 627. Правильно. Комплексы  $A$  и  $D$  имеют одинаковые модули, равные по величине, но противоположные по знаку аргументы. 628. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 583. 629. Вспомните явление электромагнитной индукции. Индуцированная в контуре ЭДС прямо пропорциональна скорости изменения магнитного

потока контура:  $e = -w \frac{d\Phi}{dt}$ . 630. Правильно. Частота ЭДС источника пита-

ния должна быть равна частоте собственных колебаний контура. В этом случае в колебательном контуре возникает резонанс токов. 631. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 786. 632. Вы правы. Токи в ветвях с сопротивлениями  $x_L$  и  $x_C$  равны по величине, но сдвинуты по фазе на  $180^\circ$ , компенсируют друг друга. Поэтому общий ток заданной цепи равен току первой параллельной ветви, который совпадает по фазе с общим напряжением. Следовательно, угол  $\varphi = 0$ ,  $a \cos \varphi = 1$ . 633. Правильно.

$$C = A/B = 25 e^{-j55^\circ} / (5 e^{-j85^\circ}) = 5 \cos 30^\circ + j5 \sin 30^\circ = 4,3 + j2,5.$$

634. Ответ неточный. См. консультацию 629. 635. Вы определили амплитуду индуцированной ЭДС  $E_m = 2\pi f w \Phi_m = 6,28 \cdot 50 \cdot 500 \cdot 0,002 = 314$  В. Вывод указанной формулы представлен в консультации 664. Вычислите действующее значение ЭДС  $E = E_m / \sqrt{2}$ . 636. Неверно. Ток и напряжение на активном сопротивлении совпадают по фазе. 637. Неверно. Постройте кривые напряжения и тока, заданных уравнениями. Обратите внимание на то, что ток достигает нулевых значений раньше, чем напряжение (угол  $\varphi = -50^\circ$ ). 638. Неверно. На рис. 11.5, а видно, что катушка индуктивности потребляет энергию в первую и третью части периода. Укажите направление ЭДС самоиндукции в эти части. 639. Ответ неправильный. Учтите, что для постоянного тока индуктивное сопротивление равно нулю. 640. См. консультацию 622. 641. Вы правы. После разряда конденсатора ток в катушке индуктивности поддерживается ЭДС самоиндукции. 642. Ответ правильный для первого и третьего вариантов. Примерное решение см. в консультации 581. 643. Ответ правильный для первого варианта. Активные проводимости ветвей: первой  $g_1 = r_1 / (r_1^2 + x_{L1}^2) = 30 / (30^2 + 40^2) = 30 / 2500 = 0,012$  См, второй  $g_2 = r_2 / (r_2^2 + x_{L2}^2) = 30 / (30^2 + 40^2) = 30 / 2500 = 0,012$  См; всей цепи  $g = g_1 + g_2 = 0,012 + 0,012 = 0,024$  См. 644. Ответ правильный для четвертого вариан-

та. Токи катушек:  $I_1 = U/z_1 = 100/\sqrt{30^2 + 40^2} = 2$  А;  $I_2 = U/z_2 = 100/\sqrt{80^2 + 60^2} = 1$  А. Реактивные составляющие токов: первого  $I_{p1} = I_1 \sin \varphi_1 =$

$= 2 \frac{40}{50} = 1,6$  А; второго  $I_{p2} = I_2 \sin \varphi_2 = 1 \frac{60}{100} = 0,6$  А; всей цепи  $I_p = I_{p1} +$

$+ I_{p2} = 1,6 + 0,6 = 2,2$  А. 645. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное



решение см. в консультации 643. **646.** Ответ неточный. Емкостное сопротивление  $x_C = \frac{1}{2\pi fC}$  можно изменить путем изменения частоты или емкости. **647.** См. консультацию 625. **648.** Неверно определены вещественная и мнимая части комплексного числа. **649.** Неправильно. Индуцированная в катушке ЭДС  $e = -\omega \frac{d\Phi}{dt}$ , где  $\omega$  — число витков катушки;  $d\Phi/dt$  — скорость изменения потока.

По этой формуле определите амплитудное, а затем действующее значение индуцированной ЭДС. **650.** Правильно. ЭДС в контуре прямо пропорциональна скорости изменения пронизывающего его магнитного потока. **651.** См. консультацию 637. **652.** Вы неправильно определили амплитуду и начальную фазу общего напряжения. **653.** См. консультацию 638. **654.** Правильно. Сопротивление катушки для переменного тока  $z = \sqrt{r^2 + x_L^2}$ . Постоянному току эта же катушка оказывает сопротивление  $R < r$ . **655.** Вы ошибаетесь. Обратите внимание на то, что в цепи с емкостью ток опережает напряжение на угол  $90^\circ$ , а напряжение и электрический заряд совпадают по фазе. **656.** Неверно. Определите причину перезаряда конденсатора. **657.** Правильно. Сопротивление рассматриваемого фильтра для резонансной частоты  $z = x_L - x_C = 1000 - 1000 = 0$ . Для удвоенной частоты  $z = 2x_L - x_C/2 = 2000 - 500 = 1500$  Ом. **658.** Ответ правильный для первого и третьего вариантов. Примерное решение см. в консультации 644. **659.** Неверно. Ток катушки состоит из двух составляющих: активной, равной общему току контура, и реактивной, равной (по абсолютной величине) току конденсатора. **660.** См. консультацию 625. **661.** Неверно. По горизонтальной оси комплексной плоскости отложите действительную часть, а по вертикальной — мнимую данного комплекса, принимая во внимание их знаки. **662.** Проверьте знаки действительной и мнимой частей комплексного числа. **663.** Ответ неточный. См. консультацию 629. **664.** Правильно. ЭДС, индуцированная в катушке при изменении сцепленного с ней магнитного потока, определяется формулой  $e = -\omega \frac{d\Phi}{dt}$ , где  $\omega$  — число витков катушки;  $d\Phi/dt$  — скорость изменения потока. В данном случае поток

$\Phi = \Phi_m \sin \omega t$ , а ЭДС  $e = \omega \frac{d(\Phi_m \sin \omega t)}{dt} = \omega \Phi_m \omega \cos \omega t = 2\pi f \omega \Phi_m \sin(\omega t - 90^\circ)$ . Следовательно, амплитуда ЭДС  $E_m = 2\pi f \omega \Phi_m$ , а действующее значение  $E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f \omega \Phi_m}{\sqrt{2}} = 4,44f \omega \Phi_m = 4,44 \cdot 50 \cdot 0,002 = 222$  В. **665.** Вы неправильно определили начальную фазу общего напряжения. **666.** Ответ правильный для третьего варианта. В данном случае все токи и напряжения совпадают по фазе. Амплитуды токов: первого  $I_{1m} = U_m/r_1 = 100/10 = 10$  А; второго  $I_{2m} = U_m/r_2 = 100/10 = 10$  А; всей цепи  $I_m = I_{1m} + I_{2m} = 10 + 10 = 20$  А. Уравнение тока всей цепи  $i = I_m \sin \omega t = 20 \sin \omega t$ . **667.** См. консультацию 638. **668.** Правильно. В цепи с емкостью напряжение отстает по фазе от тока на угол  $90^\circ$ , а электрический заряд совпадает по фазе с напряжением. **669.** См. консультацию 639.

**670.** Ответ правильный для четвертого варианта. Полное сопротивление цепи  $z = \sqrt{r^2 + x_L^2} = \sqrt{80^2 + 60^2} = 100$  Ом. Ток  $I = U/z = 100/100 = 1$  А, а активная мощность  $P = I^2 r = 1^2 \cdot 80 = 80$  Вт. **671.** Правильный ответ указан в консультации 641. **672.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 643. **673.** См. консультацию 622. **674.** Неверно. Еще раз повторите § 13.1, ч. 1.2. **675.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 707. **676.** См. консультацию 659. **677.** Правильно. Полные мощности приемников энергии:  $S_1 = P_1/\cos \varphi_1 = 5,4/0,9 = 6$  кВ·А;  $S_2 = P_2/\cos \varphi_2 = 6,4/0,8 = 8$  кВ·А;  $S_3 = P_3/\cos \varphi_3 = 6,3/0,7 = 9$  кВ·А. Так как  $S_1 = U I_1$ ,  $S_2 = U I_2$ ,  $S_3 = U I_3$ ; то отношение  $I_1 : I_2 : I_3 = S_1 : S_2 : S_3 = 6 : 8 : 9$ . **678.** Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 643. **679.** См. консультацию 648. **680.** Правильно. В данном комплексе  $A' = -5$ , а  $A'' = 10$ . **681.** Неверно. См. консультацию 664. **682.** Ответ правильный для второго варианта. При  $\alpha = 45^\circ$  ЭДС генератора  $e = 100 \sin 45^\circ = 50\sqrt{2}$  В. Мгновенное значение тока генератора  $i = e/r = 50\sqrt{2}/28,2 = 2,5$  А. **683.** Правильно. Ток достигает нулевых и максимальных значений одного знака раньше, чем напряжение на угол  $50^\circ$ . **684.** Правильно. Напряжения  $u_1$  и  $u_2$  сдвинуты по фазе на угол  $180^\circ$ . Поэтому

амплитуда общего напряжения  $U_m = U_{1m} - U_{2m} = 100 - 30 = 70$  В, а его начальная фаза  $\psi = 0,685$ . Вы правы. Катушка индуктивности потребляет энергию при увеличении тока, когда ЭДС самоиндукции направлена навстречу току. 686. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 666. 687. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 701. 688. См. консультацию 655. 689. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 670. 690. Ответ правильный для второго варианта. Угловая частота незатухающих собственных колебаний

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{10^6}{0,045 \cdot 2}} = 3333 \text{ рад/с.}$$

691. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 690. 692. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 644. 693. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 707. 694. Ответ правильный для второго варианта. Активные и реактивные проводимости равны:  $g_1 = r_1/(r_1^2 + x_{L1}^2) = 40/(40^2 + 30^2) = 0,016$  См;  $g_2 = r_2/(r_2^2 + x_{C2}^2) = 40/(40^2 + 30^2) = 0,016$  См;  $b_1 = x_{L1}/(r_1^2 + x_{L1}^2) = 30/(40^2 + 30^2) = 0,012$  См;  $b_2 = x_{C2}/(r_2^2 + x_{C2}^2) = 30/(40^2 + 30^2) = 0,012$  См;  $g = g_1 + g_2 = 0,016 + 0,016 = 0,032$  См;  $b = b_1 - b_2 = 0,012 - 0,012 = 0$ . Полная проводимость цепи  $y = \sqrt{g^2 + b^2} = 0,032$  См. 695. Вы ошибаетесь. Время сдвига  $t = \varphi/\omega$ . Угол  $\varphi$  должен быть выражен в радианах. 696. Ответ правильный для второго варианта. В данном случае общее напряжение равно арифметической разности напряжений источников. Это указывает на то, что искомый угол сдвига фаз равен  $180^\circ$ . 697. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 666. 698. Ответ правильный для второго варианта. Индуктивное сопротивление катушки  $x_L = U/I = 120/3 = 40$  Ом. Индуктивность  $L = x_L/(2\pi f) = 40/(2 \cdot 3,14 \cdot 50) = 0,127$  Гн. 699. Ответ правильный для второго варианта. Емкостное сопротивление

$$x_C = \frac{10^6}{2\pi f C} = \frac{10^6}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 30} = 106 \text{ Ом. Ток } I = U/x_C = 60/106 = 0,57 \text{ А.}$$

700. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 670. 701. Ответ правильный для второго варианта. Полное сопротивление цепи  $z = U/I = 50/2 = 25$  Ом, активное  $r = P/I^2 = 60/4 = 15$  Ом, индуктивное  $x_L = \sqrt{z^2 + r^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20$  Ом. Индуктивность катушки  $L = x_L/2\pi f = 20/314 = 0,636$  Гн. 702. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 698. 703. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 699. 704. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 701. 705. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 670. 706. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 690. 707. Ответ правильный для второго варианта. Ток в цепи при резонансе напряжений  $I = U/r = 8/2 = 4$  А. Емкостное сопротивление равно индуктивному:  $x_C = x_L = 2\pi f_0 L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,159 = 50$  Ом. Напряжение на конденсаторе  $U_C = I x_C = 4 \cdot 50 = 200$  В. 708. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 694. 709. Вы правы. Активная составляющая тока катушки равна общему току контура, а реактивная составляющая — току конденсатора. Следовательно, ток катушки  $I_K = \sqrt{I^2 + I_C^2} = \sqrt{5^2 + 10^2} = 11,2$  А. 710. Неверно. Вычислите полные мощности приемников энергии:  $S_1 = P_1/\cos \varphi_1$ ,  $S_2 = P_2/\cos \varphi_2$ ,  $S_3 = P_3/\cos \varphi_3$ . Затем определите отношение токов  $I_1 : I_2 : I_3$ . 711. См. консультацию 661. 712. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 729. 713. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 682. 714. Ответ правильный для четвертого варианта. Среднее за период значение переменного тока находим из уравнения  $i t_2 = I_{cp}(t_1 + t_2)$ , откуда

$$I_{cp} = i \frac{t_2}{t_1 + t_2} = 3 \frac{0,1}{0,3 + 0,1} = 0,75 \text{ А.}$$

715. Правильно. Угол сдвига фаз тока и напряжений во втором задании  $\varphi = 50^\circ = 50 \cdot 2\pi/360 = 5\pi/18$ . Время сдвига

$$t = \frac{\varphi}{\omega} = \frac{5\pi}{18 \cdot 2\pi \cdot 50} = \frac{1}{360} \text{ с.}$$

716. Ответ правильный для первого и четвертого вариантов. В обоих вариантах заданные напряжения связаны уравнением  $U^2 = U_1^2 + U_2^2$ . Это указывает на то, что искомый угол сдвига фаз равен  $90^\circ$ . 717. Правильно. При  $\omega t = 30^\circ$  мгновенное значение напряжения  $u = ir = 15,5 \cdot 10 = 155 \text{ В}$ . Из уравнения  $u = U_m \sin \omega t$  амплитуда напряжения

$$U_m = \frac{u}{\sin \omega t} = \frac{155}{\sin 30^\circ} = 310 \text{ В.}$$

718. Ответ правильный для третьего варианта. Заданные напряжения связаны уравнением  $U = U_1 + U_2$ . Это указывает на то, что искомый угол сдвига фаз равен  $0^\circ$ . 719. Неверно. Активная мощность цепи  $P = UI$ . Действующие значения напряжения и тока легко определить по заданным величинам. 720. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 698.

721. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 701. 722. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 699. 723. Ответ правильный для третьего варианта. Амплитудное значение подводимого к цепи переменного напряжения  $U_m = \sqrt{2}U = \sqrt{2} \times 40 = 56 \text{ В}$ . Угол сдвига фаз тока и напряжения (см. рис. 12.5)  $\varphi =$

$= \arctg \frac{x_c}{r} = \arctg \frac{16}{12} = \arctg 1,33 = 53^\circ 08'$ . Мгновенное значение напряжения  $u = U_m \sin(\omega t - \varphi) = 56 \cdot \sin(\omega t - 53^\circ 08')$ . 724. Ответ правильный для четвертого варианта. Полное сопротивление цепи  $z = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2} = \sqrt{60^2 + (90 - 30)^2} =$

$= 60\sqrt{2} \text{ Ом}$ . Ток в цепи  $I = U/z = 60/(60\sqrt{2}) = 1/\sqrt{2} = 0,707 \text{ А}$ . Активная мощность  $P = I^2 r = 1 \cdot 60/2 = 30 \text{ Вт}$ . 725. Ответ правильный для второго варианта. Полное сопротивление цепи  $z = \sqrt{(\Sigma r)^2 + (\Sigma x_L - \Sigma x_C)^2} =$

$= \sqrt{(20 + 20 + 20)^2 + (10 + 10 - 100)^2} = 100 \text{ Ом}$ . Ток  $I = U/z = 100/100 = 1 \text{ А}$ . Активная мощность  $P = I^2 r = 1^2 \cdot 60 = 60 \text{ Вт}$ . 726. Ответ правильный для второго варианта. Активная составляющая тока цепи  $I_a = I_{a1} + I_{a2} = 0,8 + 0,4 = 1,2 \text{ А}$ , реактивная составляющая  $I_p = I_{p1} + I_{p2} = 0,6 + 0,3 = 0,9 \text{ А}$  (см. консультацию 581). Ток в неразветвленной части цепи  $I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{1,2^2 + 0,9^2} = 1,5 \text{ А}$ . 727. См. консультацию 659. 728. См. консультацию 710. 729. Ответ правильный для первого варианта. Комплексные сопротивления параллельных ветвей:

$$Z_1 = 30 + j40 = 50 e^{j53^\circ 08'}, Z_2 = 40 - j30 = 50 e^{-j36^\circ 52'}$$

730. См. консультацию 661. 731. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 714. 732. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 682. 733. См. консультацию 695.

734. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 682. 735. Одного этого условия недостаточно. Действующее значение общего тока зависит от углов сдвига фаз слагаемых токов. 736. См. консультацию 695.

737. Ответ правильный для третьего варианта. Действующее значение синусоидального напряжения  $U = U_m/\sqrt{2} = 141/\sqrt{2} = 100 \text{ В}$ . По закону Ома, ток  $I = U/r = 100/20 = 5 \text{ А}$ . Активная мощность цепи  $P = UI = 100 \cdot 5 = 500 \text{ Вт}$ .

738. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 698. 739. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 699. 740. Ответ правильный для второго варианта. Полное сопротивление цепи  $z = \sqrt{r^2 + x_L^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50 \text{ Ом}$ . Ток  $I = U/z = 75/50 =$

$= 1,5 \text{ А}$ . Активная мощность  $P = I^2 \cdot 40 = 1,5^2 \cdot 40 = 90 \text{ Вт}$ . 741. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 724. 742. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 723.

743. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 690. 744. Ответ правильный для четвертого варианта. При резонансе токов равны реактивные проводимости параллельных ветвей контура:  $b_L = b_C$

или  $\frac{\omega L}{r^2 + (\omega L)^2} = \omega C$ . Отсюда емкость конденсатора

$$C = \frac{L}{r^2 + (\omega L)^2} = \frac{0,0159}{10^2 + (314 \cdot 0,0159)^2} = \frac{0,0159}{125} = 127 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} = 127 \text{ мкФ.}$$

745. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 707. 746. Ответ правильный для первого и третьего вариантов. Примерное решение см. в консультации 726. 747. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 694. 748. Ответ правильный для второго варианта. Реактивная составляющая тока приемника

$$I_{np} = I_n \sin \varphi = 10 \sin 60^\circ = 10 \frac{\sqrt{3}}{2} = 8,66 \text{ А.}$$

749. Ответ правильный для второго варианта. Модуль заданного комплексного числа  $|A| = \sqrt{(A')^2 + (A'')^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14,1$ ;  $\text{tg} \alpha = A''/A' = -10/10 = -1$ ;  $\alpha = -45^\circ$ . Значит,  $A = |A|e^{i\alpha} = 14,1e^{-i45^\circ}$ . 750. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 729. 751. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 714.

752. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 714. 753. Вы допускаете ошибку в уравнении тока  $i_1$ . Ток  $i_1$  опережает по фазе напряжение  $u_1$  на угол  $90^\circ$ . Поэтому его начальная фаза должна быть с положительным знаком. 754. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 740. 755. Правильно. Если все слагаемые токи одной частоты совпадают по фазе, то их арифметическая сумма будет равна общему току. 756. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 737. 757. Ответ правильный для второго варианта. Индуктивное сопротивление катушки  $x_L = 2\pi fL = 6,28 \cdot 50 \cdot 0,159 = 50 \text{ Ом}$ . Действующее значение подводимого напряжения  $U = U_m/\sqrt{2} = 282/\sqrt{2} = 200 \text{ В}$ . Ток цепи  $I = U/x_L = 200/50 = 4 \text{ А}$ , реактивная мощность  $Q = UI = 200 \cdot 4 = 800 \text{ вар}$ .

758. Ответ правильный для второго варианта. Емкостное сопротивление  $x_C = \frac{10^6}{2\pi fC} = \frac{10^6}{314 \cdot 12,72} = 250 \text{ Ом}$ . Действующее значение подводимого напряжения

$U = U_m/\sqrt{2} = 141/\sqrt{2} = 100 \text{ В}$ . Ток цепи  $I = U/x_C = 100/250 = 0,4 \text{ А}$ , а реактивная мощность  $Q = UI = 100 \cdot 0,4 = 40 \text{ вар}$ . 759. Неверно. Частота незатухающих собственных колебаний контура

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}.$$

Проанализируйте эту формулу и дайте правильный ответ. 760. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 725. 761. Ответ правильный для первого варианта. Выполняя предыдущее задание, вы определили для резонансной частоты  $x_{L0} = x_{C0} = 31,4 \text{ Ом}$ . Для частоты источника  $f = 5f_0$  полное сопротивление цепи

$$z = \sqrt{r^2 + \left(5x_{L0} - \frac{x_{C0}}{5}\right)^2} = \sqrt{3^2 + \left(5 \cdot 31,4 - \frac{31,4}{5}\right)^2} = 150,7 \text{ Ом.}$$

Ток в цепи  $I = U/z = 12/150,7 = 0,08 \text{ А}$ . Емкостное напряжение  $U_C = Ix_C = 0,08 \cdot 6,3 = 0,5 \text{ В}$ . 762. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 726. 763. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 694. 764. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 744. 765. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 729. 766. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 748. 767. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 749. 768. Неверно. Вы указываете амплитудное значение переменного тока. 769. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 749. 770. Неправильно определили фазу тока  $\omega t$ . Она равна не  $30^\circ$ , а  $45^\circ$ . 771. Вы правы. Амперметр показывает действующее значение переменного тока. Для синусоидального тока действующее значение больше среднего за половину периода в 1,11 раза. 772. Неверно. В записи формулы тока  $i_1$  необходимо учесть его начальную фазу. 773. Одного указанного условия недостаточно. Необходимо также равенство частот всех слагаемых токов. 774. Ответ правильный для первого и четвертого вариантов. Примерное решение см. в консультации 737. 775. Правильно для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 740. 776. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 757. 777. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 724. 778. Ответ правильный для второго варианта. Примерное

решение см. в консультации 723. 779. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 725. 780. Правильно. Частота собственных колебаний контура  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}$ . Если индуктивность и емкость колебательного контура увеличить в два раза, то частота собственных колебаний

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{2L2C}} = \frac{f}{2}.$$

781. Неверно. Еще раз повторите теоретический материал и исправьте ошибку. 782. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 761. 783. Ответ правильный для второго варианта. Ток цепи  $I = Uy = 100 \cdot 0,032 = 3,2$  А. 784. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 744. 785. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 748. 786. Ответ правильный для четвертого варианта. Комплексное сопротивление первой ветви  $Z_1 = 80 + j60 = 100e^{j36^\circ 52'}$ . Ток  $I_1 = U_1/Z_1 = 100e^{j0^\circ}/100e^{j36^\circ 52'} = 1e^{-j36^\circ 52'}$ . 787. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 761. 788. Неверно. Токи  $I_1, I_2, I_3$  не совпадают по фазе. Рекомендуем построить векторную диаграмму токов и напряжения для данной цепи. 789. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 783. 790. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 744. 791. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 748. 792. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 786. 793. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 749. 794. Вы ошибаетесь. См. консультацию 771. 795. Правильно. При  $f = 50$  Гц угловая частота

$$\omega = 2\pi f = 314 \text{ рад/с. Если } t = 0,0025 \text{ с, то } \omega t = 314 \times 0,0025 \frac{360}{2\pi} = 45^\circ,$$

а  $i = 10 \sin 45^\circ = 5\sqrt{2}$  А. 796. Правильно. Ток  $i_1$  опережает по фазе напряжение  $u_1$  на угол  $90^\circ$ . Мгновенное значение напряжения  $u_1 = U_{1m} \sin \omega t$ , а тока  $i_1 = I_{1m} \sin(\omega t + 90^\circ)$ . 797. Правильно для второго варианта. 798. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 724. 799. Правильно для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 723. 800. См. консультацию 759. 801. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 725. 802. Правильно для третьего варианта. Активные и реактивное проводимости параллельных ветвей равны:  $g_1 = r_1/(r_1^2 + x_{L1}^2) = 30/(30^2 + 40^2) = 30/2500 = 0,012$  См;  $b_1 = x_{L1}/(r_1^2 + x_{L1}^2) = 40/(30^2 + 40^2) = 0,016$  См;  $g_2 = r_2/(r_2^2 + x_{L2}^2) = 80/(80^2 + 60^2) = 0,008$  См;  $b_2 = x_{L2}/(r_2^2 + x_{L2}^2) = 60/(80^2 + 60^2) = 0,006$  См. Полная проводимость цепи  $y = \sqrt{(g_1 + g_2)^2 + (b_1 + b_2)^2} = \sqrt{(0,012 + 0,008)^2 + (0,016 + 0,006)^2} = 0,0297$  См. 803. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 783. 804. См. консультацию 788. 805. Ответ правильный для четвертого варианта

$$A = 10e^{-j30^\circ} = 10 \cos(-30^\circ) + j10 \sin(-30^\circ) = 8,66 - j5.$$

806. Ответ правильный для третьего варианта. Общий ток контура при резонансе равен активной составляющей тока катушки:

$$I = I_{ак} = I_{к} \cos \varphi_{к} = \frac{U}{z_{к}} \frac{r}{z_{к}'} = \frac{Ur}{z_{к}^2} = \frac{120 \cdot 5}{5^2 + (314 \cdot 0,0318)^2} = \frac{120 \cdot 5}{125} = 4,8 \text{ А.}$$

807. Ответ правильный для третьего варианта. Реактивная составляющая тока приемника  $I_{np} = I_n \sin \varphi = 20 \sin 30^\circ = 10$  А. Сопротивление конденсатора  $x_c = U/I_c = 220/10 = 22$  Ом, н его емкость

$$C = \frac{10^6}{2\pi f x_c} = \frac{10^6}{314 \cdot 22} = 144 \text{ мкФ.}$$

808. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 786. 809. Неверно. Если угол сдвига фаз токов  $\varphi = 0$ , то их геометрическая сумма будет равна 7 А, а разность — 1 А. 810. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 740. 811. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 843. 812. Вы ошибаетесь. Реактивная мощность рассматриваемой цепи  $Q = I^2 x_c$ . С увеличением активного сопротивления увеличивается полное сопротивление цепи, уменьшаются

ток и реактивная мощность. **813.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 757. **814.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 758. **815.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 802. **816.** Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 761. **817.** Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 848. **818.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 802. **819.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 783. **820.** Правильно. Ток  $I_1$  совпадает по фазе с напряжением источника  $U$ , ток  $I_2$  отстает от напряжения, а ток  $I_3$  опережает напряжение на угол  $90^\circ$ . Из построения видно, что векторы токов образуют прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна абсолютной величине общего тока цепи. **821.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 806. **822.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 807. **823.** Ответ правильный для первого варианта. Комплексное сопротивление  $Z_2 = I_2 - jx_{C2} = 40 - j30 = 50e^{-j36^\circ 52'}$ , ток  $I_2 = U/Z_2 = 100e^{j0}/50e^{-j36^\circ 52'} = 2e^{j36^\circ 52'}$ . **824.** Ответ правильный для первого варианта. Частота ЭДС генератора  $f = p\omega/60$ . Отсюда число пар полюсов  $p = 60f/n = 60 \cdot 50/750 = 4$  (8 полюсов). **825.** См. консультацию 771. **826.** Правильно. Напряжение  $u_2$ , ток  $i_2$  отстают по фазе от напряжения  $u_1$  на угол  $30^\circ$ . Поэтому их уравнения  $u_2 = U_{2m} \sin(\omega t - 30^\circ)$ ,  $i_2 = I_{2m} \sin(\omega t - 30^\circ)$ . **827.** Неправильно. Если угол сдвига фаз токов равен  $90^\circ$ , то их геометрическая разность равна 5 А. **828.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 843. **829.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 757. **830.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 758. **831.** Неверно. Указанная вами запись выражает реактивную мощность цепи. **832.** Правильно. С увеличением активного сопротивления (при постоянном емкостном сопротивлении) увеличивается полное сопротивление рассматриваемой цепи. В результате уменьшаются ток  $I = U/z$  и реактивная мощность  $Q_C = I^2 x_C$ . **833.** Вы правы. Указанная запись выражает активную мощность, т. е. среднее значение мгновенной мощности цепи. **834.** См. консультацию 812. **835.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 848. **836.** Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 802. **837.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 805. **838.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 824. **839.** Ответ неправильный. Произведение указанных в задании коэффициентов  $k_k k_\phi = \frac{U_m}{U} \frac{U}{U_{cp}} = \frac{U_m}{U_{cp}}$ . Среднее значение заданного напряжения выражается средней ординатой треугольника и равно площади треугольника, деленной на его основание. **840.** Неверно. В записи тока  $i_2$  нужно учесть его начальную фазу. **841.** Вы правы. При указанном угле сдвига фаз векторы  $I_1$  и  $I_2$  имеют одно направление. Геометрическая разность заданных токов в этом случае равна 7 А. **842.** Неправильно. С увеличением индуктивности увеличивается сопротивление  $x_L = 2\pi fL$ . Ток катушки  $I = U/x_L$  и реактивная мощность  $Q = UI$  при этом уменьшаются. **843.** Ответ правильный для четвертого варианта. Действующее значение напряжения  $U = U_m/\sqrt{2} = 141/\sqrt{2} = 100$  В. Ток в цепи  $I = P/U = 300/100 = 3$  А. Сопротивление ламп  $r = U/I = 100/3 = 33,3$  Ом. **844.** Ответ правильный для второго варианта. При выполнении четвертого задания вы определили действующее значение тока  $I = 0,4$  А (см. консультацию 758). Амплитудное значение этого тока  $I_m = \sqrt{2}I = \sqrt{2} \cdot 0,4 = 0,564$  А. В цепи с емкостью переменный ток опережает по фазе напряжение на  $90^\circ$ . Поэтому мгновенное значение тока  $i = 0,564 \sin(\omega t - 28 + 90^\circ) = 0,564 \sin(\omega t + 62^\circ)$ . **845.** Неверно. Эта запись выражает полную мощность цепи. **846.** Ответ неправильный. При  $x_L > x_C$  цепь имеет индуктивный характер (общее напряжение опережает ток на положительный угол  $\phi$ ). На рис. 12.11 ток и напряжение совпадают по фазе. **847.** Ответ правильный для третьего варианта. Емкостное сопротивление при резонансе напряжений равно индуктивному сопротивлению:  $x_C = x_L = 50$  Ом. Отсюда емкость конденсатора  $C = 1/(\omega x_C) = 1/(1000 \cdot 50) = 20 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} = 20$  мкФ. **848.** Ответ правильный для первого варианта. Для резонансной частоты  $f_0 = 50$  Гц,  $x_{C0} = x_{L0} = 31,4$  Ом. Для частоты источника  $f = f_0/5$  полное сопротивление цепи

$$z = \sqrt{r^2 + (x_{L0}/5 x_{C0})^2} = \sqrt{3^2 + \left(\frac{31,4}{5} - 5 \cdot 31,4\right)^2} = 150,7 \text{ Ом.}$$

Ток в цепи  $I = U/z = 12/150,7 = 0,08$  А, емкостное напряжение  $U_C = Ix_C = = 0,08 \cdot 157 = 12,5$  В. **849.** Неверно. В формулу полной проводимости должны входить проводимости трех параллельных ветвей: активная проводимость первой ветви  $g_1$ , реактивная проводимость второй  $b_2$  и реактивная проводимость третьей  $b_3$ .

**850.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации **806.** **851.** Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации **807.** **852.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации **823.** **853.** Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации **805.** **854.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации **824.** **855.** См. консультацию **839.** **856.** Вы неверно определили начальные фазы напряжения  $u_2$  и тока  $i_2$ . **857.** Вы определили мгновенное значение напряжения при  $\omega t = 30^\circ$ . Амплитуду синусоидального напряжения определите из уравнения  $u = U_m \sin \omega t$ . **858.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации **843.** **859.** Правильно. Реактивная мощность катушки  $Q = UI = I^2 x_L = U^2 / (2\pi f L)$ . Из этой записи видно, что с увеличением индуктивности реактивная мощность катушки уменьшается.

**860.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации **844.** **861.** См. консультацию **453.** **862.** Вы ошибаетесь. По заданному уравнению можно определить максимальное значение магнитной индукции одной обмотки трехфазного двигателя. Индукция вращающегося магнитного поля  $B = 1,5 B_m$ . **863.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации **543.** **864.** Неверно. Обратите внимание на то, что катушка с насыщенный стальным сердечником является нелинейным элементом. **865.** Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации **1071.** **866.** Ответ правильный для второго варианта. Индуктивное сопротивление для основной гармоники  $x_{L1} = = 2\pi f L = 6,28 \cdot 100 \cdot 0,0159 = 10$  Ом, а для третьей  $x_{L3} = 3x_{L1} = 3 \cdot 10 = 30$  Ом. **867.** Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации **823.** **868.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации **315.** **869.** Ответ правильный для второго варианта. Напряжение батареи  $U = E - Ir_{вн} = 4,5 - 0,3 = 4,2$  В. **870.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации **533.** **871.** Вы правы. При угле  $\varphi_2 = 0$  напряжение  $U_2$  и ток  $I_2$  совпадут по фазе. При этом активная мощность вторичной цепи трансформатора  $P_2 = U_2 I_2 \cdot \cos \varphi_2 = U_2 I_2$ , т. е. при заданных условиях достигнет наибольшего значения. При этом условии активная мощность первичной обмотки становится максимальной. **872.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации **359.** **873.** Ответ правильный для первого варианта. Ток цепи  $I = Uy = 200 \cdot 0,03 = 6$  А. **874.** Неверно. Реактивные проводимости  $b_2$  и  $b_3$  имеют разные знаки. **875.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации **807.** **876.** Правильно для второго варианта. Примерное решение см. в консультации **806.** **877.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации **823.** **878.** Правильно для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации **805.** **879.** Вы ошибаетесь. По ротору и статору трехфазного генератора замыкается магнитный поток. Для его увеличения необходимо снизить сопротивление всех участков магнитной цепи. **880.** Ответ правильный для четвертого варианта. Частота ЭДС  $f = (pn)/60 = 1 \cdot 4500/60 = 75$  Гц. **881.** Правильно. Напряжение на катушке несинусоидально так как сопротивление катушки  $z_k$  зависит от тока. **882.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации **866.** **883.** Ответ правильный для первого варианта. Активная мощность цепи  $P = I^2 r = 3,32^2 \cdot 18 = 198$  Вт. **884.** Ответ правильный для третьего варианта. Внутреннее сопротивление батареи (см. рис. 4.25, e)  $r_{вн} = nr_{\text{эл}}/m = 2 \cdot 1/3 = = 0,67$  Ом. **885.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации **533.** **886.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации **359.** **887.** Правильно. Вы построили графики  $U_L(I)$  и  $U_C(I)$ . Абсцисса точки пересечения этих графиков выражает ток феррорезонанса напряжений. **888.** Активная мощность первичной обмотки трансформатора  $P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1$ . Угол сдвига фаз  $\varphi_1$  зависит от угла  $\varphi_2$ . С уменьшением угла  $\varphi_2$  уменьшается и угол  $\varphi_1$ . Найдите правильный ответ. **889.** Ответ правиль-

ный для третьего варианта. Напряжение на входе четырехполюсника  $U_1 = U_{1xx} + U_{1кз} = 100 + 4 = 104$  В; ток  $I_1 = I_{1xx} + I_{1кз} = 5 + 80 = 85$  А. 890. См. консультацию 452. 891. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 1078. 892. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 478. 893. См. консультацию 507. 894. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 932. 895. См. консультацию 879. 896. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 880. 897. Правильно. Если начала всех обмоток трехфазного генератора перепутать с их концами, то на векторной диаграмме векторы ЭДС  $E_A$ ,  $E_B$  и  $E_C$  должны быть повернуты на  $180^\circ$  относительно своего нормального положения. При этом геометрическая сумма ЭДС равна нулю. 898. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 543. 899. Ответ правильный для первого варианта. При обрыве линейного провода  $A$  токи в фазах приемника  $AB$  и  $CA$  снизятся в два раза (см. консультацию 1023). При этом линейный ток  $I_B = I_{BC} + I_{AB} = 2,2 + 1,1 = 3,3$  А. 900. Неверно. Даже при разрыве цепи в обмотке ротора индуцируется ЭДС. 901. Вы допустили грубую ошибку. Постоянное напряжение возникает на линейных сопротивлениях в цепях постоянного тока. 902. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 866. 903. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 883. 904. Ответ правильный для четвертого варианта. Напряжение батареи  $U = E - I r_{вн} = 1,5 - 0,1 = 1,4$  В. 905. Ответ правильный для второго варианта. Мощность потерь в стали, найденная в консультации 533,  $P_c = 5,8$  Вт. Активная составляющая тока  $I_a = P_c / U = 5,8 / 50 = 0,116$  А. 906. Правильно. Тонкие, изолированные друг от друга листы стали ослабляют вихревые токи, уменьшают потери мощности в стали  $P_c$ . Благодаря этому в первой катушке уменьшается активная составляющая тока  $I_a = P_c / U$  и угол потерь  $\delta$ . При этом угол сдвига фаз напряжения и тока катушки увеличивается. 907. Неверно. Ток  $I_a$  отстает по фазе от напряжения на угол  $\varphi$ . 908. Неверно. См. консультацию 888. 909. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 478. 910. См. консультацию 507. 911. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 932. 912. Ответ неправильный. 913. Вы правы. При большой магнитной проницаемости ротор имеет незначительное магнитное сопротивление  $R_m = l / (\mu_0 \mu_r S)$ . Благодаря этому увеличиваются магнитный поток

$$\Phi = \frac{I_a \omega_n}{\Sigma R_m}$$

и ЭДС генератора  $E$ . 914. Неверно. Определите результирующую ЭДС обмоток генератора и вычислите ток в замкнутом контуре:  $I_k = \Sigma E / z_k$ . Сопротивление

$$z_k = \sqrt{(3r)^2 + (3x_L)^2}$$

915. Вы ошибаетесь. При симметричной нагрузке фазные токи приемника не только равны по значению, но и имеют одинаковые фазные углы  $\varphi_A$ ,  $\varphi_B$  и  $\varphi_C$ . По условию задания равенство фазных углов установить невозможно. 916. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 899. 917. Правильно. Если цепь ротора разомкнуть, то в ней исчезнет ток. В результате этого исчезнут механические силы, вращающие ротор электродвигателя. 918. Вы плохо изучили принцип действия асинхронного электродвигателя. На ротор двигателя действуют механические силы при определенных условиях. Повторите § 15.7 ч. 2. 919. Неверно. Определите мгновенные значения первой, третьей и пятой гармоник при  $t = 0$ . Мгновенное значение несинусоидального тока находят алгебраическим сложением его составляющих. 920. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 866. 921. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 883. 922. Вы правы. ЭДС кислотного аккумулятора  $E_{31}$  больше ЭДС щелочного  $E_{32}$ . При параллельном соединении в контуре возникает ток  $I = \frac{E_{31} - E_{32}}{r_{31} + r_{32}}$ . В результате кислотный аккумулятор будет разряжаться, а щелочной — заряжаться. 923. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 905. 924. Вы ошибаетесь. В монолитном бруске стали по сравнению с сердечником, выполненным из листовой стали, возникают более мощные вихревые токи. Это



влияет на мощность потерь в стали  $P_{\sigma}$ , ток катушки  $I$  и угол  $\varphi$ . Выясните характер этого влияния **925**. Неверно Ток  $I_{\delta}$  опережает по фазе напряжение цепи  $U$  **926**. Ответ правильный для четвертого варианта Примерное решение см в консультации **963 927**. Ответ правильный для первого варианта Примерное решение см в консультации **889 928**. Ответ правильный для второго варианта Примерное решение см в консультации **965 929**. Вы правы При  $t = 10t$  напряжение на конденсаторе  $u_C = Ue^{-t/\tau} = U/e^{10}$  **930**. Ответ правильный для первого варианта Примерное решение см в консультации **529 931**. Ответ правильный для второго и третьего вариантов Примерное решение см в консультации **880 932**. Ответ правильный для четвертого варианта Комплекс общего тока  $I = I_1 + I_2 = 1e^{-j30^\circ 52} + 1e^{j53^\circ 08} = 0,8 - j0,6 + 0,6 + j0,8 = 1,4 + j0,2$  **933**. Неправильно Материалы с низкой магнитной проницаемостью увеличивают магнитное сопротивление цепи и этим ослабляют магнитный поток трехфазного генератора **934**. Правильно При неправильно включенной первой обмотке результирующая ЭДС обмоток  $\Sigma E = 2E_{\phi} = 2 \cdot 220 = 440$  В Полное сопротивление замкнутого контура из обмоток генератора  $z_k = \sqrt{(3r)^2 + (3x_l)^2} = \sqrt{(3 \cdot 0,3)^2 + (3 \cdot 0,4)^2} = 1,5$  Ом Ток контура  $I = \Sigma E / z_k = 440 / 1,5 = 293,3$  А **935**. По условию задания нельзя установить, какая нагрузка подключена к генератору (симметричная или несимметричная) **936**. Ответ правильный для второго варианта Примерное решение см в консультации **899 937**. См консультацию **914 938**. Ответ правильный Нейтральный провод можно отключать от приемника энергии только при симметричной нагрузке, когда фазные (или линейные) токи равны по значению и имеют одинаковые углы сдвига фаз  $\varphi_A, \varphi_B$  и  $\varphi_C$ . По условиям данного задания нельзя установить связь между углами  $\varphi_A, \varphi_B$  и  $\varphi_C$  **939**. Ответ правильный для третьего варианта Примерное решение см в консультации **899 940**. Вы ошибаетесь Частота вращения ротора должна быть меньше частоты вращения магнитного поля статора Магнитное поле статора вращается с частотой  $n_1 = 1500$  об/мин  $= 25$  об/с **941**. Ответ правильный для третьего варианта Сопротивления для первой гармоники тока равны  $x_{L1} = \omega L = 314 \cdot 0,0318 = 10$  Ом,  $x_{C1} = 1/(\omega C) = 10^3 / (314 \cdot 31,8) = 100$  Ом,  $z_1 = x_{C1} - x_{L1} = 100 - 10 = 90$  Ом Амплитуда первой гармоники тока  $I_{1m} = U_{1m} / z_1 = 108 / 90 = 1,2$  А **942**. Ответ правильный для второго варианта Примерное решение см в консультации **883 943**. Неверно Обратите внимание на то, что при параллельном соединении аккумуляторов образуется замкнутый контур В этом контуре ЭДС  $E_{s1}$  и  $E_{s2}$  аккумуляторов направлены навстречу друг другу **944**. Ответ правильный для первого варианта Примерное решение см в консультации **905 945**. См консультацию **888 946**. Ответ правильный для четвертого варианта Примерное решение см в консультации **889 947**. Ответ правильный для первого варианта Примерное решение см в консультации **965 948**. Ответ правильный для второго варианта При  $t = 3\tau$  разрядный ток конденсатора

$$i = \frac{U}{r} e^{-t/\tau} = \frac{U}{r} e^{-3} = \frac{U}{re^3} \approx \frac{U}{20r} = \frac{200}{20 \cdot 100 \cdot 10^3} = 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ А} = 0,1 \text{ мА}$$

**949**. Ответ правильный для четвертого варианта Примерное решение см в консультации **529 950**. Неверно Медь обладает низкой магнитной проницаемостью, близкой к магнитной постоянной  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м **951**. Ответ правильный для второго варианта Примерное решение см в консультации **932 952**. Лампы с номинальным напряжением 127 В включаются в указанную трехфазную систему между нулевым и линейным (А, В или С) проводами Определите номинальное напряжение ламп, которые можно подключить к линейным проводам **953**. Ответ правильный При  $t = 0$  мгновенное значение несинусоидального тока  $i = 5 + 3 \sin 0^\circ + 2 \sin 30^\circ + \sin(-30^\circ) = 5 + 0 + 1 - 0,5 = 5,5$  А **954**. Ответ правильный для третьего варианта Комплексные проводимости фаз приемника  $Y_A = 1/r_A = 1/5 = 0,2$  См,  $Y_B = Y_C = 1/10 = 0,1$  См Напряжение смещения нейтрали

$$\begin{aligned} U_N &= \frac{U_1 Y_1 + U_2 Y_2 + U_3 Y_3}{Y_A + Y_B + Y_C + Y_N} = \\ &= \frac{220 \cdot 0,2 + (-110 - j190)0,1 + (-110 + j190)0,1}{0,2 + 0,1 + 0,1} = \\ &= \frac{44 - 11 - j19 - 11 + j19}{0,4} = \frac{22}{0,4} = 55 \text{ В} \end{aligned}$$

Напряжение  $U_A = U_A - U_N = 220 - 55 = 165$  В. 955. Ответ правильный для первого варианта. Активная мощность трехфазной цепи  $P = 3U I \cos \varphi = 3 \times 220 \cdot 2,2 \cdot 1 = 1442$  Вт. 956. См. консультацию 940. 957. См. консультацию 919. 958. Ответ правильный для третьего варианта. В рассматриваемой схеме элементы образуют три параллельные ветви по два элемента в каждой. ЭДС такой батареи  $E = nE_s = 2 \cdot 1,5 = 3$  В, а ее емкость  $Q = mQ_s = 3 \cdot 3 = 9$  А·ч. 959. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 941. 960. См. консультацию 922. 961. Правильно. При равенстве сопротивлений  $x_L$  и  $x_C$  индуктивное напряжение равно емкости. При этом режиме ток цепи  $I_B$  совпадает по фазе с напряжением  $U$ . 962. См. консультацию 924. 963. Ответ правильный для второго варианта. Подводимое к трансформатору напряжение  $U_1 \approx E_1 = 4,44f\omega_1\Phi_m = 4,44f\omega_1B_mS$ . Число витков первичной обмотки

$$w_1 = \frac{U_1}{4,44fB_mS} = \frac{127}{4,44 \cdot 50 \cdot 1,5 \cdot 40 \cdot 10^{-4}} = 95,$$

вторичной обмотки  $w_2 = \frac{U_2}{4,44fB_mS} = \frac{36}{4,44 \cdot 50 \cdot 1,5 \cdot 40 \cdot 10^{-4}} = 27$ . 964. Ответ правильный для четвертого варианта. Входное напряжение четырехполюсника  $U_1 = AU_2 + BI_2 = 1,2 \cdot 40 + 1 \cdot 5 = 53$  В. 965. Отношение мощностей для третьего варианта

$$n = \frac{U_1 I_1}{U_{\text{кв}} I_{\text{кв}}} = \frac{104 \cdot 85}{4 \cdot 80} = 27,6.$$

966. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 948. 967. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 529. 968. Лампы с номинальным напряжением 220 В включаются в указанную трехфазную сеть к двум линейным проводам. Определите номинальное напряжение ламп, которые подключаются между нулевым и линейным проводами. 969. Правильно. Электротехническая сталь — магнитомягкий материал с очень большой магнитной проницаемостью. 970. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 1004. 971. См. консультацию 914. 972. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 955. 973. Вы ошибаетесь. При сложении или вычитании синусоидальных величин одной частоты получается синусоидальная величина той же частоты. 974. Правильно. Частота вращающегося магнитного поля статора  $n_1 = 1500$  об/мин  $= 25$  об/с. Условию  $n_2 < n_1$  удовлетворяет только одна из указанных частот — 23 об/с. 975. Ответ правильный для четвертого варианта. В данной схеме все элементы соединены параллельно. Поэтому ЭДС батареи  $E = E_s = 1,5$  В, а ее емкость  $Q = mQ_s = 6 \cdot 3 = 18$  А·ч. 976. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 941. 977. Ответ правильный для первого варианта. Внутреннее падение напряжения  $U_{\text{вн}} = Ir_{\text{вн}} = 0,1 \cdot 6 = 0,6$  В. 978. Неверно. Указанная вами формула выражает намагничивающую составляющую тока катушки  $I_p$ . 979. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 905. 980. Неверно. При извлечении стального сердечника катушки уменьшается мощность потерь в стали  $P_c$ . Это изменяет не только индуктивное, но и активное сопротивление катушки. Выясните характер влияния мощности  $P_c$  на сопротивление катушки. 981. Вы ошибаетесь. Ток  $I$ , отстаёт по фазе от напряжения цепи  $U$  на угол  $\varphi$ . 982. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 963. 983. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 964. 984. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 1003. 985. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 948. 986. Ответ правильный. В указанной трехфазной сети имеются фазные (127 В) и линейные (220 В) напряжения. Следовательно, к данному генератору можно подключить лампы с номинальными напряжениями 127 и 220 В. 987. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 1004. 988. Вы ошибаетесь. Абсолютная магнитная проницаемость алюминия близка к магнитной постоянной  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м. 989. Неверно. Первый вольтметр  $V_1$  показывает нелинейное, а фазное напряжение генератора. 990. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 954. 991. Правильно. Вы построили векторную диаграмму напряжений аналогично диаграмме на

рис. 15.9. Вектор фазного напряжения  $U_B$  на этой диаграмме повернут относительно своего нормального положения на  $180^\circ$ . Из диаграммы следует, что  $U_{AB} = U_{BC} = U_\phi$ ,  $U_{CA} = \sqrt{3} U_\phi$ . 992. Вы правы. Вольтметр  $V_2$  подключен к линейным проводам и поэтому измеряет линейное напряжение. Амперметр  $A_2$  измеряет второй линейный ток, который равен второму фазному току приемника энергии. 993. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 955. 994. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 954. 995. При  $\varphi_2 = 55^\circ$  (см. рис. 15.31, в) токи  $I_A$  и  $I_B$  сдвинуты по фазе на угол  $90^\circ$ . Это одно из условий получения кругового вращающегося магнитного поля. 996. Правильно. При сложении синусоидальных ЭДС разной частоты получается несинусоидальная ЭДС. 997. Ответ правильный для первого варианта. Внутреннее сопротивление батарей (см. рис. 4.25, в)  $r_{вн} = \pi r_s = 6 \cdot 1 = 6$  Ом. 998. Неверно. Обратите внимание на угол сдвига между магнитным потоком  $\Phi$  и ЭДС самоиндукции  $E_L$  (см. рис. 17.6). 999. Вы правы. Если из катушки извлекать стальной сердечник, то будут снижаться мощность потерь в стали  $P_c$  и активное сопротивление  $r_0 = P_c/I^2$ , обусловленное этими потерями. 1000. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 948. 1001. Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 963. 1002. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 964. 1003. Ответ правильный для первого варианта. Установившийся ток  $I = U/r = 100/10 \cdot 10^3 = 10 \cdot 10^{-3}$  А = 10 мА. Заряд на пластинах конденсатора  $q = CU = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 100 = 200 \cdot 10^{-6}$  Кл =  $2 \cdot 10^{-4}$  Кл. 1004. Ответ правильный для четвертого варианта. Комплексная мощность цепи  $\underline{S} = \underline{U} \underline{I} = 100(1,4 - j0,2) = 140 - j20$ . Значит, активная мощность  $P = 140$  Вт, а реактивная  $Q = 20$  вар. 1005. Неверно. Сплав алюминия относится к числу магнитотвердых материалов, которые применяются для изготовления постоянных магнитов. Сердечник ротора трехфазного генератора изготавливается из магнитомягкого материала с большой магнитной проницаемостью. 1006. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 941. 1007. Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 1004. 1008. Неверно. ЭДС симметричного трехфазного генератора сдвинуты на угол  $\varphi = 120^\circ = 2\pi/3$  рад. Определите время сдвига  $t = \varphi/\omega$ . 1009. Ответ был бы правильным, если бы неправильно соединенной оказалась третья обмотка генератора. 1010. Неверно. Амперметр  $A_1$  измеряет первый линейный ток, а не второй фазный ток приемника энергии. 1011. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 954. 1012. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 955. 1013. Неверно. Для получения кругового вращающегося магнитного поля необходимо чтобы  $\varphi_1 + \varphi_2 = 90^\circ$ , а ток  $I_A = I_B$ . 1014. Вы плохо изучили материал § 16.2. Еще раз прочитайте первую часть этого параграфа. Выводы относительно переменных токов на рис. 16.2 распространяются и на другие переменные величины (ЭДС, напряжения). 1015. Ответ правильный для четвертого варианта. Внутреннее сопротивление батареи (см. рис. 4.25, а)  $r_{вн} = r_s/m = 1/6 = 0,167$  Ом. 1016. Ответ правильный для третьего варианта. Действующее значение несинусоидального тока  $I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = \sqrt{2^2 + 1,5^2} = \sqrt{6,25} = 2,5$  А. Активная мощность  $P = I^2 r = 2,5^2 \cdot 10 = 62,5$  Вт. 1017. Правильно.  $I_c/I_p = \text{tg } \delta$ . Отсюда  $I_c = I_p \text{tg } \delta$  (см. рис. 17.6). 1018. См. консультацию 980. 1019. Ответ правильный для второго варианта. Абсолютное изменение напряжения транс-

$$\text{форматора } \Delta U_2 = \frac{U_{2ном} \Delta U_2 \%}{100 \%} = \frac{60 \cdot 3}{100} = 1,8 \text{ В. Напряжение холостого хода}$$

трансформатора  $U_{2хх} = U_{2ном} + \Delta U_2 = 60 + 1,8 = 61,8$  В, а коэффициент трансформации  $k = U_1/U_{2хх} = 120/61,8 = 1,94$ . 1020. Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 964. 1021. Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 1003. 1022. Ответ правильный для второго и четвертого вариантов. При  $t = 3\tau$  напряжение на конденсаторе  $u_c = Ue^{-t/\tau} = 200e^{-3} = 200/e^3 \approx 200/20 = 10$  В. 1023. Ответ правильный для первого варианта. При обрыве линейного провода А фазы приемника АВ и СА (см. рис. 15.27) окажутся соединенными последовательно. Напряжение на каждой из них уменьшится в два раза. Поэтому фазный

ток  $I_\phi = U_\phi / (2r) = 220 / (2 \cdot 100) = 1,1$  А. **1024.** Правильно. При указанных условиях токи в катушках статора создадут вращающееся магнитное поле. **1025.** Вы правы. Кривая на рис. 16.5, а симметрична относительно оси абсцисс. Она содержит только нечетные гармоники. **1026.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 1016. **1027.** Вы ошибаетесь. Магнитный поток катушки не отстает от ЭДС самоиндукции, а опережает ее на угол  $90^\circ$  (см. рис. 17.6). **1028.** Ответ правильный для второго варианта. Внутреннее падение напряжения  $U_{вн} = I r_{вн} = 0,2 \cdot 1,5 = 0,3$  В. **1029.** См. консультацию 1031. **1030.** Правильно. Магнитный поток опережает ЭДС самоиндукции на  $90^\circ$ . Начальная фаза ЭДС самоиндукции равна нулю, а магнитного потока  $90^\circ$ . **1031.** Неверно. Установите связь между активной и намагничивающей составляющими тока катушки со стальным сердечником, используя тригонометрические функции. **1032.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 1019. **1033.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 1080. **1034.** Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 1003. **1035.** Вы ошибаетесь. Напряжение на конденсаторе при его разряде  $u_C = Ue^{-t/\tau}$ . По этой формуле определите напряжение  $u_C$  при  $t = 3\tau$ . **1036.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 314. **1037.** Вы ошибаетесь. Постройте векторную диаграмму напряжений трехфазного генератора при неправильно соединенной второй обмотке. Вектор фазного напряжения  $U_B$  поверните относительно своего обычного положения на  $180^\circ$ . **1038.** См. консультацию 1008. **1039.** Ответ правильный для второго варианта. Фазное напряжение приемника энергии  $U_\phi = U_n / \sqrt{3} = 220 / \sqrt{3} = 127$  В. Фазные или линейные токи приемника равны:  $I_A = U_A / r_A = 127 / 127 = 1$  А;  $I_B = U_B / r_B = 127 / 127 = 1$  А;  $I_C = U_C / r_C = 127 / 127 = 1$  А. **1040.** При линейном напряжении сети 220 В обмотки электродвигателя следует соединить треугольником. Если их соединить звездой, то потребуется трехфазная сеть с другим линейным напряжением. **1041.** При линейном напряжении сети 380 В обмотки данного электродвигателя нужно соединить звездой. Если же обмотки соединить треугольником, то потребуется трехфазная сеть с другим линейным напряжением. Определите это напряжение. **1042.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 1039. **1043.** Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 1023. **1044.** См. консультацию 1013. **1045.** Неверно. Определите, к какой группе относится кривая на рис. 16.5, а. Ряд Фурье для каждой группы в общем виде рассмотрен в § 16.3. **1046.** Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 1016. **1047.** Неверно. Магнитному потоку  $\Phi_1$  соответствует ток  $i_1$  (см. рис. 17.2). **1048.** Ответ правильный для первого варианта. В данной схеме все элементы соединены последовательно. ЭДС батареи  $E = nE_s = 6 \cdot 1,5 = 9$  В, а ее емкость  $Q = Q_s = 3$  А·ч. **1049.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 1019. **1050.** Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 889. **1051.** Ответ правильный для третьего варианта. Постоянная времени цепи  $\tau = Cr = 2,5 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot 10^3 = 250 \cdot 10^{-3} \text{ с} = 0,25 \text{ с}$ . **1052.** Ответ правильный для первого и третьего вариантов. Примерное решение см. в консультации 1022. **1053.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 314. **1054.** Фазные напряжения трехфазного генератора при симметричной нагрузке сдвинуты на угол  $120^\circ$ . Если  $\dot{U}_A = U_A e^{j0^\circ}$ , то  $\dot{U}_B = U_A e^{-j120^\circ}$  и  $\dot{U}_C = U_A e^{-j240^\circ}$ . **1055.** Правильно. ЭДС симметричного трехфазного генератора сдвинуты на угол  $\varphi = 120^\circ = 2\pi/3$  рад. При частоте  $f = 50$  Гц время сдвига  $t = \varphi / \omega = \varphi / (2\pi f) = 2\pi / (3 \cdot 2\pi \cdot 50) = 1/150 = 0,0067 \text{ с}$ . **1056.** Правильно. Линейное напряжение  $U_{AB}$  опережает по фазе напряжение  $U_A$  на угол  $30^\circ$ . Поэтому  $\dot{U}_{AB} = U_{AB} e^{j30^\circ}$ . **1057.** Ответ неточный. Обратите внимание на то, что обмотки статора сдвинуты по окружности статора на углы  $120^\circ$ . **1058.** Ответ правильный для первого варианта. Примерное решение см. в консультации 1039. **1059.** Правильно. Данный электродвигатель можно включать в трехфазную сеть с линейным напряжением 220 и 380 В. В первом случае обмотки электродвигателя должны быть соединены треугольником, во втором — звездой. В обоих случаях к каждой обмотке двигателя подводится напряжение 220 В. **1060.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 1023. **1061.** Вы неверно определили группу, к которой

относится кривая на рис. 16.5, а. **1062.** Вращающийся магнитный поток статора направлен от  $Y$  к  $B$  в момент времени  $t_3$ , когда ток  $i_A$  достигает наибольшего отрицательного значения. **1063.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 1016. **1064.** Ответ правильный для третьего и четвертого вариантов. Примерный расчет см. в консультациях 977, 1028. **1065.** Правильно. Магнитному потоку  $\Phi_2$  соответствует ток  $i_2$ , который является амплитудой несинусоидального тока катушки со сталью (см. рис. 17.2). **1066.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 1019. **1067.** Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 1080. **1068.** Ответ правильный для второго варианта. Примерное решение см. в консультации 1051. **1069.** См. консультацию 1035. **1070.** Ответ правильный для второго варианта. Наибольшее значение зарядного тока конденсатора соответствует времени  $t = 0$  и равно  $i = U/r = 200/(40 \times 10^3) \text{ А} = 5 \text{ мА}$ . **1071.** Ответ правильный для третьего варианта. Фазный ток  $I_\phi = U_\phi/r = 220/200 = 1,1 \text{ А}$ , а линейный  $I_L = \sqrt{3} \cdot 1,1 = 1,9 \text{ А}$ . **1072.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 1023. **1073.** Вращающийся магнитный поток статора направлен от  $B$  к  $Y$  в момент времени  $t_1$ , когда ток  $i_A$  достигает максимального положительного значения. **1074.** Неверно. Гармоника 1, 3 и 5-го порядков содержится в несинусоидальных кривых, симметричных относительно оси абсцисс. **1075.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 315. **1076.** Ответ правильный для третьего варианта. Напряжение батареи  $U = E - I r_{\text{вн}} = 3 - 0,1 = 2,9 \text{ В}$ . **1077.** Неверно. Магнитному потоку  $\Phi_3$  соответствует ток  $i_3$  (см. рис. 17.2). **1078.** Ответ правильный для первого варианта. Активная мощность  $P_1 = P_2/\eta = 180/0,9 = 200 \text{ Вт}$ . Общие потери мощности в трансформаторе  $\Delta P = P_1 - P_2 = 200 - 180 = 20 \text{ Вт}$ . Мощность потерь в стали  $P_c = \Delta P - P_m = 20 - 5 = 15 \text{ Вт}$ . **1079.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 1051. **1080.** Ответ правильный для четвертого варианта. Входной ток четырехполюсника  $I_1 = C U_2 + D I_2 = 0,2 \cdot 40 + 1 \cdot 5 = 13 \text{ А}$ . **1081.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 1070. **1082.** Частота ЭДС  $f = pn/60$ . Вы видите, что она не зависит от числа витков обмоток статора. **1083.** Линейное напряжение  $U_{BC}$  опережает по фазе напряжение  $U_B$  на угол  $30^\circ$ . Поэтому вектор  $\dot{U}_{BC}$  составляет с осью действительных чисел угол  $\varphi_{BC} = -120^\circ + 30^\circ = -90^\circ$ ;  $U_{BC} = U_{BC} \times e^{-j90^\circ}$ . **1084.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 1039. **1085.** Правильно. Первичная обмотка трансформатора при постоянном токе имеет небольшое сопротивление  $r_1$ . Поэтому при постоянном напряжении ток в первичной обмотке  $I_1 = U_1/r_1$  значительно больше допустимого. **1086.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 1078. **1087.** Ответ правильный для второго варианта. В этой схеме элементы образуют две параллельные ветви по три элемента в каждой. ЭДС такой батареи  $E = nE_s = 3 \cdot 1,5 = 4,5 \text{ В}$ , а ее емкость  $Q = mQ_s = 2 \cdot 3 = 6 \text{ А} \cdot \text{ч}$ . **1088.** Ответ правильный для третьего варианта. Примерное решение см. в консультации 1080. **1089.** Ответ правильный для четвертого варианта. Примерное решение см. в консультации 965.

### Таблица ответов на вопросы контрольных карт

Номера карт	Номера вопросов	Ответы (указаны по номерам консультаций)				Номера карт	Номера вопросов	Ответы (указаны по номерам консультаций)			
		1-й	2-й	3-й	4-й			1-й	2-й	3-й	4-й
1.1	1	27	27	27	27	3.1	1	53	53	53	53
	2	90	90	90	90		2	4	4	4	4
	3	187	187	187	187		3	151	151	151	151
	4	285	303	228	249		4	196	196	196	196
	5	104	223	319	247		5	253	273	213	253
1.2	1	33	33	33	33	3.2	1	54	63	1	36
	2	109	91	85	68		2	116	116	116	116
	3	150	150	150	150		3	177	215	172	199
	4	286	286	286	286		4	270	293	310	233
	5	186	186	186	186		5	124	124	124	124
1.3	1	13	13	13	13	3.3	1	55	55	55	55
	2	71	110	93	237		2	136	28	118	69
	3	188	130	206	148		3	197	173	178	155
	4	226	232	288	266		4	216	272	254	289
	5	88	88	88	88		5	146	248	258	311
1.4	1	111	70	113	72	3.4	1	3	3	3	3
	2	34	34	34	34		2	120	138	64	96
	3	191	131	191	210		3	174	174	174	174
	4	250	250	250	250		4	255	255	255	255
	5	145	145	145	145		5	312	320	295	242
1.5	1	14	14	14	14	4.1	1	5	39	65	56
	2	92	92	92	92		2	95	158	122	140
	3	149	149	149	149		3	176	217	236	181
	4	207	225	189	229		4	276	276	276	276
	5	287	287	287	287		5	298	298	298	298
2.1	1	17	11	60	50	4.2	1	66	37	58	20
	2	115	152	133	74		2	37	160	97	102
	3	192	192	192	192		3	183	183	183	183
	4	231	231	231	231		4	278	296	259	274
	5	265	291	184	308		5	294	234	204	89
2.2	1	52	180	19	61	4.3	1	119	139	98	157
	2	135	76	154	117		2	175	175	175	175
	3	193	171	214	195		3	40	78	21	43
	4	292	309	252	271		4	141	121	159	99
	5	243	227	125	222		5	280	299	244	260

Продолжение таблицы

Номера карт	Номера вопросов	Ответы (указаны по номерам консультаций)				Номера карт	Номера вопросов	Ответы (указаны по номерам консультаций)			
		1-й	2-й	3-й	4-й			1-й	2-й	3-й	4-й
4.4	1	41	22	79	44	7.1	1	350	375	333	351
	2	142	161	123	101		2	445	445	445	445
	3	182	166	219	239		3	509	509	509	509
	4	261	246	300	281		4	558	532	545	75
	5	42	42	42	42		5	534	534	534	534
4.5	1	1048	1087	958	975	7.2	1	431	431	431	431
	2	997	347	884	1015		2	395	395	395	395
	3	977	1028	1064	1064		3	376	397	349	363
	4	410	869	1076	904		4	362	362	362	362
	5	922	922	922	922		5	485	485	485	485
5.1	1	30	30	30	30	7.3	1	432	447	456	416
	2	103	103	103	103		2	535	469	486	514
	3	201	238	167	297		3	457	433	448	488
	4	245	220	262	240		4	516	516	516	516
	5	282	29	301	25		5	548	548	548	548
5.2	1	46	86	81	26	8.1	1	401	417	365	398
	2	163	144	105	165		2	470	470	470	470
	3	241	256	221	203		3	352	352	352	352
	4	48	263	283	316		4	537	537	537	537
	5	87	87	87	87		5	325	325	325	325
6.1	1	393	393	393	393	8.2	1	353	353	353	353
	2	527	523	542	322		2	418	399	418	399
	3	459	477	495	503		3	518	490	518	490
	4	368	330	341	321		4	564	538	564	538
	5	369	369	343	343		5	403	403	403	403
6.2	1	356	323	331	371	9.1	1	338	338	338	338
	2	386	439	426	409		2	389	389	389	389
	3	463	480	460	504		3	472	499	451	491
	4	513	561	202	528		4	519	519	519	519
	5	344	344	344	344		5	339	339	339	339
6.3	1	358	345	373	313	9.2	1	390	421	382	405
	2	411	441	378	430		2	520	520	520	520
	3	482	506	482	464		3	422	422	422	422
	4	412	380	442	427		4	329	367	551	340
	5	505	462	465	479		5	391	391	391	391
6.4	1	983	1002	1020	964	9.3	1	521	521	521	521
	2	1033	1067	1088	1080		2	388	328	407	364
	3	909	892	361	478		3	493	474	502	436
	4	927	1050	889	946		4	475	384	437	494
	5	947	928	965	1089		5	423	438	392	408

Продолжение таблицы

Номера карт	Номера вопросов	Ответы (указаны по номерам консультаций)				Номера карт	Номера вопросов	Ответы (указаны по номерам консультаций)			
		1-й	2-й	3-й	4-й			1-й	2-й	3-й	4-й
10.1	1	611	582	591	553	12.2	1	689	705	700	670
	2	650	650	650	650		2	799	778	723	742
	3	734	682	713	732		3	832	832	832	832
	4	795	795	795	795		4	597	597	597	597
	5	824	554	838	854		5	798	777	741	724
10.2	1	602	610	583	628	12.3	1	579	579	579	579
	2	664	664	664	664		2	779	725	801	760
	3	751	731	752	714		3	641	641	641	641
	4	771	771	771	771		4	691	690	706	743
	5	555	555	555	555		5	780	780	780	780
10.3	1	613	619	584	593	12.4	1	605	580	847	565
	2	683	683	683	683		2	657	657	657	657
	3	715	715	715	715		3	693	707	745	675
	4	796	796	796	796		4	761	816	782	787
	5	826	826	826	826		5	848	817	835	566
10.4	1	590	590	590	590	13.1	1	642	581	642	606
	2	684	684	684	684		2	658	692	658	644
	3	716	696	718	716		3	746	726	746	762
	4	755	755	755	755		4	815	836	802	818
	5	841	841	841	841		5	873	598	604	567
11.1	1	717	717	717	717	13.2	1	643	678	645	672
	2	620	620	620	620		2	747	694	763	708
	3	697	686	666	571		3	819	783	803	789
	4	774	756	737	774		4	820	820	820	820
	5	828	811	858	843		5	568	568	568	568
11.2	1	587	587	587	587	13.3	1	630	630	630	630
	2	685	685	685	685		2	709	709	709	709
	3	702	698	738	720		3	784	790	764	744
	4	829	757	776	813		4	821	876	806	850
	5	859	859	859	859		5	599	599	599	599
11.3	1	621	621	621	621	13.4	1	632	632	632	632
	2	668	668	668	668		2	677	677	677	677
	3	739	699	722	703		3	785	748	791	766
	4	814	758	830	394		4	822	851	807	875
	5	575	844	860	546		5	626	570	608	600
12.1	1	589	589	589	589	14.1	1	680	680	680	680
	2	654	654	654	654		2	767	749	793	769
	3	704	701	687	721		3	837	853	878	805
	4	810	740	754	775		4	627	627	627	627
	5	833	833	833	833		5	633	633	633	633



Продолжение таблицы

Номера карт	Номера вопросов	Ответы (указаны по номерам консультаций)				Номера карт	Номера вопросов	Ответы (указаны по номерам консультаций)			
		1-й	2-й	3-й	4-й			1-й	2-й	3-й	4-й
14.2	1	729	712	750	765	16.1	1	881	881	881	881
	2	808	792	631	786		2	996	996	996	996
	3	823	867	852	877		3	953	953	953	953
	4	894	951	911	932		4	1025	1025	1025	1025
	5	987	1007	970	1004		5	508	508	508	508
15.1	1	913	913	913	913	16.2	1	902	866	920	882
	2	969	969	969	969		2	959	1006	941	976
	3	1055	1055	1055	1055		3	1026	1046	1016	1063
	4	332	332	332	332		4	315	428	868	1075
	5	896	931	931	880		5	883	942	921	903
15.2	1	986	986	986	986	17.1	1	1030	1030	1030	1030
	2	991	991	991	991		2	1065	1065	1065	1065
	3	1056	1056	1056	1056		3	885	533	870	440
	4	897	897	897	897		4	944	905	923	979
	5	934	934	934	934		5	1017	1017	1017	1017
15.3	1	992	992	992	992	17.2	1	906	906	906	906
	2	1058	1039	1042	1084		2	999	999	999	999
	3	863	797	898	543		3	496	359	872	886
	4	938	938	938	938		4	961	961	961	961
	5	990	994	954	1011		5	887	887	887	887
15.4	1	1059	1059	1059	1059	17.3	1	1085	1085	1085	1085
	2	413	865	1071	483		2	1049	1019	1032	1066
	3	955	993	1012	972		3	871	871	871	871
	4	1023	1043	1072	1060		4	1001	963	982	926
	5	899	936	939	916		5	1078	891	1086	481
15.5	1	531	531	531	531	18.1	1	1003	1034	984	1021
	2	917	917	917	917		2	510	1068	1051	1079
	3	974	974	974	974		3	929	929	929	929
	4	1024	1024	1024	1024		4	966	948	1000	985
	5	443	443	443	443		5	1052	1022	1052	1022
						18.2	1	458	1070	1081	444
					2		930	529	967	949	
					3		1053	314	360	1036	
					4		556	557	379	415	
					5		476	559	512	370	

## Электрические и магнитные величины в Международной системе единиц (СИ)

Величина	Обозначение	Единица	
		наименование	сокращенное обозначение
Емкость электрическая	$C$	фарад	Ф
Заряд электрический, количество электричества	$Q$	кулон	Кл
Индуктивность	$L$	генри	Гн
Индуктивность взаимная	$M$	генри	Ги
Индукция магнитная	$B$	тесла	Тл
Коэффициент мощности	$\cos \varphi$	—	—
Коэффициент связи	$k$	—	—
Коэрцитивная сила	$H_c$	ампер на метр	А/м
Мощность электрической цепи: активная реактивная	$P$ $Q$	ватт вольт-ампер реактивный	Вт вар
полная комплексная	$S$ $\underline{S}$	вольт-ампер вольт-ампер	В·А В·А
Магнитодвижущая сила вдоль замкнутого контура	$F$	ампер	А
Напряжение электрическое	$U$	вольт	В
Напряженность поля: магнитного электрического	$H$ $E$	ампер на метр вольт на метр	А/м В/м
Период электрического тока	$T$	секунда	с
Плотность электрического заряда: линейная поверхностная	$\tau$ $\sigma$	кулон на метр кулон на квадратный метр	Кл/м Кл/м <sup>2</sup>
Плотность электрического тока	$\delta$	ампер на квадратный метр	А/м <sup>2</sup>
Постоянная времени электрической цепи	$\tau$	секунда	с
Постоянная: магнитная	$\mu_0$	генри на метр	Гн/м

Продолжение

Величина	Обозначение	Единица	
		наименование	сокращенное обозначение
электрическая	$\epsilon_0$	фарад на метр	Ф/м
Потенциал в данной точке, скалярный электрический	$\varphi$	вольт	В
Поток магнитный	$\Phi$	вебер	Вб
Потокоцепление	$\Psi$	вебер	Вб
Проводимость электрической цепи: активная реактивная полная комплексная	$g$ $b$ $y$ $\underline{Y}$	сименс сименс сименс сименс	См См См См
Проницаемость абсолютная: диэлектрическая магнитная	$\epsilon_a$ $\mu_a$	фарад на метр генри на метр	Ф/м Гн/м
Проницаемость относительная: диэлектрическая магнитная	$\epsilon_r$ $\mu_r$	безразмерная величина безразмерная величина	
Разность фаз напряжения и тока	$\varphi$	радиан	рад
Сопrotивление магнитное	$R_m$	генри в минус первой степени	Гн <sup>-1</sup>
Сопrotивление электрической цепи: активное реактивное полное комплексное	$R$ $X$ $z$ $\underline{Z}$	ом ом ом ом	Ом Ом Ом Ом
Ток электрический, сила тока	$I$	ампер	А
Частота угловая	$\omega$	радиан в секунду	рад/с
Частота электрического тока	$f$	герц	Гц
Электродвижущая сила	$E$	вольт	В
Энергия поля: магнитного электрического	$W_L$ $W_C$	джоуль джоуль	Дж Дж

## Литература

1. *Бессонов Л. А.* Теоретические основы электротехники. — М.: Высшая школа, 1984.
2. *Нейман Л. Р., Демирчян К. С.* Теоретические основы электротехники. — Л.: Энергоиздат, 1981.
3. *Евдокимов Ф. Е.* Теоретические основы электротехники. — М.: Высшая школа, 1984.
4. *Попов В. С.* Теоретическая электротехника. — М.: Энергия, 1978.
5. *Частоедов Л. А.* Электротехника. — М.: Высшая школа, 1984.

# Оглавление

Предисловие . . . . .	3
Введение . . . . .	6
<b>Глава 1. Электрическое поле . . . . .</b>	<b>9</b>
§ 1.1. Электрические заряды. Закон Кулона . . . . .	9
§ 1.2. Электрическое поле. Напряженность электрического поля . . . . .	13
§ 1.3. Теорема Гаусса. Электрическое поле плоского конденсатора . . . . .	17
§ 1.4. Электрический потенциал и напряжение . . . . .	21
§ 1.5. Связь между напряженностью однородного электрического поля и разностью потенциалов . . . . .	24
§ 1.6. Проводники, диэлектрики и полупроводники . . . . .	27
Задачи к главе 1 . . . . .	32
<b>Глава 2. Электрическая емкость и конденсаторы . . . . .</b>	<b>33</b>
§ 2.1. Электрическая емкость конденсатора . . . . .	33
§ 2.2. Емкость двухпроводной линии . . . . .	34
§ 2.3. Энергия заряженного конденсатора . . . . .	36
§ 2.4. Последовательное соединение конденсаторов . . . . .	38
§ 2.5. Параллельное соединение конденсаторов . . . . .	40
§ 2.6. Смешанное соединение конденсаторов . . . . .	41
Задачи к главе 2 . . . . .	44
<b>Глава 3. Электрический ток, сопротивление, работа и мощность . . . . .</b>	<b>45</b>
§ 3.1. Электрический ток . . . . .	45
§ 3.2. Электрическая цепь и ее элементы. Электродвижущая сила . . . . .	49
§ 3.3. Сопротивление и проводимость . . . . .	51
§ 3.4. Закон Ома . . . . .	56
§ 3.5. Работа и мощность . . . . .	60
Задачи к главе 3 . . . . .	65
<b>Глава 4. Простые электрические цепи постоянного тока . . . . .</b>	<b>66</b>
§ 4.1. Последовательное соединение приемников энергии . . . . .	66
§ 4.2. Потенциальная диаграмма неразветвленной электрической цепи . . . . .	70
§ 4.3. Параллельное соединение приемников энергии. Первый закон Кирхгофа . . . . .	74
§ 4.4. Смешанное соединение приемников энергии . . . . .	75
§ 4.5. Способы соединения химических источников энергии в батареи . . . . .	81
Задачи к главе 4 . . . . .	86
<b>Глава 5. Тепловое действие электрического тока . . . . .</b>	<b>88</b>
§ 5.1. Закон Джоуля — Ленца. Расчет сечения проводов по допустимому нагреву . . . . .	88

§ 5.2. Расчет проводов по допустимой потере напряжения . . . . .	93
Задачи к главе 5 . . . . .	98
<b>Глава 6. Сложные электрические цепи постоянного тока . . . . .</b>	<b>99</b>
§ 6.1. Общие сведения . . . . .	99
§ 6.2. Второй закон Кирхгофа . . . . .	100
§ 6.3. Расчет сложных цепей методом узловых и контурных уравнений	101
§ 6.4. Метод контурных токов . . . . .	102
§ 6.5. Метод узлового напряжения . . . . .	105
§ 6.6. Метод наложения . . . . .	108
§ 6.7. Метод эквивалентного преобразования треугольника и звезды сопротивлений . . . . .	110
§ 6.8. Четырехполюсники . . . . .	113
Задачи к главе 6 . . . . .	116
<b>Глава 7. Магнитное поле . . . . .</b>	<b>118</b>
§ 7.1. Основные понятия . . . . .	118
§ 7.2. Величины, характеризующие магнитное поле . . . . .	120
§ 7.3. Закон полного тока . . . . .	125
§ 7.4. Магнитное поле тока в прямолинейном проводе . . . . .	126
§ 7.5. Магнитное поле кольцевой и прямой катушек . . . . .	130
§ 7.6. Сила взаимодействия токов двух параллельных проводов . . . . .	131
Задачи к главе 7 . . . . .	135
<b>Глава 8. Ферромагнетизм. Магнитная цепь . . . . .</b>	<b>137</b>
§ 8.1. Намагничивание и перемгничивание ферромагнитных материа- лов . . . . .	137
§ 8.2. Законы магнитной цепи . . . . .	140
§ 8.3. Расчет магнитных цепей . . . . .	143
§ 8.4. Электромагниты и реле . . . . .	144
Задачи к главе 8 . . . . .	147
<b>Глава 9. Электромагнитная индукция . . . . .</b>	<b>148</b>
§ 9.1. Явление электромагнитной индукции. Значение индуцированной электродвижущей силы . . . . .	148
§ 9.2. Преобразование электрической энергии в механическую . . . . .	154
§ 9.3. Явление самоиндукции. Индуктивность . . . . .	155
§ 9.4. Явление взаимной индукции. Взаимная индуктивность . . . . .	159
§ 9.5. Энергия магнитного поля . . . . .	161
Задачи к главе 9 . . . . .	164
<b>Глава 10. Основные понятия, относящиеся к переменным токам . . . . .</b>	<b>166</b>
§ 10.1. Период и частота переменного тока . . . . .	166
§ 10.2. Получение синусоидальной ЭДС . . . . .	167
§ 10.3. Действующее и среднее значения переменного тока . . . . .	171
§ 10.4. Фаза. Разность фаз . . . . .	175
§ 10.5. Векторная диаграмма . . . . .	176
§ 10.6. Сложение и вычитание синусоидальных величин . . . . .	179
Задачи к главе 10 . . . . .	182
<b>Глава 11. Элементы цепи переменного тока с сопротивлением, индук-         тивностью и емкостью . . . . .</b>	<b>184</b>
§ 11.1. Цепь с сопротивлением . . . . .	184
§ 11.2. Цепь с индуктивностью . . . . .	188

§ 11.3. Поверхностный эффект и эффект близости . . . . .	193
§ 11.4. Цепь с емкостью . . . . .	194
Задачи к главе 11 . . . . .	197
<b>Глава 12. Разветвленные цепи переменного тока . . . . .</b>	<b>198</b>
§ 12.1. Цепь с активным сопротивлением и индуктивностью . . . . .	198
§ 12.2. Цепь с активным сопротивлением и емкостью . . . . .	202
§ 12.3. Цепь с активным сопротивлением, индуктивностью и емкостью . . . . .	203
§ 12.4. Общий случай разветвленной цепи . . . . .	206
§ 12.5. Собственные колебания в контуре . . . . .	208
§ 12.6. Резонанс напряжений . . . . .	211
§ 12.7. Резонансные кривые . . . . .	213
Задачи к главе 12 . . . . .	216
<b>Глава 13. Разветвленные цепи переменного тока . . . . .</b>	<b>218</b>
§ 13.1. Цепь с двумя параллельно соединенными катушками индуктивности . . . . .	218
§ 13.2. Цепь с параллельным соединением катушки и конденсатора . . . . .	222
§ 13.3. Общий случай цепи с параллельными ветвями . . . . .	224
§ 13.4. Резонанс токов . . . . .	226
§ 13.5. Коэффициент мощности . . . . .	229
Задачи к главе 13 . . . . .	233
<b>Глава 14. Расчет электрических цепей синусоидального тока с применением комплексных чисел . . . . .</b>	<b>235</b>
§ 14.1. Общие сведения о комплексных числах . . . . .	235
§ 14.2. Выражение основных электрических величин комплексными числами . . . . .	239
§ 14.3. Законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме . . . . .	241
§ 14.4. Расчет последовательно-параллельных цепей . . . . .	242
Задачи к главе 14 . . . . .	244
<b>Глава 15. Трехфазные цепи . . . . .</b>	<b>246</b>
§ 15.1. Трехфазная симметричная система ЭДС . . . . .	246
§ 15.2. Соединение обмоток трехфазного генератора звездой . . . . .	249
§ 15.3. Соединение обмоток трехфазного генератора треугольником . . . . .	252
§ 15.4. Соединение приемников энергии звездой . . . . .	254
§ 15.5. Роль нейтрального провода при соединении приемников энергии звездой . . . . .	256
§ 15.6. Соединение приемников энергии треугольником . . . . .	261
§ 15.7. Вращающееся магнитное поле трехфазной системы . . . . .	265
§ 15.8. Вращающееся магнитное поле двухфазной системы . . . . .	267
Задачи к главе 15 . . . . .	269
<b>Глава 16. Периодические несинусоидальные токи в электрических цепях . . . . .</b>	<b>272</b>
§ 16.1. Причины возникновения несинусоидальных напряжений и токов . . . . .	272
§ 16.2. Выражение несинусоидальных токов и напряжений рядами Фурье . . . . .	273
§ 16.3. Виды несинусоидальных кривых . . . . .	274
§ 16.4. Расчет электрической цепи при несинусоидальном напряжении . . . . .	277
Задачи к главе 16 . . . . .	281
	351

<b>Глава 17. Катушка с ферромагнитным сердечником в цепи переменного тока. Трансформаторы . . . . .</b>	<b>283</b>
§ 17.1. Кривые напряжения, тока и магнитного потока в катушке с ферромагнитным сердечником . . . . .	283
§ 17.2. Потери энергии в сердечнике катушки от вихревых токов и гистерезиса. Определенные эквивалентного синусоидального тока . . . . .	284
§ 17.3. Полная векторная диаграмма. Схема замещения катушки с ферромагнитным сердечником . . . . .	288
§ 17.4. Последовательное соединение катушки с ферромагнитным сердечником и конденсатора . . . . .	290
§ 17.5. Однофазный трансформатор . . . . .	293
Задачи к главе 17 . . . . .	298
<b>Глава 18. Переходные процессы в электрических цепях . . . . .</b>	<b>300</b>
§ 18.1. Законы коммутации . . . . .	300
§ 18.2. Процесс разряда конденсатора . . . . .	301
§ 18.3. Процесс заряда конденсатора . . . . .	304
§ 18.4. Короткое замыкание участка цепи с сопротивлением и индуктивностью . . . . .	305
§ 18.5. Включение цепи с сопротивлением и индуктивностью к источнику с постоянным напряжением . . . . .	306
Задачи к главе 18 . . . . .	308
<b>Консультации . . . . .</b>	<b>310</b>
<b>Таблица ответов на вопросы контрольных карт . . . . .</b>	<b>342</b>
<b>Литература . . . . .</b>	<b>348</b>

*Учебное издание*

**Частоедов Леонид Александрович**

**ЭЛЕКТРОТЕХНИКА**

Зав. редакцией В. И. Трефилов. Редактор И. А. Исаева. Мл. редактор С. А. Пацева.  
Художник Ю. Д. Федичкин. Художественный редактор Т. М. Скворцова.  
Технический редактор Л. А. Муравьева. Корректор Г. И. Кострикова.

ИБ 7546

Изд. № ЭР-483. Сдано в набор 09.09.88. Подп. в печать 13.06.89. Формат 60 × 90/16.  
Бум. тип. № 1. Гарнитура литературная. Печать офсетная. Объем 22,0 усл. печ. л.  
44,0 усл. кр.-отт. 22,84 уч.-изд. л. Тираж 40 000 экз. Зак. № 1556. Цена 1 р. 20 к.

Издательство «Высшая школа», 101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., д. 29/14.

Ярославский полиграфкомбинат Госкомиздата СССР, 150014, Ярославль, ул. Свободы, 97.